Acerca de este libro

Esta es una copia digital de un libro que, durante generaciones, se ha conservado en las estanterías de una biblioteca, hasta que Google ha decidido escanearlo como parte de un proyecto que pretende que sea posible descubrir en línea libros de todo el mundo.

Ha sobrevivido tantos años como para que los derechos de autor hayan expirado y el libro pase a ser de dominio público. El que un libro sea de dominio público significa que nunca ha estado protegido por derechos de autor, o bien que el período legal de estos derechos ya ha expirado. Es posible que una misma obra sea de dominio público en unos países y, sin embargo, no lo sea en otros. Los libros de dominio público son nuestras puertas hacia el pasado, suponen un patrimonio histórico, cultural y de conocimientos que, a menudo, resulta difícil de descubrir.

Todas las anotaciones, marcas y otras señales en los márgenes que estén presentes en el volumen original aparecerán también en este archivo como testimonio del largo viaje que el libro ha recorrido desde el editor hasta la biblioteca y, finalmente, hasta usted.

Normas de uso

Google se enorgullece de poder colaborar con distintas bibliotecas para digitalizar los materiales de dominio público a fin de hacerlos accesibles a todo el mundo. Los libros de dominio público son patrimonio de todos, nosotros somos sus humildes guardianes. No obstante, se trata de un trabajo caro. Por este motivo, y para poder ofrecer este recurso, hemos tomado medidas para evitar que se produzca un abuso por parte de terceros con fines comerciales, y hemos incluido restricciones técnicas sobre las solicitudes automatizadas.

Asimismo, le pedimos que:

+ *Haga un uso exclusivamente no comercial de estos archivos* Hemos diseñado la Búsqueda de libros de Google para el uso de particulares; como tal, le pedimos que utilice estos archivos con fines personales, y no comerciales.

+ *No envíe solicitudes automatizadas* Por favor, no envíe solicitudes automatizadas de ningún tipo al sistema de Google. Si está llevando a cabo una investigación sobre traducción automática, reconocimiento óptico de caracteres u otros campos para los que resulte útil disfrutar de acceso a una gran cantidad de texto, por favor, envíenos un mensaje. Fomentamos el uso de materiales de dominio público con estos propósitos y seguro que podremos ayudarle.

+ *Conserve la atribución* La filigrana de Google que verá en todos los archivos es fundamental para informar a los usuarios sobre este proyecto y ayudarles a encontrar materiales adicionales en la Búsqueda de libros de Google. Por favor, no la elimine.

+ *Manténgase siempre dentro de la legalidad* Sea cual sea el uso que haga de estos materiales, recuerde que es responsable de asegurarse de que todo lo que hace es legal. No dé por sentado que, por el hecho de que una obra se considere de dominio público para los usuarios de los Estados Unidos, lo será también para los usuarios de otros países. La legislación sobre derechos de autor varía de un país a otro, y no podemos facilitar información sobre si está permitido un uso específico de algún libro. Por favor, no suponga que la aparición de un libro en nuestro programa significa que se puede utilizar de igual manera en todo el mundo. La responsabilidad ante la infracción de los derechos de autor puede ser muy grave.

Acerca de la Búsqueda de libros de Google

El objetivo de Google consiste en organizar información procedente de todo el mundo y hacerla accesible y útil de forma universal. El programa de Búsqueda de libros de Google ayuda a los lectores a descubrir los libros de todo el mundo a la vez que ayuda a autores y editores a llegar a nuevas audiencias. Podrá realizar búsquedas en el texto completo de este libro en la web, en la página `http://books.google.com`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

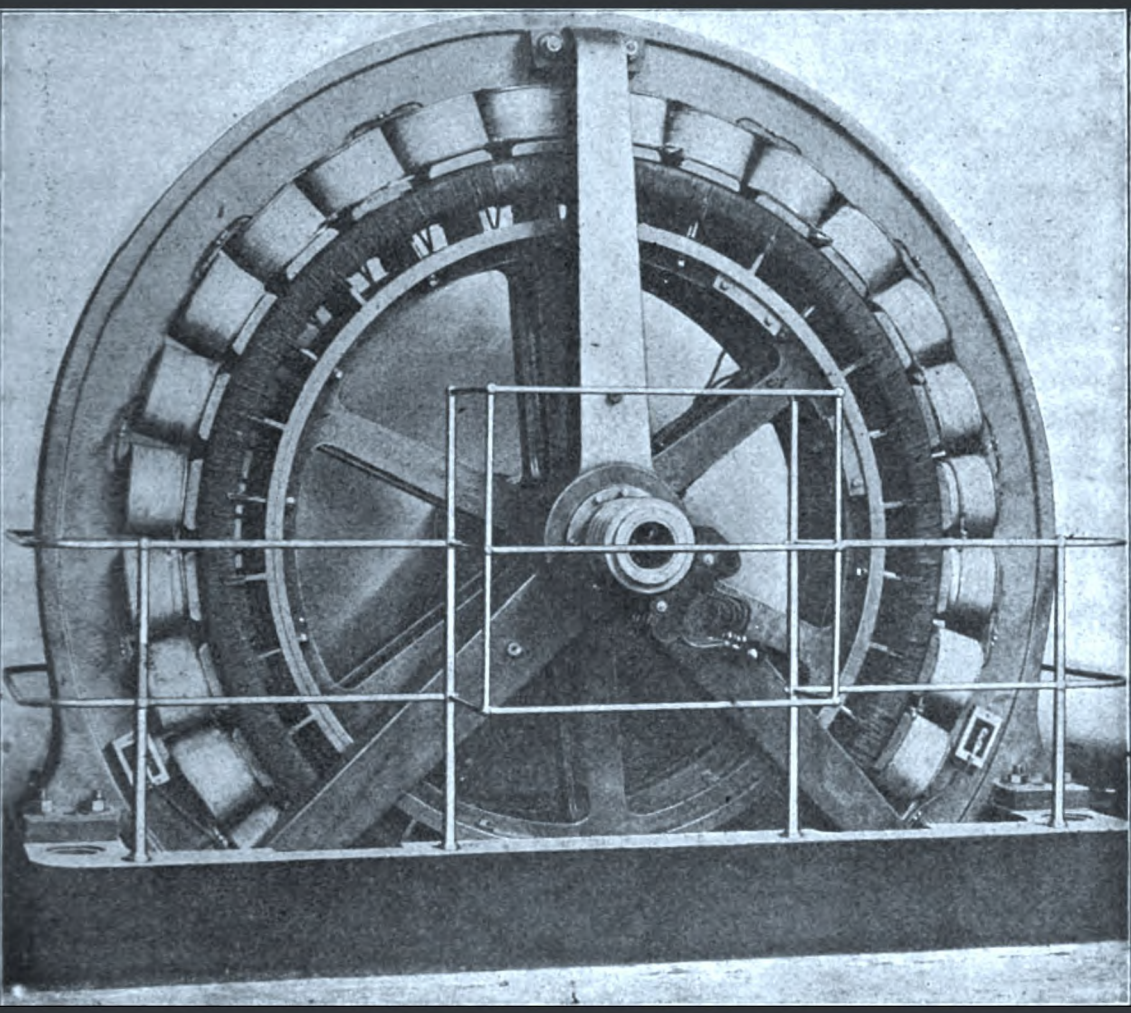
+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`



Les oscillations électro magnétiques et latélégraphie ...

J. Zenneck

Digitized by Google

Library
of the
University of Wisconsin

Digitized by Google

Digitized by Google

[illegible]	[illegible] - 26
23	26 - 42
24	42 - 58
[illegible]	58 - 78
26	78 - 118
27	118 - 160
28	160 - 176
29	176 - 202

Digitized by Google

19-A-6

Digitized by Google

Digitized by Google

LES

OSCILLATIONS ÉLECTROMAGNÉTIQUES

ET LA

TÉLÉGRAPHIE SANS FIL.

Digitized by Google

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS,
41461 Quai des Grands-Augustins, 55.

Digitized by Google

PROFESSEUR Dr J. ZENNECK.

LES OSCILLATIONS ÉLECTROMAGNÉTIQUES ET LA TÉLÉGRAPHIE SANS FIL.

OUVRAGE TRADUIT DE L'ALLEMAND

PAR

P. BLANCHIN, G. GUÉRARD, E. PICOT,
OFFICIERS DE MARINE.

TOME I.

LES OSCILLATIONS INDUSTRIELLES.
LES OSCILLATEURS FERMÉS A HAUTE FRÉQUENCE.

PARIS,
GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE
DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,
Quai des Grands-Augustins, 55.

1908

Digitized by Google

Tous droits de traduction et de reproduction réservés.

Digitized by Google

4965839

147726
NOV 9 1910

TGW
.Z4
.FB
1

AVERTISSEMENT.

L'édition française des *Oscillations électromagnétiques* du Dr Zenneck est une traduction presque littérale de l'édition allemande de 1905. Toutefois, l'auteur a bien voulu, en février 1908, nous signaler quelques corrections à apporter à son Ouvrage, et nous en avons tenu compte dans la rédaction définitive.

Nous nous sommes attachés à reproduire aussi exactement que possible le texte original; nous avons même conservé les tournures allemandes, toutes les fois qu'elles nous ont paru particulièrement descriptives.

Cette édition comprend deux Volumes.

Le Tome I traite des oscillations industrielles (ou techniques, pour conserver l'expression allemande) et des oscillateurs fermés à haute fréquence.

Le Tome II traite des oscillateurs ouverts et des systèmes couplés, des ondes électromagnétiques et de la T. S. F.; enfin le dernier Chapitre est consacré aux propriétés des ondes électromagnétiques et à leur comparaison aux ondes lumineuses.

Nous avons reporté à la fin du Tome II les Tables et les courbes destinées à faciliter les calculs.

La classification des Chapitres et la numeration des articles sont les mêmes que celles de l'édition allemande.

Août 1908.

LES TRADUCTEURS.

Digitized by Google

Digitized by Google

PRÉFACE DE L'AUTEUR.

Je dois tout d'abord exprimer ma reconnaissance à M. le professeur Dr F. Braun, de Strasbourg, pour le concours qu'il m'a prêté dans la rédaction de cet Ouvrage. Non seulement il m'a donné le temps et les moyens de faire les nombreuses expériences qui agrémentent cet Ouvrage, mais, de plus, il m'a toujours orienté vers les progrès de la T. S. F. En outre, il a participé à la correction des divers Chapitres. M. le professeur Dr E. Cohn, de Strasbourg, a relu en entier une première correction et m'a montré, en plusieurs endroits, des défauts dans la manière de traiter; son Ouvrage, *Le champ électromagnétique,* et ses conférences ont été d'une très grande influence sur mon exposition. M. le Dr Brion, de l'Ecole supérieure technique de Dresde, a grandement participé à la correction et m'a très aimablement aidé de ses conseils dans les questions techniques. M. le professeur Dr R.-H. Weber, d'Heidelberg, a relu la deuxième correction. M. le Dr Mandelstam, de Strasbourg, a revu les Chapitres relatifs à la T. S. F. M'ont secondé : dans les expériences et leur exécution, M. le Dr Rempp, de Strasbourg; pour le calcul et le tracé des lignes de forces, M. le professeur Hack, de Göppingen; pour le calcul des Tables, MM. les étudiants Friz et Wacker, de Tübingen; pour l'exécution des dessins, mon père, G. Zenneck, ingénieur à Berlin; pour la cession et la communication des clichés, la Compagnie de T. S. F. et la Compagnie Marconi.

J'adresse à toutes ces personnes l'expression de ma reconnaissance la plus obligée, pour leurs bienveillants conseils et la peine qu'elles se sont donnée. Je suis reconnaissant à M. Ferdinand Enke, de Stuttgart, mon éditeur, d'avoir accédé à mes désirs et d'avoir édité mon Ouvrage le mieux possible.

Digitized by Google

Cet Ouvrage est extrait des conférences que j'ai faites à l'Université de Strasbourg, de 1901 à 1903, après avoir poursuivi pendant une année l'étude de la T. S. F. d'après le système du Dr Braun, aux environs de Cuxhaven, et avoir eu l'occasion d'apprendre à connaître la pratique de la T. S. F.

Mes auditeurs étaient, pour la plupart, des étudiants en Mathématiques et sciences physiques, quelques agrégés, techniciens et chimistes. Cet Ouvrage fut fait pour cet auditoire. Pour la partie mathématique, je ne pouvais pas compter sur une connaissance suffisante du calcul différentiel et intégral; je ne l'ai presque pas employé. Les démonstrations mathématiques ne sont pas plus fortes que celles du livre élémentaire de Physique expérimentale. Je n'ai employé le calcul différentiel et intégral que dans l'étude des oscillations, où la connaissance des règles de calcul est suffisante pour établir les quelques relations employées. Si j'avais fait usage du calcul différentiel et intégral, je me serais abstenu d'étudier ces relations par des considérations physiques et géométriques. A cause du niveau mathématique adopté, j'ai reporté à la fin de l'Ouvrage quelques calculs théoriques (*).

J'ai supposé connus les principes élémentaires du cours élémentaire de Physique expérimentale. Les débuts sont juste assez développés pour permettre de comprendre la suite. Si le lecteur éprouve quelques difficultés à comprendre un chapitre, je lui recommande de ne pas s'en tenir là; car, dans les chapitres suivants, il trouvera des applications numériques qui lui faciliteront la compréhension.

Comme il m'était impossible de supposer connue la Physique théorique, je n'ai pas pu étudier toujours strictement les relations données. Dans ces cas, j'ai étudié ces relations par des considérations physiques qualitativement exactes, mais parfois insuffisamment serrées, quoiques plausibles (**).

Dans l'exposé, je me suis appliqué principalement à faire ressortir clairement les principes de Physique.

(*) Ces notes sont indiquées par de petits chiffres, par exemple ([30]).

(**) Dans les notes théoriques, à la fin de l'Ouvrage, on a étudié ou développé ces relations, on en a indiqué la provenance.

Digitized by Google

J'ai recherché tout spécialement la clarté. Malgré leur simplicité, je n'ai eu qu'exceptionnellement recours aux analogies mécaniques. Par un usage trop fréquent de celles-ci, on peut craindre que le lecteur ne croie avoir parfaitement compris un phénomène électromagnétique, s'il découvre une analogie mécanique plus ou moins frappante, et qu'il ne se dispense d'un examen approfondi du phénomène électromagnétique considéré. Il me semble plus important de forcer le lecteur à se représenter clairement les actions électromagnétiques elles-mêmes et leurs lois, et à se créer peu à peu, si je puis m'exprimer ainsi, une manière de voir électromagnétique.

Pour faciliter l'entendement, un numéro entre parenthèses renvoie le lecteur au paragraphe d'où est déduit ce qui suit. J'ai fait fréquemment usage de ces indications; je ne les emploie toutefois que s'il y a quelque difficulté.

Dans mes conférences, je faisais de nombreuses expériences qui, dans cet Ouvrage, sont remplacées par des figures et un texte explicatif. Ces expériences ont été choisies de façon à pouvoir être réalisées par des moyens simples. Dans le cas des oscillations rapides, comme celles utilisées en T. S. F., on ignore souvent avec quels appareils simples on peut réaliser des expériences pleines de conséquences.

Dans le cas des courants alternatifs techniques, les dispositifs que j'indique pourront paraître un peu primitifs au technicien, habitué à réaliser ces expériences avec des appareils techniques. Ces dispositifs montrent néanmoins que, sans ces appareils, on peut vérifier les lois principales des courants alternatifs.

J'ai décidé de partir des relations établies pour les oscillations électromagnétiques lentes (courants alternatifs techniques) et d'en déduire celles relatives aux oscillations plus rapides, en tenant compte des changements produits dans ces relations par l'accroissement de la fréquence. Il m'a donc fallu exposer, tout d'abord, tout ce qui avait trait aux oscillations lentes, comme si ces connaissances devaient servir de base à l'étude des oscillations rapides. Ceci ne semble pas exact à un lecteur uniquement préoccupé des applications techniques; car cela même qui, dans le cas des courants alternatifs, est supprimé comme n'étant pas d'un usage pratique, peut être pro-

Digitized by Google

ductif dans l'étude des oscillations beaucoup plus rapides. Si j'ai plus longuement étudié les courants alternatifs techniques que ne l'exige le but que je me suis proposé, c'est que cette partie de l'électricité, malgré sa grande importance pratique, ne peut pas être traitée avec assez de détails dans des leçons sur la Physique expérimentale. Ceci montre que, la plupart du temps, les études de Mathématiques et de sciences naturelles donnent des connaissances excessivement incomplètes sur ce domaine. Mon Ouvrage peut préparer à la lecture des Traités techniques sur les courants alternatifs et rotatoires, mais il ne peut pas les remplacer.

Dans le cas des oscillations rapides, les phénomènes relatifs à la T. S. F. sont étudiés à fond. Le but principal de cet Ouvrage est l'étude des principes physiques de cette branche de la technique. Dans les chapitres sur la T. S. F., les questions principales et les dispositifs sont plus spécialement étudiés. Je n'ai pas insisté sur les particularités des appareils; leur construction change maintenant si rapidement que, dans un temps très court, mes descriptions porteraient sur des appareils surannés. J'espère cependant, que mon Ouvrage permettra de se reconnaître rapidement dans les différents appareils.

Le système de mesure devait satisfaire à deux conditions. Il devait conserver la symétrie qui existe entre les grandeurs électriques et magnétiques, faire ressortir franchement ce qui a trait aux oscillations électromagnétiques. Il devait permettre, en outre, de passer simplement au système électromagnétique C.G.S. et au système de mesure pratique. La première condition interdit l'emploi général du système C.G.S., la deuxième celui du système utilisé par H.-A. Lorentz dans l'*Encyclopédie des Sciences mathématiques*. J'ai donc suivi la méthode de E. Cohn : dans les formules générales, n'introduire aucun système de mesure déterminé, mais mettre ces formules sous une forme qui permette le passage à un système quelconque de mesure. Si, de plus, on libère les formules générale des facteurs inutiles et qu'on leur donne une forme très simple et très claire, elles pourront être applicables dans des cas de technique.

Cette condition m'a conduit à employer, comme dans les ouvrages

Digitized by Google

techniques, le système C.G.S. ou le système de mesure pratique quand je voulais faire des applications numériques. Dans les notations, j'ai suivi l'Ouvrage de E. Cohn. Ces notations sont très simples et conservent l'analogie entre les grandeurs électriques et magnétiques.

Strasbourg, Institut de Physique, 1905.

L'AUTEUR.

Digitized by Google

NOTATIONS.

Champ magnétique.	Champ électrique.	Champ de courant.
M = Intensité du champ magnétique.	E = intensité du champ électrique.	
$\mathfrak{M}$ = force magnétomotrice = FMM.	$\mathcal{E}$ = force électromotrice = FEM.	
$\mathfrak{V}_m$ = tension magnétique.	$\mathfrak{V}$ = tension électrique.	
μ = perméabilité.	ε = constante diélectrique.	σ = conductibilité.
μ_0 = perméabilité du vide (de l'air).	ε_0 = constante diélectrique du vide (de l'air).	σ_{Hg} = conductibilité du mercure.
$\mathfrak{M} = \mu M$ = induction magnétique.	$\mathfrak{E} = \varepsilon E$ = induction électrique.	$\mathfrak{S} = \sigma E$ = flux de courant.
Q_m = nombre de lignes d'induction magnétique.	Q_e = nombre de lignes d'induction électrique.	Q_s = nombre de lignes de courant.
W_m = énergie magnétique.	W_e = énergie électrique.	i = courant.
m = masse magnétique.	e = masse électrique = charge.	

L = travail (effet).
n = fréquence (par seconde).
t = temps.
T = période totale d'une oscillation $= \frac{2}{n}$.
φ = angle phase.
ω = vitesse de propagation.
ω_0 = vitesse de propagation dans le vide (dans l'air).
λ = longueur d'onde.
δ = facteur d'amortissement.
ϑ = décrément logarithmique.
α = coefficient d'absorption.
K = coefficient de couplage.
n = indice de réfraction.

$\mathfrak{A}_0$ = amplitude de la grandeur oscillatoire $\mathfrak{A}$.
$\mathfrak{A}'$ = accroissement par seconde de la grandeur $\mathfrak{A}$ variable avec le temps = vitesse de l'accroissement de $\mathfrak{A}$.
e = base des logarithmes népériens.
$\pi = 3,14159\ldots$
$i = \sqrt{-1}$.
v = constante dépendant du système de mesure.
$t = \sqrt{\frac{\pi\sigma\mu}{8v^2}}$.
$x = tr\sqrt{n}$.
$\sim$ = proportionnel.

Pour l'état stationnaire :

w = résistance, p = coefficient de self-induction, c = capacité, w_m = résistance magnétique, p_m = coefficient de self-induction magnétique.

Pour les oscillations :

$\mathfrak{w}$ = résistance, $\mathfrak{p}$ = coefficient de self-induction, z ou $\mathfrak{z}$ = impédance, $\mathfrak{c}$ = capacité, $\mathfrak{w}_m$ = résistance magnétique, $\mathfrak{p}_m$ = coefficient de self-induction magnétique, z_m ou $\mathfrak{z}_m$ = impédance magnétique.

Digitized by Google

LES

OSCILLATIONS ÉLECTROMAGNÉTIQUES

ET LA

TÉLÉGRAPHIE SANS FIL.

CHAPITRE I.

ÉTUDE DU CHAMP ÉLECTROMAGNÉTIQUE (1).

I. — Les grandeurs des champs électrique et magnétique.

1. **Intensité du champ.** — Si, dans un lieu, des forces agissent sur des corps porteurs de charges électriques ou magnétiques, on dit qu'il existe dans ce lieu un champ électrique ou magnétique.

a. On appelle *intensité du champ électrique* E ou *magnétique* M en un point quelconque de ce champ la force qui s'exerce sur un corps porteur d'une masse électrique ou magnétique $+1$ (*) placé en ce point.

b. L'intensité d'un champ a, comme toute force mécanique, une grandeur et une direction déterminées (2). On composera et décomposera les intensités des champs, comme s'il s'agissait de forces mécaniques.

c. Si un corps est porteur, non plus d'une masse électrique ou magnétique $+1$, mais d'une masse électrique $+e$ ou magnétique $+m$, la force qui s'exerce sur ce corps, dans un champ d'intensité E ou M, sera $+Ee$ ou $+Mm$. La force qui s'exerce dans ce même champ, sur

---

(*) L'unité de masse électrique ou magnétique n'ayant pas été définie, on ne la fait pas intervenir. Une masse magnétique positive est analogue au magnétisme nord et une masse magnétique négative au magnétisme sud.

Digitized by Google

une masse électrique $-e$ ou magnétique $-m$, sera égale à la précédente, mais dirigée en sens contraire.

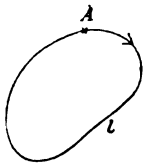
2. Signe du champ. — On suppose que dans le même espace existent successivement deux champs, mais tels que, en un point quelconque de cet espace, l'intensité du champ ait même grandeur, mais soit de sens opposé. On dira que les deux champs ont même grandeur, même direction, mais des signes contraires.

3. Tension et force électromotrice ou magnétomotrice. — Tout déplacement d'un corps soumis à une force donne lieu à un travail.

a. Le travail produit par le champ électrique, quand on déplace une masse électrique $+1$ du point A au point B, est appelé *tension électrique du point* A *vers le point* B ($=\mathcal{V}$) [3]. Le travail accompli, d'une façon analogue, dans un champ magnétique se nommera *tension magnétique* ($=\mathcal{V}m$). Il y a chute de tension de A en B, si le travail produit est négatif. Si, dans la suite, il est question de la tension d'un point A à un point B ou, en faisant abstraction des signes, de la tension entre A et B, cela signifie qu'il existe un chemin, soit quelconque, soit déterminé, suivant lequel on peut transporter la masse électrique ou magnétique $+1$ de A en B, en produisant un travail égal à la tension considérée.

Fig. 1.

Fig. 2.



b. On appelle *tension en un point* A le travail produit par une masse électrique ou magnétique $+1$, quand on la déplace de ce point A jusqu'à un point où il n'existe plus de champ électrique ou magnétique.

c. Si un corps porteur d'une masse électrique ou magnétique $+1$ se meut dans un champ électrique ou magnétique, sur une courbe fermée, en partant d'un point A et en y revenant, le travail effectué s'appelle *force électromotrice ou magnétomotrice* (FEM $=\mathcal{E}$ ou FMM $=\mathfrak{M}$).

FEM ou FMM sont analogues, pour une courbe fermée, à la tension pour un chemin déterminé quelconque.

d. L'unité pratique de tension électrique ou de force électromotrice

Digitized by Google

est *le volt*. C'est à peu près la tension qui s'exerce entre les deux pôles d'un élément Daniell (1^{volt}, 1).

4. Exemple. — *a*. Dans un champ homogène, c'est-à-dire dans lequel l'intensité du champ E ait en tout point de ce champ même grandeur, même direction et même sens, la tension $\mathcal{V}$ entre un point A et un point B est

$$\mathcal{V} = El,$$

l étant la distance AB, et en supposant que la droite AB ait même direction que l'intensité du champ.

b. Il en est de même dans un champ cylindrique, c'est-à-dire tel que, en tous points, l'intensité du champ soit parallèle à une direction fixe appelée *axe du champ,* tandis que sa valeur varie de point en point, en restant la même pour tous les points équidistants de l'axe du champ.

c. Dans le champ cyclique, la grandeur de l'intensité est la même en tous les points équidistants d'une droite déterminée appelée *axe du champ,* mais la direction de l'intensité est perpendiculaire à l'axe du champ.

Dans un tel champ, on prend comme courbe l un cercle de rayon ρ, dont le centre est sur l'axe et dont le plan est normal à cet axe. La FEM le long de ce cercle est donc

$$\mathcal{E} = lE = 2\pi\rho E.$$

Dans le cas d'un champ magnétique on aurait

$$\mathfrak{M} = lM = 2\pi\rho M,$$

car $l = 2\pi\rho$.

II. — Détermination expérimentale de l'intensité du champ.

5. **Intensité d'un champ magnétique.** — La méthode la plus simple, pour déterminer la direction de l'intensité d'un champ magnétique en un point, consiste à placer en ce point une aiguille aimantée. Comme on peut considérer comme certain qu'une aiguille aimantée porte à une extrémité une masse magnétique $+m$ et à l'autre une masse $-m$, il résulte, de la définition de l'intensité d'un champ, que l'aiguille aimantée s'orientera dans la direction de l'intensité du champ. L'aiguille aimantée détermine en outre le signe du champ. La direction indiquée par la pointe nord de l'aiguille est la direction positive du champ. Cette méthode présente l'inconvénient suivant : quand il

Digitized by Google

s'agit d'un champ magnétique dont le signe change rapidement, l'aiguille aimantée devient inutilisable. Si des précautions n'ont pas été prises, elle est trop paresseuse pour suivre un rapide changement de signe.

Pour déterminer la direction d'un tel champ, on emploie les méthodes suivantes :

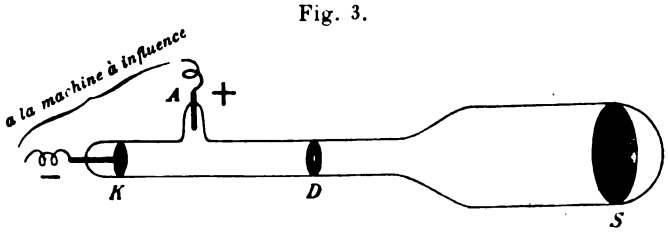
a. Méthode du petit barreau de fer. — Un petit barreau de fer, mobile en tous sens, se place dans la direction de l'intensité du champ au point considéré. S'il est écarté de cette direction, il est soumis à un couple qui tend à le ramener dans la direction du champ. Ce couple peut servir de mesure à la grandeur de l'intensité du champ au point considéré ([4]); il est d'ailleurs proportionnel à M^2.

Si le barreau est seulement mobile autour d'un axe, il n'indiquera, naturellement, que la grandeur et la direction de la composante de l'intensité située dans un plan normal à l'axe. Par exemple, avec un barreau suspendu à un fil de cocon, on mesurera la composante horizontale du champ.

b. La poudre ou la limaille de fer répandue sur une surface plane, une feuille de papier, forme des courbes dont la tangente en chaque point se confond avec la direction de l'intensité du champ en ce point.

c. Tube de Braun ([5]). — La figure 3 donne la forme de ce tube, dans

Fig. 3.



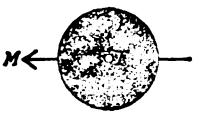
lequel on a fait le vide. K est la cathode, A l'anode, D un diaphragme circulaire, S un disque enduit d'une substance fluorescente.

Dans le faisceau de rayons cathodiques émis par la cathode K, qui est excitée par une machine à influence, le diaphragme D découpe un étroit pinceau, qui produit sur le disque S une tache lumineuse F. Si un champ magnétique agit normalement à l'axe du tube sur le faisceau de rayons cathodiques, la tache lumineuse est déplacée normalement à la direction du champ. Si la direction du champ est celle indiquée par la flèche dans la figure 4 (le disque est vu du côté opposé à la cathode), la tache lumineuse est déplacée dans la direction FF'. Si le

Digitized by Google

champ change de signe, la déviation du pinceau a lieu en sens contraire. La grandeur de la déviation est proportionnelle à la grandeur de l'intensité du champ. Le tube de Braun n'est utilisable qu'avec des

Fig. 4.



champs magnétiques intenses, comme ceux, par exemple, existant dans le voisinage de deux bobines coaxiales parcourues par un même courant (30*c*).

Il présente l'avantage d'être utilisable dans certains cas, à l'exclusion des autres méthodes, car le pinceau des rayons cathodiques suit chaque variation passagère du champ magnétique sans retard appréciable. La position de la tache donne une image absolument exacte, tant de la grandeur que de la direction du champ, au moment présent.

6. Intensité d'un champ électrique. — *a. Petit barreau de métal.* — Un petit barreau de métal, non chargé et mobile, se comporte dans un champ électrique comme un barreau de fer dans un champ magnétique. Il indiquera la grandeur et la direction de l'intensité du champ électrique en un point quelconque. Si le barreau est écarté de cette direction, le couple qui tend à l'y ramener détermine la grandeur du champ ([6]) et est proportionnel à E^2.

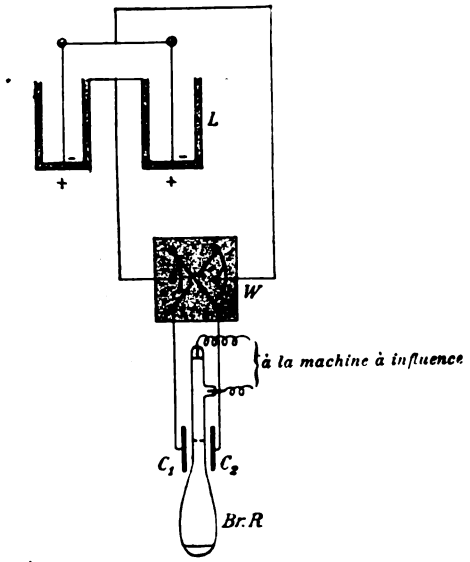
b. Par analogie avec l'expérience de la limaille de fer (5 *b*), on emploiera de la poudre conductrice ou semi-conductrice pour mettre en évidence, dans un plan, la direction du champ électrique. Le sulfate de quinine et le glyzin en suspension dans l'huile de térébenthine ([7]) conviennent fort bien. Ils donnent, dans un champ électrique un spectre analogue à celui qu'on obtient avec de la limaille de fer dans un champ magnétique. Il n'est cependant pas aussi simple d'obtenir, par ce moyen, une image nette d'un champ électrique que dans le cas d'un champ magnétique en utilisant la limaille de fer.

c. Tube de Braun. — L'expérience simple suivante montre comment le tube de Braun se comporte dans un champ électrique constant. Deux plaques de métal, parallèles et de même grandeur, c_1 et c_2 (*fig.* 5), peuvent être mises, par l'intermédiaire d'un commutateur W, en communication avec les deux armatures d'une batterie de Leyde chargée. Si la communication est établie, un champ électrique, sensi-

Digitized by Google

blement homogène, est créé entre les deux plateaux (*). Si, entre les deux plateaux, on interpose un tube de Braun, et si c_2 est reliée à l'armature positive et c_1 à la négative, le pinceau lumineux est dévié, vers la droite dans le cas de la figure 5. La déviation ne reste pas con-

Fig. 5.



stante et le pinceau revient peu à peu à sa direction primitive (**). Si, à l'aide du commutateur, on change le signe des charges des plaques, le pinceau lumineux est dévié vers la gauche, de la même quantité qu'il l'était primitivement vers la droite. Dans ce cas encore, la déviation diminue peu à peu. Si la tension entre les plateaux double ou triple, la déviation devient également deux ou trois fois plus grande.

Il résulte de ceci que :

1° Le sens de la déviation est opposé à celui de l'intensité du champ électrique; les rayons cathodiques se comportent donc comme des corps chargés négativement;

2° Au début, la grandeur de la déviation est proportionnelle à l'intensité du champ.

(*) On peut démontrer facilement qu'il en est ainsi, à l'aide d'un petit barreau de métal qu'on suspend au moyen d'un fil de cocon entre les deux plaques.

(**) Tourner très doucement la machine à influence.

Digitized by Google

Le fait, que la déviation ne reste pas constante et que le pinceau revienne peu à peu à sa position initiale, s'explique ainsi : le champ électrique est peu à peu détruit dans l'intérieur du tube par l'action des rayons cathodiques. C'est pour cette raison que le tube de Braun n'est pas utilisable, tel qu'il est décrit à 5 *c*, pour un champ électrique constant ([8]). S'il doit être utilisé dans ce cas, le diaphragme de verre D doit être remplacé par un diaphragme métallique semblable à ceux employés comme anode. Avec un tel tube, la déviation reste constante dans un champ électrique constant ([9]).

Dans le cas d'un champ électrique variable, le tube de Braun, tel qu'il est décrit dans 5 *c*, est utilisable si les variations du champ ont lieu assez rapidement pour que le retour du pinceau à sa direction primitive ne joue aucun rôle.

d. Courants électriques dans les conducteurs placés dans un champ électrique (*voir* 22).

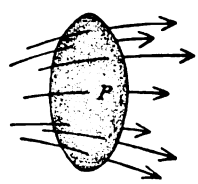
III. — Représentation graphique de l'intensité d'un champ.

7. Lignes d'intensité. — Si l'intensité d'un champ est connue dans tout un espace, on peut, à l'exemple de Faraday, construire une représentation très claire de ce champ.

a. Pour porter graphiquement la direction de l'intensité du champ dans tout un espace, on trace des lignes (lignes d'intensité) dont la tangente en chaque point se confond avec la direction de l'intensité du champ au point considéré.

Le signe du champ, c'est-à-dire la direction dans laquelle une

Fig. 6.



masse électrique positive serait entraînée, est représenté par une flèche tracée sur les lignes d'intensité.

b. Si, en un point quelconque de l'espace, l'intensité du champ est E ou M, on tracera en ce point suffisamment de lignes d'intensité pour représenter le nombre ES ou MS de ces lignes traversant une

Digitized by Google

surface de S centimètres carrés, cette surface étant normale aux lignes d'intensité du champ. En un mot, E ou M de ces lignes traversent 1^{cm^2}. Ainsi E ou M représentent toujours la densité des lignes d'intensité électrique ou magnétique.

8. Exemples (*). — *a*. Dans un champ homogène, les lignes d'intensité sont des droites qui, dans tout le champ, ont la même direction et sont équidistantes les unes des autres.

b. Dans un champ cylindrique, les lignes d'intensité sont des droites parallèles, mais leur écartement varie avec leur distance à l'axe du champ.

c. Dans un champ cyclique, les lignes d'intensité sont des cercles dont les centres sont situés sur l'axe du champ et dont le plan est normal à l'axe.

9. **Conclusions**. — Dans un champ homogène, dont l'intensité est E ou M, on considère une surface plane quelconque de S centimètres carrés, la normale à cette surface faisant avec la direction des lignes

Fig. 7.

d'intensité un angle ϑ (*fig.* 7); le nombre des lignes d'intensité qui traversent cette surface sera

$$= ES \cos\vartheta,$$
$$= MS \cos\vartheta.$$

Ceci est encore applicable à un champ quelconque non homogène, car on peut toujours considérer le champ comme homogène pour tous les points de cette surface, si la surface est suffisamment petite ([10]).

10. **Surfaces de niveau.** — Les surfaces qui sont en tout point normales aux lignes d'intensité se nomment *surfaces de niveau.*

(*) Les propositions de 8, 9, 10 et 11 résultent immédiatement de la définition donnée ou des règles de la Géométrie élémentaire, en se rappelant que, dans les environs immédiats d'un point, on peut considérer les lignes d'intensité comme des droites et le champ comme homogène.

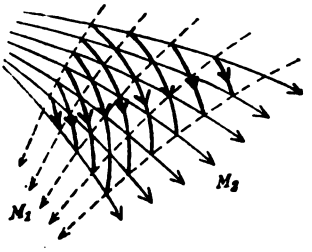
Digitized by Google

a. De cette définition et de celle de la tension il résulte que tous les points de cette surface ont même tension.

b. Exemple. — Les surfaces de niveau dans des champs homogènes, cylindriques ou cycliques, sont des plans. Dans les champs cycliques, les plans passent par l'axe du champ; dans les champs cylindriques, ils sont normaux à l'axe.

11. Composition et décomposition du champ. — Si, dans un même espace, deux champs existent simultanément, leurs lignes d'intensité étant correctement tracées relativement à leur densité, on obtiendra les lignes d'intensité du champ résultant E ou M de la manière suivante : dans les petits carrés ou parallélogrammes formés par les lignes d'intensité des deux champs composants, on trace les diagonales comme l'indique la figure 8. L'ensemble de ces diagonales

Fig. 8.



donne, en direction et en densité, les lignes d'intensité du champ résultant ([11]).

Par analogie, on décomposera et composera un nombre quelconque de champs.

IV. — Champ statique dans un milieu homogène.

12. Production d'un champ statique. — Le phénomène qui fait que, entre deux corps électrisés placés dans le voisinage l'un de l'autre, il s'exerce une certaine force (une petite sphère chargée positivement tend à s'écarter d'un corps chargé positivement), montre, d'après 1, qu'un corps électrisé crée dans son voisinage un champ électrique. De même, un aimant d'acier, corps contenant des masses magnétiques, surtout aux parties appelées *pôles,* crée un champ magnétique dans son voisinage.

Digitized by Google

Un tel champ, créé par des masses électriques ou magnétiques constantes, est considéré comme champ statique.

13. Trajet des lignes d'intensité. — Si les masses électriques ou magnétiques, qui créent le champ, se trouvent dans un milieu homogène, l'air par exemple, les règles qui déterminent le trajet des lignes d'intensité sont les suivantes :

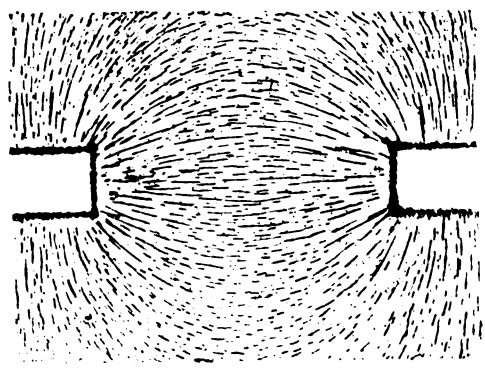
a. Toutes les lignes d'intensité électrique partent des corps chargés positivement pour aboutir aux corps chargés négativement. De même, les lignes d'intensité magnétique partent des masses magnétiques positives et aboutissent aux masses magnétiques négatives.

b. Dans un champ statique, les lignes d'intensité ne sont jamais des courbes fermées (*) ([12]).

c. Les corps porteurs de masses électriques peuvent être des conducteurs, et ceux porteurs de masses magnétiques des aimants d'acier. Tout ce qui précède subsiste. Les lignes d'intensité électrique partent ou aboutissent sur ces conducteurs électriques normalement à leur surface. Pour un champ magnétique, ceci n'est qu'approximatif. Les lignes d'intensité magnétique ne sont que sensiblement normales aux surfaces des corps magnétiques.

A l'aide de ces règles, on se représente le trajet des lignes d'intensité. La figure 9 représente les lignes d'intensité du champ magnétique existant entre deux barreaux aimantés.

Fig. 9.



d. De *c* et de **10** il résulte, pour les champs statiques, que tous les

(*) Un cercle par exemple (8 *c*).

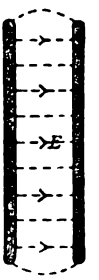
Digitized by Google

points de la surface d'un conducteur chargé ont même tension. Cette tension commune est appelée *tension du conducteur*.

14. Exemples. — *a. Sphère.* — De **13** *c* et des principes de la symétrie il résulte : les lignes d'intensité d'une sphère conductrice électrisée sont des droites passant par le centre de la sphère. La densité de ces lignes, à une même distance du centre, doit être la même.

b. Condensateur. — Le condensateur le plus simple est celui composé de deux plateaux métalliques parallèles, voisins l'un de l'autre, électrisés l'un positivement, l'autre négativement. Les lignes d'in-

Fig. 10.



tensité partent normalement de la plaque positive et aboutissent normalement à la plaque négative. Dans l'espace compris entre les deux plateaux, les lignes ne peuvent guère suivre des directions différentes. Elles restent parallèles et sont normales aux plateaux.

C'est d'ailleurs ce que montre l'expérience **6** *c*.

Par le procédé **6** *a*, ou par le calcul, on voit que :

1° Le champ entre les deux plateaux est homogène, sauf dans le voisinage de la périphérie des plateaux. Les lignes d'intensité entre les deux plateaux sont équidistantes les unes des autres.

2° L'intensité du champ en dehors de l'espace compris entre les deux plateaux est très faible. Les lignes d'intensité qui partent ou aboutissent aux surfaces extérieures des plateaux sont en petit nombre. Les lignes d'intensité sont donc circonscrites dans l'espace compris entre les deux plateaux.

15. Densité des lignes d'intensité. Constante diélectrique. Perméabilité. — *a.* La relation qui existe entre le nombre des lignes d'intensité émanant de masses électriques ou magnétiques et ces mêmes masses peut être calculée pour un milieu déterminé. Le

Digitized by Google

nombre J_e des lignes d'intensité électrique, qui partent d'une masse électrique ou qui aboutissent sur elle, est proportionnel à cette masse électrique e. Il en est de même pour le nombre J_m des lignes d'intensité magnétique, relativement à une masse magnétique m.

On peut donc écrire

$$J_e = \alpha e,$$
$$J_m = \beta m,$$

α et β étant des facteurs de proportionnalité.

b. L'expérience montre qu'une sphère, par exemple, chargée d'une masse électrique déterminée, émet des lignes d'intensité en nombre variable selon qu'elle est dans l'air, dans l'huile ou une autre substance isolante. α et β sont donc variables avec les milieux; dans un de ces milieux ce sont cependant des constantes.

c. On peut poser

$$\alpha = \frac{1}{\varepsilon}, \qquad \beta = \frac{1}{\mu};$$

ε est la constante diélectrique du milieu, μ la perméabilité du milieu. En remplaçant α et β dans les égalités precédentes, on obtient

$$\varepsilon J_e = e,$$
$$\mu J_m = m.$$

d. Dans la Table I, à la fin du Tome II, on trouvera les constantes diélectriques pour les milieux les plus importants. Cette Table donne $\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$ (ε_0 étant la constante diélectrique du vide, qui est à peu près égale à celle de l'air). La valeur de ε_0 dépend du choix du système de mesure (*).

Pour les constantes diélectriques des conducteurs, on se reportera à **68** *a*.

e. La perméabilité de la plupart des corps s'écarte peu de la perméabilité μ_0 de l'air; elle est tantôt un peu plus grande, tantôt un peu plus petite. Les corps de cette catégorie sont appelés *diamagnétiques*. Le fer, l'acier, le nickel, le cobalt sont des exceptions. Ce sont des corps *ferromagnétiques*. Leur perméabilité est infiniment supérieure

(*) Dans le système de mesure électromagnétique absolu, on a posé arbitrairement $4\pi\mu_0 = 1$, $4\pi\varepsilon_0 = \frac{1}{9.10^{20}}\left(\frac{\text{sec}}{\text{cm}}\right)^2$. Ce système porte, lorsque la longueur, la masse et le temps sont exprimés en centimètre, gramme et seconde, le nom de système C.G.S.

Digitized by Google

à celle de l'air; elle varie beaucoup avec les matériaux, et aussi avec l'intensité du champ.

La perméabilité du fer doux peut devenir 3000 fois, et dans certains cas exceptionnels 4600 fois, plus grande que celle de l'air. Celle de la fonte est d'environ 300 fois celle de l'air.

16. Induction électrique et magnétique. — *a*. Une sphère métallique isolée est chargée d'une masse électrique e. Autour de cette sphère on place une seconde sphère concentrique plus grosse de surface S; le nombre J_e des lignes d'intensité qui traversent la surface S sera, d'après **7** *b* et **14** *a*,

$$J_e = ES;$$

or, d'après **15** *c*,

$$\varepsilon J_e = e,$$

donc

$$\varepsilon ES = e.$$

Si, dans les mêmes conditions, une masse magnétique m avait été répartie sur la sphère, on aurait l'égalité

$$\mu MS = m.$$

Il est d'usage de représenter les grandeurs εE et μM d'une manière particulière. On pose

$$\varepsilon E = \mathfrak{E},$$
$$\mu M = \mathfrak{M};$$

$\mathfrak{E}$ est l'induction électrique et $\mathfrak{M}$ l'induction magnétique ([13]). Les égalités précédentes deviennent

$$(1) \qquad \begin{cases} \mathfrak{E}S = e, \\ \mathfrak{M}S = m. \end{cases}$$

b. On peut représenter graphiquement l'induction électrique ou magnétique par des lignes, tout comme l'intensité d'un champ. On appelle ces lignes *lignes d'induction magnétique ou électrique,* ou encore *lignes de force*. Leurs relations avec les lignes d'intensité se déduisent de *a*. Comme E et $\mathfrak{E}$, M et $\mathfrak{M}$ ne diffèrent que par les facteurs ε ou μ, on peut déduire les lignes d'induction des lignes d'intensité, en augmentant la densité des lignes d'intensité dans le rapport de $\frac{\varepsilon}{1}$ ou de $\frac{\mu}{1}$. La direction des lignes d'intensité et d'induction est la même; les densités seules diffèrent.

Digitized by Google

Tout ce qui a été dit au sujet des lignes d'intensité, dans **8** et **14**, est applicable aux lignes d'induction.

c. L'avantage de l'emploi des lignes d'induction, sur celui des lignes d'intensité, se voit immédiatement. Dans les relations précédentes, $\mathfrak{E}S$ ou $\mathfrak{M}S$ représentent le nombre des lignes d'induction électrique ou magnétique. $\mathfrak{E}$ ou $\mathfrak{M}$ représentent la densité des lignes d'induction électrique ou magnétique, tout comme E ou M représentent celle des lignes d'intensité (**7** *b*).

Pour représenter le nombre des lignes d'induction, on emploie les notations Q_e et Q_m.

Les égalités (1) deviennent

$$(2)\ (^{15})\qquad \begin{cases} Q_e = e, \\ Q_m = m. \end{cases}$$

Ces égalités ne sont pas seulement applicables au cas particulier traité ici, mais, comme le montre la théorie, au cas général.

Si un corps est porteur d'une masse électrique $+e$, e lignes d'induction électrique émanent de lui. Si un corps est porteur d'une masse magnétique $+m$, m lignes d'induction magnétique émanent de lui ([15]). Ceci est également vrai pour l'aboutissement des lignes d'induction, si les masses électrique ou magnétique sont négatives.

d. Le nombre de lignes d'induction électrique ou magnétique qui aboutissent sur une surface est appelé *flux d'induction* à travers cette surface.

e. Exemple. — *Champ électrique d'une sphère chargée.* — Soit une sphère chargée d'une masse électrique $+e$. On imagine une deuxième sphère concentrique, de rayon r et de surface S, sur laquelle l'intensité électrique ait partout la même grandeur et la même direction (**14** *a*).

D'une part, le flux d'induction qui traversera cette surface sera, d'après *a*, égalité (1),

$$Q_e = \mathfrak{E}S = \varepsilon E 4\pi r^2,$$

ε étant la constante diélectrique du milieu dans lequel se trouve la sphère chargée.

D'autre part, d'après l'égalité (2),

$$Q_e = e;$$

donc

$$E = \frac{e}{4\pi\varepsilon r^2}.$$

L'intensité du champ électrique est ainsi directement proportion-

Digitized by Google

nelle à la charge électrique e, et inversement proportionnelle au carré de la distance et à la constante diélectrique du milieu.

17. Capacité d'un condensateur. — *a.* Les plateaux d'un condensateur ont une surface S. Ils sont écartés à une distance l, et portent une charge électrique $\pm e$.

Soient $\mathcal{V}$ la tension entre les deux plateaux et ε la constante diélectrique du milieu compris entre les deux plateaux.

D'une part,

$$e = Q_e = \mathfrak{E} S = \varepsilon E S;$$

Q_e est le nombre de lignes d'induction qui vont du plateau positif au plateau négatif.

D'autre part, le champ électrique entre les deux plateaux étant sensiblement homogène, on a (4 *a*)

$$E = \frac{\mathcal{V}}{l}.$$

Donc

$$e = Q_e = \frac{S\varepsilon}{l}\mathcal{V}$$

ou

$$(1) \qquad e = c\mathcal{V},$$

en posant

$$(2) \qquad c = \frac{S\varepsilon}{l} \quad (^{16});$$

c est la *capacité* du condensateur. C'est le nombre de lignes d'induction qui vont du plateau + au plateau —, la tension entre les deux plateaux étant égale à l'unité.

b. Pour avoir un condensateur de grande capacité, il suffit de se reporter à l'égalité (2). On devra prendre une couche isolante ayant une grande constante diélectrique, donner aux plateaux une grande surface, et réduire le plus possible leur distance.

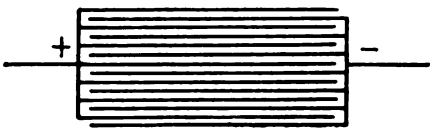
Pour réduire l'encombrement du condensateur, provenant de la grande surface nécessaire à la capacité, on substitue au modèle précédent l'un des deux suivants : soit la bouteille de Leyde (*fig.* 5), soit le modèle représenté à la figure 11.

Comme le montre la Table I, on pourrait choisir l'eau comme isolant de grande constante diélectrique. Dans les condensateurs pour lesquels on exige une grande capacité, un isolement parfait et une grande

Digitized by Google

résistance aux étincelles (*) de haute tension, on utilise l'eau, mais seulement dans ce cas particulier. Généralement on utilise la paraffine, sous forme de papier ou carton paraffiné, le verre (**), le mica,

Fig. 11.



ou plutôt du mica préparé en plaques appelées micanite, ou enfin l'ébonite (***).

En réduisant l'épaisseur de la couche isolante, on diminue la résistance du diélectrique au jaillissement des étincelles et la hauteur de la tension à laquelle le condensateur peut résister. Pour les tensions qui ne dépassent pas quelques centaines de volts, on emploie généralement un papier mince trempé dans de la paraffine fondue. La figure 11 représente un condensateur à papier. Pour les tensions de 5000 à 10000 volts, l'épaisseur de la couche isolante doit être d'au moins quelques millimètres, même si l'on emploie d'excellentes matières comme le flint ou la micanite.

c. L'unité pratique de capacité est *le farad,* ou mieux le $\frac{1}{1000000}$ de farad ou *microfarad.* La capacité d'une bouteille de Leyde moyenne est de l'ordre de $\frac{1}{1000}$ de microfarad. Les condensateurs à papier peuvent, sans avoir de trop grandes dimensions, atteindre une capacité de quelques microfarads.

18. Capacité d'un conducteur. — *a*. Un conducteur chargé d'une masse électrique $+e$ est placé dans un milieu homogène; si la charge de ce conducteur croît ou décroît dans le rapport $\frac{1}{k}$, la direction des lignes d'induction électrique ne change pas, mais leur densité croît ou décroît dans le rapport $\frac{1}{k}$ ([17]). L'intensité du champ électrique (**16**)

(*) Tous les isolants sont traversés par l'étincelle dès que la densité des lignes d'induction dépasse une certaine limite.

(**) Ou mieux du flint anglais.

(***) Les huiles ne sont pas à employer dans beaucoup de cas, malgré les avantages qu'elles présentent tant au point de vue de leur pouvoir isolant que de leur résistance au passage de l'étincelle; car la charge des plateaux se communique à l'huile, et par suite de la mobilité de cette dernière produit des courants.

Digitized by Google

et la tension sur le conducteur (**3** et **13** *d*) varient aussi dans le même rapport. Il en résulte que la tension électrique d'un conducteur est, toutes choses égales d'ailleurs, proportionnelle à la masse électrique de ce conducteur.

On peut écrire, comme dans (**17**), égalité (1),

$$e = c\mathcal{V}. \tag{1}$$

Le facteur de proportionnalité c est appelé *capacité du conducteur*. Cette capacité est donc d'autant plus grande que la masse électrique est plus forte pour une tension donnée, ou que ce corps émet pour une tension donnée plus de lignes d'induction électrique.

b. Exemple. — *Capacité d'une sphère*. — La capacité d'une sphère isolée est, comme l'indique la théorie,

$$4\pi\varepsilon R,$$

R étant le rayon et ε la constante diélectrique du milieu dans lequel se trouve la sphère.

Si la sphère est dans l'air (**15** *d*),

$$c = 4\pi\varepsilon_0 R \ (^*).$$

c. Un conducteur se trouve successivement dans des milieux de constantes diélectriques ε_1, ε_2, ε_3, ... Soient c_1, c_2, c_3, ... les capacités correspondantes. On a

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}, \tag{2}$$

c'est-à-dire que la capacité d'un conducteur est proportionnelle à la constante diélectrique du milieu environnant.

La démonstration s'appuie sur ce que ([18]) la direction des lignes d'induction électrique, qui partent d'un corps placé dans un milieu homogène, est indépendante de la constante diélectrique de ce milieu. Si un conducteur, possédant une charge électrique déterminée, est placé successivement dans deux milieux, le nombre des lignes d'induction (**16** *c*) qui en partent ou y aboutissent est le même dans les deux cas; par suite, la densité des lignes d'induction dans les

---

(*) Dans le système C.G.S. on a (nota de 15 *d*)

$$c = \frac{R}{9.10^{20}}.$$

Pour une sphère d'une capacité de 1 microfarad, on doit avoir $\frac{R}{9.10^{20}} = \frac{1}{10^{15}}$ (49) ou $R = 9.10^3$ cm $= 9^{km}$.

Digitized by Google

deux milieux est aussi la même. De ceci résulte (**16** *b*) : en un même point, la valeur de l'induction électrique $\mathfrak{E} = \varepsilon E$ dans les deux milieux doit être la même. En un même point, dans les deux milieux, les intensités E_1 et E_2 du champ électrique sont telles que

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}.$$

Les intensités du champ électrique dans les deux milieux, et par suite les tensions du conducteur, sont donc, pour une même charge de ce conducteur, en raison inverse des constantes diélectriques des deux milieux.

d. En se basant sur ce qui a été dit dans **3** au sujet de la tension, on peut énoncer la proposition suivante, que l'on pourrait d'ailleurs démontrer élémentairement :

Si un conducteur électrisé est approché d'un autre conducteur électrisé, la tension du premier corps s'accroît si les deux corps sont chargés d'électricité de même signe, et diminue dans le cas contraire ([19]). On comprend, dans ce cas, quelles relations existent entre la capacité du premier corps, sa charge et sa tension. La capacité d'un conducteur électrisé croît ou décroît, selon qu'on approche de lui un autre conducteur chargé d'électricité de signe contraire ou de même signe.

V. — Champ statique dans un milieu non homogène.

19. Trajet des lignes d'induction. — *a*. La direction des lignes d'induction magnétique peut changer complètement, si l'on introduit dans le champ des corps de perméabilité très différente, des corps ferromagnétiques surtout. Il se produit, dans le champ électrique, des changements significatifs dans la direction des lignes d'induction, lorsqu'on introduit des corps dont la constante diélectrique est beaucoup plus grande que celle de l'air. Ceci est applicable en premier lieu aux conducteurs, qui se comportent dans ce cas comme si leur constante diélectrique était infiniment grande.

b. Les changements qu'apportent le fer dans un champ magnétique et un conducteur dans un champ électrique sont caractérisés de la manière suivante :

1° Les lignes d'induction magnétique convergent vers la masse de fer. Les lignes d'induction électrique se comportent de même vis-à-vis des conducteurs.

2° Les lignes d'induction magnétique y aboutissent comme sur la

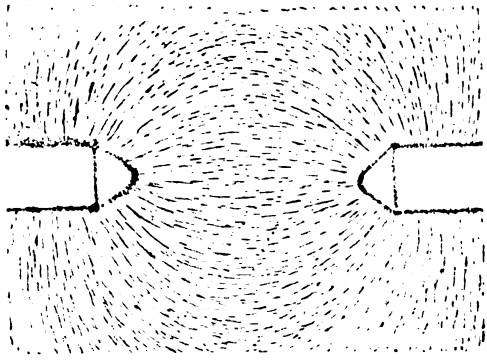
Digitized by Google

surface des corps ferromagnétiques, c'est-à-dire sensiblement normalement à leur surface ([20]). De même les lignes d'induction électrique aboutissent normalement à la surface des conducteurs. Il y a, en ce point, une analogie complète entre les champs électrique et magnétique. On déduira des champs magnétiques ce qui a rapport aux champs électriques, en remplaçant les expressions masse magnétique, champ magnétique, par masse électrique, champ électrique, corps ferromagnétique par conducteur.

c. Dans un cas cependant, les conducteurs dans un champ électrostatique se comportent différemment des corps ferromagnétiques dans un champ magnétique. Les lignes d'induction magnétique, en effet, pénètrent dans les corps ferromagnétiques, tandis que les lignes d'induction électrique ne pénètrent pas dans les conducteurs. A l'intérieur du conducteur, il n'existe pas de champ électrostatique.

20. Exemple de lignes d'induction. — *a. Les figures suivantes représentent des champs magnétiques.* — Elles ont été obtenues par la méthode indiquée dans **5** *b*. Les champs magnétiques ont été créés par des barreaux aimantés, analogues à ceux de la figure 9. Si l'on compare les figures 12 et 13 à la figure 9, on voit que, à l'aide de

Fig. 12.

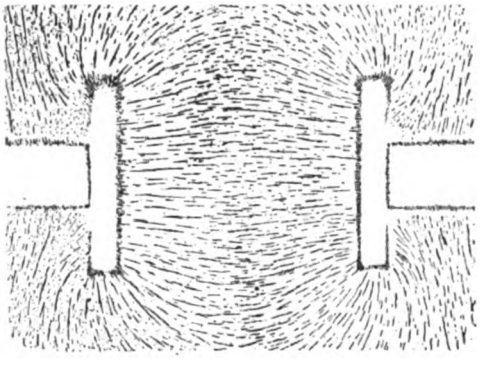


pièces de fer, on peut à volonté disperser le champ ou le transformer en champ presque homogène. La comparaison des figures 14 et 15 avec la figure 13 montre que les lignes d'induction d'un champ homogène convergent vers les masses de fer placées dans ce champ. Dans la figure 14, on a placé un petit barreau de fer de section rectangulaire, et dans la figure 15 un anneau de fer. A l'intérieur de cet anneau, la limaille de fer n'a pas formé de lignes; le champ magné-

Digitized by Google

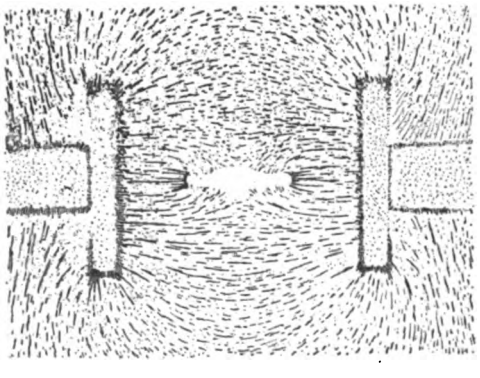
tique y a donc une très faible intensité. Ceci tient à ce que les lignes d'intensité sont presque exclusivement concentrées dans le fer de l'anneau et se trouvent par suite écartées du centre de l'anneau (*).

Fig. 13.



Sur toutes ces figures, on peut se rendre compte que les lignes d'induction magnétique sont sensiblement normales à la surface des fers. Les figures de 12 à 15 ont une importance particulière, car elles mon-

Fig. 14.



trent qu'il est possible, à l'aide de masses de fer, de concentrer les ignes d'induction d'un champ magnétique dans un espace déterminé

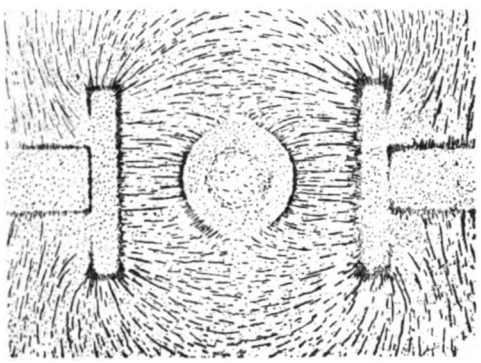
(*) Ce phénomène est souvent désigné sous le nom d'*action protectrice du fer* (écran magnétique).

Digitized by Google

ou de les en écarter; autrement dit, on peut façonner un champ magnétique comme le montrent les tracés ci-joints.

b. Dans le domaine électrique, l'exemple suivant a une grande importance. On considère un condensateur dont une armature est chargée d'une masse électrique $+e$. D'après **19** *b*, les lignes d'induction sortant de l'armature chargée convergent sur le conducteur le plus voisin; elles courent donc, en premier lieu, dans l'espace com-

Fig. 15.



pris entre les deux plateaux. Comme elles sortent normalement à la surface du plateau chargé, elles doivent aboutir normalement à la surface du plateau non chargé. Le trajet des lignes d'induction, entre les deux plateaux, est donc sensiblement le même que si le second plateau était chargé négativement. Pour ce plateau, tout se passe comme si sa face intérieure portait une charge $-e$.

21. Nombre des lignes d'induction et masse électrique ou magnétique. — *a*. L'égalité (2) de **16**

$$Q_m = m$$

est aussi applicable, dans ses conséquences, pour un milieu non homogène.

b. La relation

$$Q_e = e,$$

du domaine électrique, est aussi applicable pour un milieu non homogène.

Le fait que (**19** *b*), dans un champ électrique, les lignes d'induction électrique partent et aboutissent normalement à la surface d'un con-

Digitized by Google

ducteur non chargé n'est pas une contradiction. Il suffit de supposer qu'un corps non chargé possède autant de masses électriques positives que négatives. Relativement à l'influence du champ, on admet une certaine répartition des masses positives et négatives; les positives sont réunies aux points d'où partent les lignes d'induction, et les négatives aux points où elles aboutissent.

c. Cas particulier. — Si l'on considère le champ électrique créé par deux conducteurs chargés, l'un d'une masse électrique $+e$, l'autre d'une masse électrique $-e$, la théorie ([21]), cas analogue à celui de **18** *a*, montre que :

1° La direction des lignes d'induction électrique dépend seulement de la forme des conducteurs et non pas de la valeur $\pm e$ de la charge.

2° Si la charge croît ou décroît dans le rapport $\frac{1}{k}$, en tous les points du champ la densité des lignes d'induction varie dans le rapport $\frac{1}{k}$. Ceci est vrai, que les deux conducteurs se trouvent dans un milieu homogène ou non.

VI. — Le courant électrique.

22. Le courant électrique et l'intensité du champ. — On suppose qu'à l'aide d'une machine électrostatique, ou d'un autre moyen quelconque, on ait créé dans des conducteurs un champ électrique; cette modification des conducteurs est due à ce qu'on nomme *un courant électrique.* On imagine qu'il existe dans tout conducteur des masses électriques mobiles, et que les masses positives sont en aussi grand nombre que les masses négatives; il résulte de cette hypothèse, d'accord avec l'expérience, que :

a. Dès qu'un champ électrique existe dans un conducteur, une force s'exerce (d'après **1**) sur les masses électriques. L'effet de cette action est le courant électrique.

b. D'après **1**, les masses électriques positives se déplacent suivant les lignes d'intensité. Les masses négatives se déplacent en sens contraire. Si l'on représente par $\mathfrak{S}$ la masse électrique positive qui traverse en une seconde une surface de 1^{cm^2} dans une certaine direction, ou la masse négative qui la traverse en sens contraire, on dit que $\mathfrak{S}$ est le courant au point considéré du conducteur.

c. Il est vraisemblable, d'après cette conception, que si le courant $\mathfrak{S}$ devient plus grand, toutes choses égales d'ailleurs, l'intensité du

Digitized by Google

champ devient aussi plus grande en ce point. L'expérience montre que le courant est proportionnel à l'intensité du champ.

On peut écrire

$$\mathfrak{S} = \sigma E;$$

σ, comme ε ou μ, est un facteur de proportionnalité propre à la nature du conducteur; c'est le *pouvoir conducteur* ou la *conductibilité* du conducteur considéré.

Dans la Table III, on trouve les pouvoirs conducteurs de différents corps rapportés à celui du mercure σ_{Hg}.

Pour tous les isolants $\sigma = 0$, donc aussi $\mathfrak{S} = 0$: dans les isolants il n'y a pas de courant électrique.

d. Pour se faire une idée du courant dans un conducteur, on emploie les lignes de courant, qui jouent par rapport à $\mathfrak{S}$ le même rôle que les lignes d'intensité par rapport à E ou (7) à M. Les lignes de courant ont donc même direction que les lignes d'intensité électrique, mais une densité différente. Pour une même intensité de champ, les lignes de courant dépendent de la nature du conducteur, siège du courant.

e. On désignera le nombre des lignes de courant qui traversent une surface ([22]) par le signe Q_s, correspondant à Q_e et Q_m employés dans **16***c*. Si Q_s lignes de courant traversent une surface, on dira que le courant à travers cette surface est Q_s. On emploiera souvent la lettre *i* pour désigner le courant.

L'unité pratique de courant est *l'ampère*. C'est à peu près le courant qui traverse une lampe à incandescence de 32 bougies et 120 volts.

23. **Courant électrique et charge électrique.** — *a.* Si un courant électrique *i* s'écoule dans un conducteur non chargé et n'en sort pas; si par exemple Q_s lignes de courant entrent dans le conducteur et qu'aucune n'en sorte, il y a d'après **22** un excédent de masses positives sur le conducteur, et celui-ci doit posséder une charge d'électricité positive (*). L'augmentation de charge positive que le conduc-

(*) D'après la représentation donnée dans 21 *b* et 22, un conducteur est chargé positivement quand la masse électrique positive l'emporte sur la masse électrique négative, soit qu'on apporte des masses électriques positives, soit qu'on enlève des masses négatives. La grandeur de la charge positive est égale à la masse électrique positive que contient le conducteur, diminuée de la masse négative qui se trouve sur lui.

Digitized by Google

teur reçoit en une seconde, ou encore la vitesse avec laquelle la charge s'accroît, est égale à Q_s.

Cette augmentation de la charge électrique a comme conséquence une augmentation du nombre des lignes d'induction électrique qui émanent du conducteur.

Si Q_s lignes de courant aboutissent sur un conducteur, la vitesse avec laquelle sa charge et le nombre des lignes d'induction s'accroissent est égale à Q_s; ou encore

$$e' = Q'_c = Q_s = i,$$

si, ici comme dans la suite, on indique la vitesse d'accroissement d'une grandeur par un accent ([23]).

Si des lignes de courant sortent d'un conducteur et qu'aucune n'y pénètre, les vitesses d'accroissement de Q_c et de e représentées par $-Q'_c$ et $-e'$ seraient

$$i = Q_s = -e' = -Q'_c.$$

b. Dans le cas le plus général, où un courant électrique i_1 entre dans un conducteur et où un courant i_2 en sort, c'est-à-dire que Q_{s1} lignes de courant y pénètrent et Q_{s2} en sortent, on a

$$e' = Q'_c = Q_{s1} - Q_{s2} = i_1 - i_2.$$

24. Courant stationnaire. — Un courant stationnaire est un courant de grandeur et de direction constantes.

a. Dans les courants stationnaires, les lignes de courant sont des courbes fermées. En effet, si des lignes de courant se terminaient en un point du conducteur, elles y accumuleraient une charge électrique, ce qui est incompatible avec la définition.

b. Si l'on décompose un courant stationnaire i en deux parties i_1 et i_2, on a

$$i_1 + i_2 = i.$$

25. Circuit de courant linéaire stationnaire. — Un circuit de courant linéaire stationnaire est un circuit tel que l'ensemble des lignes de courant forme un anneau dont les dimensions de la section soient faibles par rapport à celles du développement de l'anneau. Ce cas très simple se présente quand un fil conducteur, en forme de cercle, est plongé dans l'air ou un autre isolant, et qu'il est parcouru par un courant.

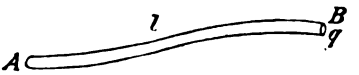
a. Les différentes sections d'un tel fil sont traversées par le même nombre de lignes de courant; car, d'après **24**, aucune ligne de courant ne se termine dans le fil, et, d'après **22** *c*, aucune ne peut sortir du

Digitized by Google

fil dans l'isolant. Dans un circuit du courant linéaire stationnaire, le courant est le même en tous les points du conducteur.

b. On admet que le fil a partout la même section. Le cas le plus important est celui où l'ensemble des lignes de courant et l'axe du fil

Fig. 16.



sont parallèles. Si le courant est stationnaire, la densité des lignes de courant est la même dans toutes les sections du fil.

D'après 22 *c*, il en est de même pour l'intensité du champ électrique E le long du fil. Soient i le courant à travers le fil, Q_s le nombre de lignes de courant dans le fil et q une section normale à l'axe du fil. On a

$$i = Q_s = q\mathfrak{S} = q\sigma E. \tag{1}$$

On peut appliquer cette formule, soit à un segment du circuit, soit au circuit tout entier.

1° Pour un segment AB de longueur l, la tension entre les deux extrémités sera (4 *a*)

$$\mathfrak{V} = lE,$$

d'où

$$E = \frac{\mathfrak{V}}{l}.$$

En remplaçant dans (1) on a

$$i = \frac{\mathfrak{V}}{w}, \tag{2 a}$$

en posant

$$w = \frac{l}{q\sigma}. \tag{3 a}$$

2° Pour un circuit complet de longueur l, et dont la FEM $= \mathcal{E}$, on a

$$\mathcal{E} = lE,$$

d'où

$$E = \frac{\mathcal{E}}{l};$$

donc

$$i = \frac{\mathcal{E}}{w}, \tag{2 b}$$

Digitized by Google

en posant

$$(3\ b) \qquad w = \frac{l}{q\sigma}.$$

La grandeur w est la résistance du segment de circuit considéré ou du circuit entier. Les égalités (2 a) et (2 b) ont reçu le nom de *loi de Ohm*.

c. Si le circuit linéaire n'a pas partout la même section transversale, les relations (2 a) et (2 b) sont encore applicables. Le courant est encore proportionnel à la tension ou à la FEM. Les relations (3), relatives à la résistance w, ne sont plus valables.

d. Pour un circuit dont la section transversale est très grande en comparaison de la longueur, ce qui vient d'être dit ne subsiste pas d'une façon absolue, mais peut cependant servir de guide. On suppose que le circuit total est décomposé en tubes de telle manière que :

1° Chaque tube soit limité par des lignes de courant;

2° Chaque tube ait une section si petite qu'il puisse être considéré comme un circuit linéaire.

A chacun de ces tubes on peut appliquer les relations des circuits linéaires. On en déduit le courant dans chaque tube et, par suite, dans le circuit total.

e. L'unité pratique de résistance est *l'ohm*. Si, dans l'égalité (2), $\mathcal{V}$ ou $\mathcal{E}$ sont des volts, i des ampères, w est alors exprimé en ohms.

La Table IV, à la fin du Tome II, donne en ohms par mètre les résistances des fils de cuivre.

26. Exemple. — *Bifurcation de courant linéaire*. — *a*. Un circuit linéaire stationnaire est partagé, entre deux points A et B, en deux circuits. Les résistances de chacun de ces circuits sont w_1 et w_2, les courants sont i_1 et i_2. D'après **25**, égalité (2 a), on a

$$i_1 = \frac{\mathcal{V}}{w_1}, \qquad i_2 = \frac{\mathcal{V}}{w_2},$$

$\mathcal{V}$ étant la tension entre les points A et B.

Donc

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{w_2}{w_1}$$

ou

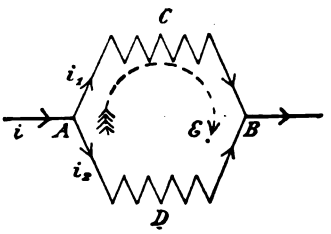
$$(1) \qquad i_1 w_1 - i_2 w_2 = 0.$$

b. On considère maintenant un circuit ABCD, partagé en deux branches, et une FEM $\mathcal{E}$ agissant dans la direction de la flèche. On

Digitized by Google

suppose, par exemple, un élément galvanique d'une FEM $= \mathcal{E}$ dans l'une des branches. Si aux courants $\overline{i_1}$ et $\overline{i_2}$, provenant de la tension $\mathcal{V}$

Fig. 17.



entre A et B, on superpose un courant i_0 produit par la FEM $\mathcal{E}$ (*), pour lequel, d'après 25, égalité (2 *b*),

$$(2) \qquad i_0 = \frac{\mathcal{E}}{w_1 + w_2},$$

on aura pour le courant total i_1 ou i_2 dans chaque branche

$$i_1 = \overline{i_1} + i_0,$$
$$i_2 = \overline{i_2} - i_0.$$

Des égalités (1) et (2) il résulte

$$(3) \qquad i_1 w_1 - i_2 w_2 = \mathcal{E}.$$

27. Le circuit magnétique analogue au circuit de courant linéaire stationnaire. — On appelle *circuit magnétique* un espace en forme d'anneau, limité par des lignes d'induction magnétique et rempli de telles lignes. Il est considéré comme linéaire, si les dimensions de sa section sont faibles vis-à-vis de son développement. Un tel circuit magnétique peut être créé par un barreau de fer, fermé en forme d'anneau, et renfermant en lui un champ magnétique parallèle à l'axe du barreau (32 *c*).

Le flux d'induction magnétique Q_m, qui traverse une section transversale q normale aux lignes d'induction, sera

$$(1) \qquad Q_m = q\mathfrak{M} = q\mu M \ (16).$$

(*) Dans la définition de la FEM de 3, il n'est question que de la FEM prise le long d'une courbe fermée; la remarque suivante permet de généraliser; si l'on introduit un élément galvanique dans un circuit quelconque, la FEM le long de ce circuit est augmentée de la valeur $\mathcal{E}$.

Digitized by Google

a. Pour un circuit linéaire magnétique, ces relations peuvent, comme dans 25 *b*, être mises sous la forme suivante,

$$(2\ a) \qquad Q_m = \frac{\mathfrak{V}_m}{w_m},$$

$$(3\ a) \qquad w_m = \frac{l}{q\mu},$$

et cela pour un segment de circuit magnétique de longueur l, de perméabilité μ, et entre les extrémités duquel la tension magnétique est $\mathfrak{V}_m$. w_m joue le même rôle que la résistance et est appelée *la résistance magnétique du segment considéré.*

Pour le circuit magnétique, on a

$$(2\ b) \qquad Q_m = \frac{\mathfrak{M}}{w_m},$$

$$(3\ b) \qquad w_m = \frac{l}{q\mu},$$

où l représente la longueur totale du circuit magnétique, q sa section, μ supposé constant sa perméabilité magnétique, $\mathfrak{M}$ la FMM le long du circuit, et w_m la résistance magnétique. Il existe, entre le flux d'induction magnétique, la tension magnétique ou FMM et la résistance magnétique, une relation analogue à celle existant entre le courant électrique, la tension électrique ou FEM et la résistance. On appelle cette relation *la loi de Ohm pour les circuits magnétiques.* Bien qu'il n'y ait qu'une analogie de forme, cette relation rend service dans beaucoup de cas.

b. Si la section du circuit magnétique est grande vis-à-vis de son développement, on ne peut plus considérer le circuit comme linéaire. On décompose, comme dans 25 *d*, le circuit magnétique en circuits linéaires et on leur applique les relations (2) et (3). Dans le cas particulier où la FMM est la même le long de toutes les lignes d'induction du circuit magnétique et égale à $\mathfrak{M}$, on a encore pour le flux d'induction Q_m la relation

$$Q_m = \frac{\mathfrak{M}}{w_m}.$$

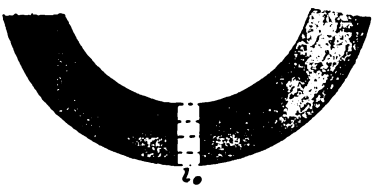
Le facteur de proportionnalité w_m, dit *résistance magnétique du circuit magnétique total non linéaire,* n'est pas donné par la relation (3 *b*).

c. Par analogie avec 26 *a* on voit que, dans les bifurcations d'un circuit magnétique, le flux d'induction magnétique se partage dans les deux circuits en raison inverse des résistances magnétiques.

Digitized by Google

d. Soit un barreau de fer de section q, de perméabilité μ, de longueur l, formant un anneau presque fermé et présentant une coupure de largeur l_0, remplie d'une substance non ferromagnétique, de l'air par exemple (perméabilité μ_0). A l'intérieur de ce barreau existe un champ magnétique dont les lignes d'induction sont parallèles à l'axe.

Fig. 18.



Il en est de même des lignes d'induction dans la coupure, car elles doivent sortir du barreau et y rentrer normalement aux faces de la coupure.

La résistance magnétique de ce circuit magnétique se partage en deux parties :

1° La résistance magnétique de l'anneau de fer $w_m = \frac{l}{q\mu}$;

2° La résistance magnétique de la coupure $w_{m_0} = \frac{l_0}{q\mu_0}$.

La perméabilité μ du fer est beaucoup plus grande que celle μ_0 de l'air. Pour une coupure, même étroite, w_{m_0} peut être beaucoup plus grande que w_m. Dans ce cas, la résistance magnétique du circuit magnétique total est à peu près identique à celle de la coupure d'air et, par suite, est proportionnelle à la largeur de la coupure. Le flux d'induction est alors inversement proportionnel à la largeur de la coupure, toutes choses égales par ailleurs.

Ceci est sensiblement applicable, même si les dimensions de la section du barreau de fer ne sont pas petites par rapport à sa longueur. En résumé, une coupure dans un anneau de fer en accroît considérablement la résistance.

VII. — Champ magnétique et courant électrique.

28. Trajet des lignes d'intensité magnétique. — L'expérience montre que tout courant, traversant un conducteur, crée un champ magnétique. D'une façon générale, on peut dire sur le trajet des lignes d'intensité magnétique que :

Digitized by Google

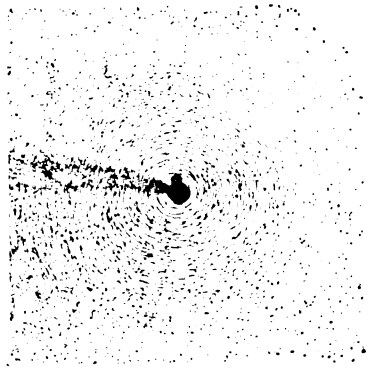
a. Les lignes d'intensité magnétique d'un champ magnétique créé par un courant électrique sont des courbes fermées;

b. Dans chacune de ces courbes, la marche des lignes d'intensité magnétique dépend de la marche du courant qui crée le champ magnétique;

c. Si, dans un champ magnétique créé par un courant électrique, on introduit des corps ferromagnétiques, ceux-ci agissent comme dans un champ magnétique statique (**19** *b*).

29. I. Exemple. — *Conducteur rectiligne*. — *a*. Le champ magnétique d'un conducteur linéaire rectiligne (fil métallique rectiligne) est un champ cyclique, ayant pour axe le conducteur rectiligne (**4** *c*). La figure 19 représente les lignes d'intensité dans un plan normal à

Fig. 19.



l'axe du fil. Ce sont des cercles concentriques à l'axe du fil. Le signe des lignes d'intensité est donné par la *règle du tire-bouchon*. On imagine un tire-bouchon placé sur le conducteur; le sens dans lequel on doit le faire tourner, pour qu'il progresse dans le sens du courant, donne la direction positive des lignes d'intensité magnétique. Dans la figure 22 *b*, le courant est supposé traverser normalement le plan de l'avant à l'arrière (*); dans cette hypothèse, la direction positive des lignes d'intensité est celle indiquée par la flèche. Dans la

(*) S.-P. Thomson propose de marquer cette direction du courant par une croix et la direction opposée par un point (*fig.* 22 *a*). Ce point représenterait la pointe de la flèche dirigée vers l'observateur; la croix, les empennes de cette flèche qui donne la direction du courant.

Digitized by Google

figure 22 *a*, le courant va de l'arrière à l'avant; la flèche indique encore la direction positive des lignes d'intensité.

b. Ce qui vient d'être dit s'applique également à un courant qui parcourt un conducteur cylindrique circulaire dans la direction de son axe, et tel que la densité des lignes de courant soit la même dans tous les points équidistants de l'axe du cylindre; c'est-à-dire, d'après 4 *b* et 8 *b*, lorsque le champ de courant est cylindrique mais

Fig. 20.

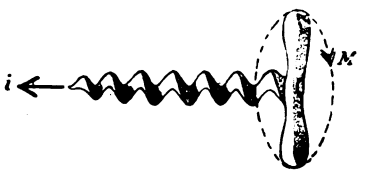
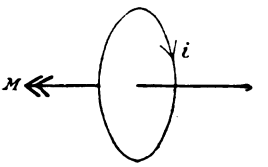


Fig. 21.



pas linéaire. Dans ce cas, le champ de courant cylindrique crée un champ magnétique cyclique.

c. Aux environs immédiats du conducteur, on peut considérer tout circuit linéaire comme étant rectiligne, sauf toutefois aux points présentant un coude trop accusé. Par conséquent, aux environs immédiats du conducteur, les lignes d'intensité magnétique sont des cercles concentriques au fil conducteur. Il en résulte que les lignes d'intensité magnétique d'un champ de courant cylindrique, dont on a donné à l'axe une courbure quelconque mais pas trop forte, doivent être sensiblement des cercles dans le voisinage immédiat du champ de cou-

Fig 22.

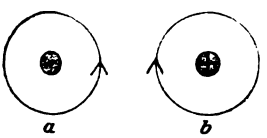
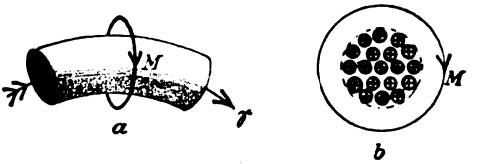


Fig. 23.



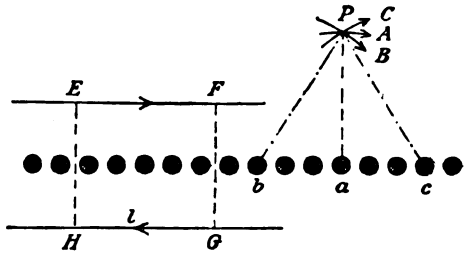
rant (*fig.* 23 *a*). Ceci est réalisé également avec un faisceau de fils de section circulaire parcourus par le même courant (*fig.* 23 *b*).

d. On considère un nombre infini de fils conducteurs, disposés dans un plan en rangées parallèles et très voisins les uns des autres, parcourus dans le même sens par un même courant. Les lignes d'intensité magnétique, pour tous les points situés à quelque distance des fils, sont des droites parallèles au plan des fils, mais perpendiculaires à leur direction.

Digitized by Google

Démonstration. — Le champ magnétique au point P*a*, d'après *a*, la direction PA qui est perpendiculaire au conducteur *a* mais parallèle au plan *bac*. Les champs créés en P par le courant dans les conducteurs *b* et *c* ont les directions PB et PC. La résultante de ces deux

Fig. 24.



champs a encore la direction PA, car *b* et *c* sont symétriques par rapport à *a*.

La résultante des champs en ce point a donc la direction PA. La démonstration est analogue pour des points qui ne sont pas dans un plan normal au plan des conducteurs et passant par l'un d'eux, car on a supposé les conducteurs très voisins les uns des autres. On imagine maintenant que les conducteurs se rapprochent jusqu'au contact et constituent finalement un plateau dont les lignes de courant sont des droites parallèles. Il n'y aura rien de changé à la direction des lignes d'intensité magnétique. Un tel courant homogène, dans un plateau, engendre un champ magnétique dont les lignes d'intensité sont des droites parallèles au plateau et perpendiculaires aux lignes de courant.

e. Soient deux conducteurs semblables, parallèles, parcourus par un même courant mais dans des sens différents, et placés très près l'un de l'autre. L'intensité du champ magnétique, à une distance relativement très faible des conducteurs, est tout à fait insignifiante; car les champs magnétiques créés par les conducteurs sont presque opposés.

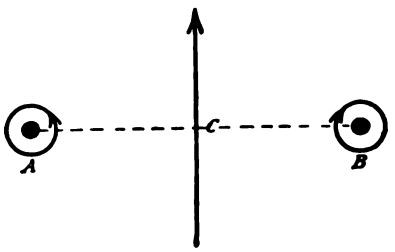
30. II. Exemple. — *Conducteur circulaire.* — *a.* On suppose que le fil conducteur soit un fil mince, courbé en forme de cercle dont le centre soit en *c* (*fig.* 25), et tel que le courant au point A marche de l'arrière à l'avant, et au point B de l'avant à l'arrière.

D'après **29** *c*, les lignes d'intensité dans le voisinage immédiat du conducteur, c'est-à-dire près de A et B, sont des cercles. Au point C, par raison de symétrie, la ligne d'intensité est une droite normale au

Digitized by Google

plan du cercle. Les lignes d'intensité au voisinage de A et de B ont une forme presque circulaire, et au voisinage de C une forme presque rectiligne. Les figures 26 et 27 donnent une idée de ces lignes d'in-

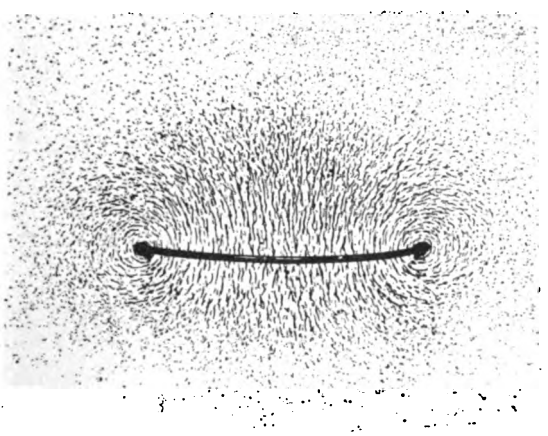
Fig. 25.



tensité. La figure 26 est obtenue avec de la limaille de fer; la figure 27 est tracée d'après les calculs de Maxwell ([24]).

Le signe des lignes d'intensité résulte de 29 *a* (voir *fig.* 25) pour les lignes voisines du conducteur. Celui des lignes d'intensité situées au voisinage du centre est obtenu par la règle suivante à l'aide du tire-

Fig. 26.



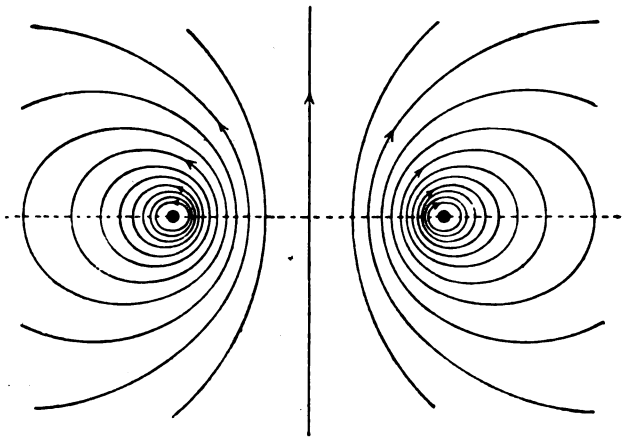
bouchon. On imagine (*fig.* 28) un tire-bouchon qu'on fait tourner dans le sens où marche le courant; la direction dans laquelle il aura progressé sera la direction positive des lignes d'intensité à l'intérieur du cercle de courant.

b. Si un grand nombre de conducteurs circulaires sont disposés

Digitized by Google

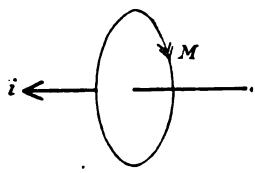
côte à côte, de façon à avoir un axe commun, on obtient une spirale ou bobine ou encore un solénoïde. D'après ce qui précède (11), on

Fig. 27.



voit que dans un solénoïde les lignes d'intensité au voisinage immédiat des conducteurs sont des cercles, et que dans l'espace intérieur au solenoïde ce sont des droites parallèles à son axe. Les champs

Fig. 28.



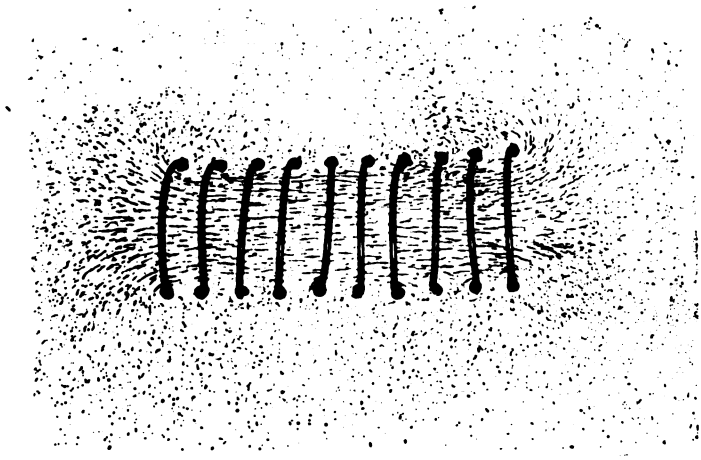
créés par les différents cercles de courant se renforcent mutuellement.

La figure 29 rend compte de l'exactitude de ce fait. Le signe des lignes d'intensité magnétique s'obtient par la règle du tire-bouchon, comme dans le cas d'un cercle de courant. Si les spires sont suffisamment serrées les unes contre les autres, les lignes d'intensité circulaires disparaissent, et il n'y a plus à l'intérieur du solénoïde que des lignes d'intensité rectilignes. Les lignes d'intensité magnétique sont encore des courbes parallèles à l'axe du solénoïde, même si cet axe n'est pas rectiligne.

Digitized by Google

Tout ce qui précède suppose le solénoïde indéfini, mais cela est applicable aussi à la partie milieu d'un solénoïde de longueur

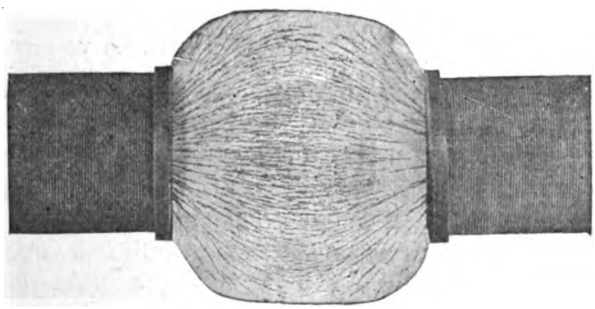
Fig. 29.



finie (*fig.* 29). Pour un tel solénoïde, les lignes d'intensité aux extrémités ne sont parallèles à l'axe qu'au voisinage de l'axe.

c. Si l'on veut avoir dans un petit espace un champ magnétique homogène, on place coaxialement, en face l'un de l'autre, deux solénoïdes semblables parcourus dans le même sens par un même courant. La figure 30 montre que les lignes d'intensité magnétique entre

Fig. 30.

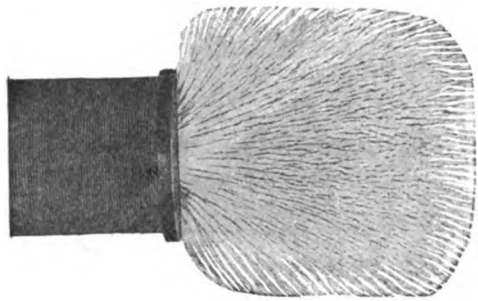


les deux bobines sont sensiblement des droites parallèles. La figure 31 montre qu'avec une seule bobine on obtient des droites divergentes.

Digitized by Google

a. On a vu que, dans une bobine présentant des spires très serrées les unes contre les autres, les lignes d'intensité étaient des droites parallèles à l'axe pour l'espace compris à l'intérieur de la bobine. Il

Fig. 31.



n'y aurait rien de changé, si l'on substituait au courant qui parcourt ces fils circulaires un courant cyclique traversant un cylindre. Un courant cyclique engendre donc à son intérieur un champ magnétique cylindrique.

31. Densité des lignes d'intensité magnétique. — *a*. La densité des lignes d'intensité d'un champ magnétique créé par un courant se déduit de la règle suivante, applicable dans tous les cas :

La force magnétomotrice $\mathfrak{M}$, le long d'une courbe quelconque l, est proportionnelle au nombre de lignes de courant Q_s qui traversent la courbe

(1) ([25]) $$\mathfrak{M} = \frac{Q_s}{\nu},$$

$\frac{1}{\nu}$ étant un facteur de proportionnalité positif. La valeur de ν dépend du choix du système de mesure (*), mais nullement du milieu. Dans les cas simples, si par exemple la courbe l est un cercle et que le courant est concentré sur un fil, il n'y a aucun doute sur ce qu'il faut entendre par nombre des lignes de courant qui traversent la courbe. Il n'en est plus de même dans des cas plus compliqués. On imagine une membrane tendue sur la courbe l et limitée à cette courbe, un côté de cette membrane étant blanc et l'autre noir. On compte les

(*) Dans le système de mesures électromagnétiques absolu $4\pi\nu = 1$. *Voir* Nota de 15 *d*.

Digitized by Google

points d'intersection avec cette membrane des lignes de courant allant du côté blanc au côté noir, et ensuite ceux des lignes allant en sens contraire. Soient A_1 le nombre des premiers points, A_2 celui des seconds. On considère arbitrairement comme positive une ligne de courant traversant la membrane du côté blanc au côté noir. Le nombre des lignes de courant traversant la surface sera donc $(A_1 - A_2)$. De ceci il résulte que :

1° Une ligne de courant traversant k fois la membrane dans la même direction équivaut à k lignes de courant la traversant une seule fois.

2° Les lignes de courant qui traversent la membrane dans le sens négatif sont à compter comme négatives.

b. Le signe de la FMM s'obtient encore dans ce cas par la règle du tire-bouchon. Le sens dans lequel il faut faire tourner un tire-bouchon, pour le faire progresser dans la direction des lignes de courant, détermine le sens positif de la FMM.

c. Cas particulier. — On considère un circuit linéaire unique parcouru par un courant stationnaire i. Il résulte de la théorie ([26]) (**18** *a* et **21** *c*) que :

1° La direction des lignes d'intensité magnétique dépend seulement de la forme du circuit linéaire et non de la grandeur du courant i;

2° La densité des lignes d'intensité dans tout l'espace est, toutes choses égales d'ailleurs, proportionnelle au courant i. Si le courant croît ou décroît dans le rapport $\frac{1}{k}$, la FMM le long de chaque courbe à travers laquelle le courant passe et l'intensité du champ magnétique en chaque point varient aussi dans le rapport $\frac{1}{k}$.

d. La théorie ([27]) montre qu'on peut déduire le champ magnétique d'un circuit stationnaire fermé de la proposition suivante (règle de Biot-Savart) :

Chaque élément s, d'un circuit parcouru par un courant i, crée en un point P, à la distance r, un champ magnétique dont l'intensité est

$$M = \frac{1}{4\pi\mu}\frac{is}{r^2}\sin(s, r);$$

$\sin(s, r)$ est le sinus de l'angle formé par s et r. s doit être compté positivement dans la direction du courant, r dans la direction de P vers l'élément s.

La direction de M est perpendiculaire à s et à r. Le signe de M est déterminé par la règle du tire-bouchon. Si l'on fait progresser le tire-

Digitized by Google

bouchon dans le sens du courant, son sens de rotation donne le sens positif de M.

32. Exemple. — *a. Courant linéaire rectiligne* (**29** *a*). — On suppose que la courbe l (**31** *a*) est une ligne d'intensité extérieure au fil; d'après **29** *a* ce sera un cercle concentrique au fil conducteur. Soit ρ son rayon. On a (**4** *c*)

$$\mathfrak{M} = 2\pi\rho\, M_\rho = \frac{i}{\nu},$$

i étant le courant dans le conducteur linéaire et M_ρ l'intensité du champ magnétique à la distance ρ de l'axe. D'où

$$M_\rho = \frac{1}{\rho}\,\frac{i}{2\pi\nu}.$$

L'intensité du champ varie donc aussi avec la distance à l'axe du courant et est inversement proportionnelle à la première puissance de la distance.

A l'intérieur du conducteur, on a

$$M_\rho = \frac{1}{2\pi\nu}\,\frac{i_\rho}{\rho},$$

i_ρ représentant le courant dans un cylindre coaxial au courant et de rayon ρ.

Si $\mathfrak{S}$ est le courant dans le conducteur, on aura (**22** *e*)

$$i_\rho = \pi\rho^2\mathfrak{S}$$

et

$$M_\rho = \frac{1}{2\nu}\,\rho\,\mathfrak{S}.$$

A l'intérieur du conducteur, l'intensité du champ magnétique est proportionnelle à la distance à l'axe.

b. Courants linéaires parallèles situés dans un plan ou lignes de courant parallèles dans un plateau plan (**29** *a*). — On suppose que la courbe l est un rectangle EFGH (*fig.* 24), dont les côtés EF et GH sont à la même distance d du plan des lignes de courant. On pose

$$EF = GH = a.$$

Les parties FG et HE de la courbe l n'interviennent en rien dans la FMM, car elles appartiennent à des surfaces de niveau (**10** *a* et **29** *d*).

Digitized by Google

La FMM le long du rectangle est

$$\mathfrak{M} = M.2a = \frac{Q_s}{v},$$

dans laquelle M est l'intensité du champ magnétique à la distance d du plan des lignes de courant, et Q_s le nombre des lignes de courant. Si l'on représente par Q_{s_1} le nombre des lignes de courant dans un espace de 1^{cm} $\left(= \frac{Q_s}{a}\right)$, et par N_1 le nombre des fils conducteurs dans un tel espace, l'égalité écrite ci-dessus devient

$$M = \frac{Q_{s_1}}{2v}$$

ou

$$M = \frac{N_1 i}{2v}.$$

Donc l'intensité du champ magnétique ne dépend pas de la distance d; le champ magnétique est donc homogène dans tout l'espace extérieur au plateau qui est parcouru par le courant.

c. ***Bobine annulaire.*** — L'axe d'une bobine à spires très serrées et parcourues par un courant i est une courbe fermée simple telle qu'un cercle (*fig.* 32).

D'après **30** ***b***, les lignes d'intensité magnétique dans l'espace compris à l'intérieur de la bobine sont des cercles; par raison de symétrie, à

Fig. 32.

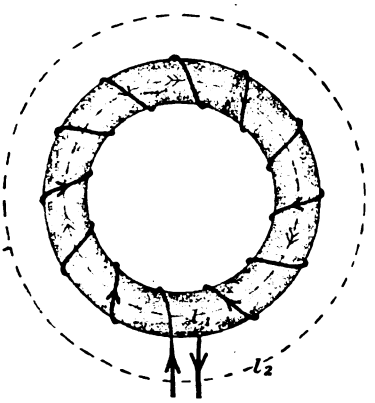
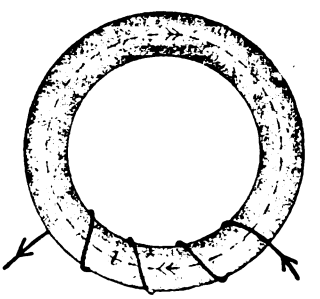


Fig. 33.



l'extérieur, ce sont encore des cercles. Soient l_1 la longueur d'une ligne d'intensité intérieure à la bobine, l_2 la longueur d'une ligne extérieure (*fig.* 32). Le courant i traverse N fois la courbe l_1, si N est le

Digitized by Google

nombre des spires de la bobine. Quant à la courbe l_2, le courant ne la traverse pas ou la traverse N fois dans un sens et N fois dans le sens opposé (*). De **31** *a* il résulte

$$(1) \qquad \mathfrak{M}_{(l_1)} = l_1 M_1 = \frac{Ni}{v},$$

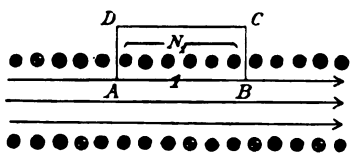
$$(2) \qquad \mathfrak{M}_{(l_2)} = l_2 M_2 = 0,$$

M_1 et M_2 étant les intensités du champ magnétique le long de l_1 et l_2. La grandeur $\frac{Ni}{v}$, qui représente la FMM à l'intérieur de la bobine, est appelée *le nombre d'ampères-tours.*

A l'extérieur de la bobine, l'intensité du champ doit être, d'après (2), égale à 0. On peut facilement vérifier qu'aucun champ appréciable n'existe à l'extérieur d'une telle bobine, à l'aide d'une aiguille aimantée suspendue à un fil de cocon. Si le rayon des spires est suffisamment petit par rapport à celui de l'axe de la bobine, on peut considérer les longueurs de toutes les lignes d'intensité intérieures à la bobine comme égales, et le champ magnétique comme ayant partout la même intensité. Ce dispositif réalise le cercle magnétique linéaire dont il a été question dans **27**. Un tel cercle magnétique est encore sensiblement réalisé par une spirale non fermée, enroulée sur un anneau de fer (voir *fig.* 33). Les lignes d'intensité sont presque toutes dans le fer.

d. Longue bobine rectiligne. — Une longue bobine rectiligne, dont les spires sont très serrées les unes contre les autres, peut être con-

Fig. 34.



sidérée comme une bobine à axe circulaire dont le rayon est infiniment grand. Il résulte de *c* qu'à l'extérieur il n'existe aucun champ magnétique.

(*) Selon qu'on suppose la membrane tendue devant la bobine ou la traversant.

Digitized by Google

Pour le champ intérieur on a, égalité (1),

$$M_1 = \frac{N}{l_1}\frac{i}{v} = \frac{N_1 i}{v} \quad (*),$$

où $N_1 = \frac{N}{l_1}$ représente le nombre de spires dans l'unité de longueur. Le champ à l'intérieur est homogène. Ceci est encore vrai dans le cas d'une bobine de longueur finie mais assez grande.

e. On considère un anneau de fer entouré d'une spirale, telle que

Fig. 35.

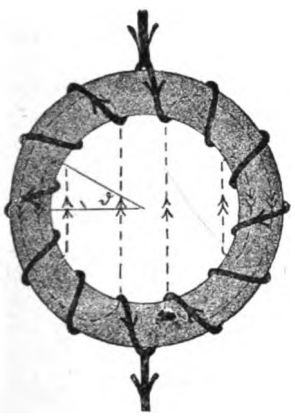
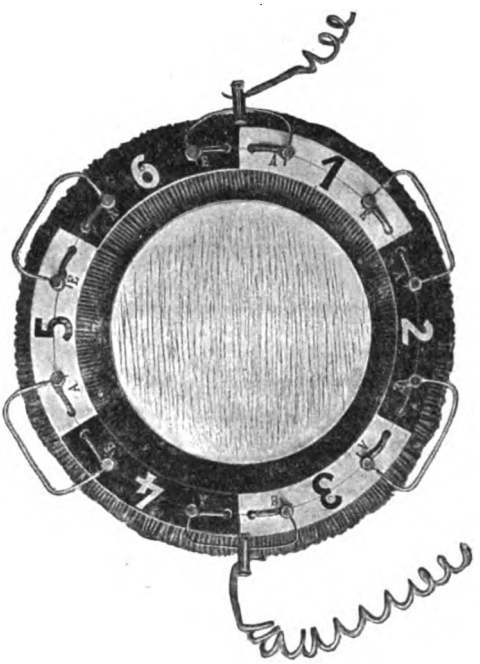


Fig. 36.



dans une moitié de cette spirale le courant marche dans un sens et dans l'autre moitié en un sens contraire (*fig.* 35).

(*) Cette égalité peut aussi être obtenue directement. On prend comme courbe l (31 a) un rectangle (*fig.* 34) dont un côté AB = 1^{cm} est formé par une ligne d'intensité. Le côté parallèle CD est situé à l'extérieur de la bobine. La tension magnétique de D par rapport à A et de C par rapport à B = o, car A et D, B et C sont sur une surface de niveau. De même la tension magnétique de D par rapport à C = o, car il n'existe aucun champ magnétique à l'extérieur de la bobine. Donc

$$\mathfrak{M} = M_1 . 1 = \frac{N_1 . i}{v}.$$

Digitized by Google

Il n'y a aucune ligne d'intensité à l'intérieur du fer, car, pour une ligne d'intensité quelconque, la FMM est nulle, puisqu'il y a autant de lignes de courant dans un certain sens que dans le sens contraire. Pour la même raison, il n'y a aucune ligne d'intensité en dehors de l'anneau. La figure 36 montre comment les lignes d'intensité courent réellement dans l'espace intérieur à l'anneau; ce sont sensiblement des droites parallèles, mais le champ n'est pas homogène; l'intensité du champ au milieu est d'environ une fois et demie plus grande que celle observée au voisinage du bord ([28]).

33. Coefficient d'induction mutuelle. — *a.* Si un conducteur linéaire fermé s_2 est placé dans le champ magnétique d'un autre s_1 parcouru par un courant électrique, un certain nombre de lignes d'intensité magnétique et par suite de lignes d'induction traversent s_2. Le nombre de ces lignes d'induction est proportionnel à la grandeur appelée *coefficient d'induction mutuelle* p_{21} des deux conducteurs fermés s_1 et s_2. On a $p_{21} = \frac{1}{\varphi} \times$ nombre des lignes d'induction qui traversent s_2, le courant traversant s_1 étant égal à 1 ([29]).

L'expression *nombre des lignes d'induction qui traversent* s_2 est à prendre dans le même sens qu'il a été dit pour les lignes de courant dans **31** *a*.

Si le courant dans s_1 n'est plus égal à 1, mais à i_1, le nombre des lignes d'induction traversant s_2 est

$$(1) \qquad Q_m = \varphi p_{21} i_1 \quad (31\ c).$$

b. Exemple. — Deux bobines S_1 et S_2 de N_1 et N_2 spires sont enroulées sur un anneau de fer. Si le courant dans S_1 est égal à i, le flux d'induction magnétique dans l'anneau de fer (c'est-à-dire à travers une section transversale de cet anneau) est donné par la relation

$$Q_m = \frac{\mathfrak{M}}{w_m} \; [27, \text{égalité } (2\,b)] = \frac{N_1 i}{\varphi} \frac{1}{w_m} \; [32\,c, \text{égalité } (1)],$$

ou, si $i = 1$,

$$(2) \qquad Q_m = \frac{N_1}{\varphi} \frac{1}{w_m}.$$

Comme ces lignes d'induction rencontreraient N_2 fois une membrane tendue sur S_2, le nombre des lignes d'induction q_m qui traversent S_2 est (**31** *a*)

$$q_m = Q_m N_2 = \frac{N_1 N_2}{\varphi} \frac{1}{w_m};$$

Digitized by Google

or

$$p_{21} = \frac{1}{v} q_m;$$

donc

(3) $$p_{21} = \frac{N_1 N_2}{v^2} \frac{1}{w_m} \quad (*).$$

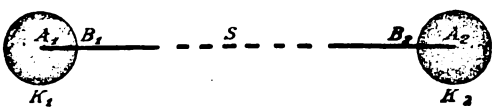
c. Dans cet exemple, on remarque que S_2 envoie à travers S_1 un aussi grand nombre de lignes d'induction, le courant dans S_2 étant égal à 1, que S_1 en envoie à travers S_2, le courant dans S_1 étant égal à 1. Donc

$$p_{21} = p_{12}.$$

Cette égalité, comme le montre la théorie ([30]), est applicable à deux circuits linéaires quelconques.

34. Coefficient de self-induction. — *a*. Soit un conducteur circulaire linéaire fermé (fil) parcouru par un courant 1. On imagine une surface S de section $A_1 A_2$, passant par l'axe du fil dont les sections sont des cercles $K_1 K_2$ (*fig*. 37). Un certain nombre q_m de lignes d'induc-

Fig. 37.



tion magnétique traversent la surface S; une partie q_0 se trouve dans l'espace limité par le fil (partie $B_1 B_2$ de la surface S), une autre q_i se trouve dans ce fil lui-même (parties $A_1 B_1$ et $A_2 B_2$). Le nombre q_m est proportionnel à la grandeur p, qu'on appelle le *coefficient de self-induction du circuit*. On a

$$p = \frac{1}{v} q_m,$$

égalité dans laquelle q_m représente le nombre de lignes d'induction magnétique qui traversent la surface S, un courant égal à 1 parcourant le circuit ([31]).

Comme q_m, le coefficient de self-induction peut être décomposé en

(*) La proportionnalité avec $N_1 N_2$ est encore sensiblement vraie, lorsque deux bobines sont situées assez près l'une de l'autre pour que presque toutes les lignes d'induction qui traversent l'une des bobines traversent aussi l'autre.

Digitized by Google

deux parties p_0 et p_i; p_0 provient du nombre des lignes d'induction dans l'espace entouré par l'anneau, p_i de celui des lignes d'induction dans le conducteur lui-même. Les formules pour

$$p_0 = \frac{1}{v} q_0$$

sont données à la fin du Tome II, à la Table VIII.

Pour

$$p_i = \frac{1}{v} q_i$$

on a la relation

$$p_i = \frac{\mu}{4\pi v^2} \frac{l}{2},$$

μ étant la perméabilité du fil, l sa longueur. Dans cette relation on a supposé :

1° Que le courant est constant;

2° Que le circuit n'a pas de courbure trop accentuée en un point, c'est-à-dire que son rayon de courbure est en tous points très grand par rapport au rayon du fil.

b. Si le courant dans le circuit n'est pas égal à 1, mais quelconque et égal à i, le nombre des lignes d'induction traversant le conducteur circulaire, c'est-à-dire la surface S, est (**31** *c*)

$$Q_m = vpi. \tag{1}$$

c. Exemple. *Bobines.* — Pour une bobine annulaire, on a, comme dans **33** *b*,

$$q_m = \frac{N^2}{v} \frac{1}{w_m}$$

et

$$p = \frac{N^2}{v^2} \frac{1}{w_m}, \tag{2}$$

N étant le nombre de spires de la bobine, w_m la résistance magnétique dans l'espace intérieur de la bobine, pour un champ magnétique dans la direction de l'axe.

Cette relation est applicable aux bobines telles que les lignes d'induction qui traversent une spire traversent aussi toutes les autres. Pour toutes ces bobines, le coefficient de self-induction est sensiblement proportionnel au carré du nombre des spires. C'est le cas de toutes les bobines à noyau de fer (**32** *c*).

d. Dans beaucoup de cas, on est dans la nécessité d'employer des

Digitized by Google

bobines dont le coefficient de self-induction soit le plus grand possible. On y arrive de deux façons :

1° Par un très grand nombre de spires;

2° Par une très faible résistance magnétique à l'intérieur de la bobine.

La première méthode (*) conduit à des bobines à très grand nombre de spires comme en présentent les secondaires des bobines d'induction. Leur inconvénient est d'être d'un prix élevé et de présenter une grande résistance électrique. En outre, à partir d'un certain moment, leur coefficient de self-induction ne croît plus proportionnellement au carré du nombre des spires; et, dans de nombreux cas, il arrive que les lignes d'induction qui traversent un certain nombre de spires ne peuvent pas traverser les autres.

Dans la seconde méthode (*), on enroule la bobine sur un noyau de fer fermé, ou partiellement fermé, et le plus ramassé possible, c'est-à-dire de faible longueur et de grande section. Ce fer est choisi d'une grande perméabilité [se reporter à 27 *a*, égalité (3 *b*)]. L'avantage de cette bobine est de présenter une faible résistance électrique, étant donné son petit nombre de spires, et d'être d'un prix relativement peu élevé. Le paragraphe IV du Chapitre IV en énonce les inconvénients.

Nota. — Il est incorrect, d'après la définition donnée, de parler du coefficient de self-induction d'une bobine, car le coefficient de self-induction n'a été défini que dans le cas d'un circuit fermé. On admet cependant que le coefficient de self-induction d'une bobine est une grandeur déterminée, lorsque cette bobine est montée dans un circuit quelconque. Ceci est exact, si la bobine et le circuit sont tels que les lignes d'induction magnétique de l'intérieur de la bobine ne traversent pas une autre partie du circuit restant, c'est-à-dire si l'on peut partager le champ magnétique du circuit total en deux parties, l'une provenant du courant dans la bobine, l'autre du courant dans le

(*) Sous ce rapport, les nombres suivants sont instructifs; ils ont été obtenus par des mesures sur une bobine d'induction de 30cm de la S. G. E :

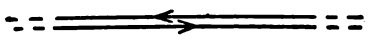
	Résistance.	Coefficient de self-induction.	Coefficient de self-induction pour 1 ohm de résistance.
Bobine primaire avec noyau de fer.....	0,23 ohm	0,029 henry	0,126
Bobine secondaire sans noyau de fer.....	27400 ohms	43 henrys	0,00157

Digitized by Google

circuit restant. Ceci est en particulier réalisé lorsque la bobine est annulaire.

e. On obtient un circuit de très petit coefficient de self-induction en disposant deux fils parallèles parcourus par des courants de direc-

Fig. 38.



tions opposées (enroulement bifilaire, *fig.* 38). Dans ce cas l'action magnétique est très faible (**29** *e*).

f. L'unité pratique de self-induction est le ***henry***. Une bobine d'environ cent spires et à noyau de fer fermé a un coefficient de l'ordre du $\frac{1}{10}$ de henry. Une bobine secondaire d'une bobine d'induction de 50^{cm} sans noyau de fer a un coefficient de 100 henrys.

VIII. — Relation entre un champ électrique et un champ magnétique.

35. Excitation d'un champ magnétique par un champ électrique. — Un champ électrique constant dans un isolant ne crée aucune action magnétique. Toute variation passagère d'un champ électrique produit un champ magnétique, appelé ***champ magnétique induit***.

a. Les lignes d'intensité d'un champ magnétique produit par les variations d'un champ électrique sont généralement des courbes fermées.

b. La direction de l'intensité du champ magnétique dépend de la variation du champ électrique. Ces relations sont simples, si la variation du champ électrique est telle que l'induction électrique, en tous points du champ électrique, croisse ou décroisse dans le même rapport sans que sa direction change, c'est-à-dire si la densité des lignes d'induction varie dans le même rapport que le champ électrique, et que leur direction reste constante. Dans ce cas, la direction du champ magnétique est la même que si les lignes d'induction électrique étaient des lignes de courant.

c. La grandeur de l'intensité du champ est déterminée par une règle simple comme dans **31**.

La FMM $\mathfrak{M}$, le long d'une courbe fermée quelconque, est proportionnelle à la vitesse avec laquelle le nombre des lignes d'induction traversant la courbe s'accroît, c'est-à-dire avec laquelle le flux d'induction électrique Q_e à travers la courbe croît.

Digitized by Google

Le facteur de proportionnalité est le même que pour le courant et est égal à $\frac{1}{\nu}$ (**31**).

On a

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{\nu} Q'_e. \tag{1}$$

Le signe de $\mathfrak{M}$ dépend du signe de Q_e et est déterminé par la règle du tire-bouchon (**31** *b*).

Ce qui précède permet d'énoncer la règle suivante : Un champ électrique, dont l'induction électrique $\mathfrak{E}$ varie de la manière indiquée dans *b*, est, relativement à son action magnétique, équivalent à un champ de courant dont le courant $\mathfrak{S}$ est lié à l'induction électrique du champ électrique variable par la relation

$$\mathfrak{S} = \mathfrak{E}'.$$

d. Si un conducteur se trouve en partie dans un champ électrique variable, un courant électrique prend naissance dans ce conducteur. Le champ magnétique total est la résultante du champ créé par le courant dans le conducteur et du champ créé dans l'isolant et le conducteur par la variation du champ électrique.

La FMM totale $\mathfrak{M}$, le long d'une courbe fermée, sera, d'après **31** et *c*,

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{\nu}(Q_s + Q'_e) \quad (^{32}), \tag{2}$$

dans laquelle Q_s et Q_e représentent les nombres de lignes de courant et d'induction électrique qui traversent la courbe.

36. Exemples de champs magnétiques induits par des champs électriques. — *a*. De **29** *b* et **35** *b* il résulte qu'un champ électrique cylindrique, dont l'intensité en chaque point varie dans le même rapport, sa direction restant constante, crée un champ magnétique cyclique, dont l'axe coïncide avec celui du champ électrique.

b. Un champ électrique cyclique, variant de la même manière, crée un champ magnétique cylindrique (**30** *d* et **35** *b*).

c. Un condensateur à plateaux circulaires est relié à un courant rectiligne. Le condensateur prend par le courant i une charge (**23**). Un champ électrique sensiblement homogène prend naissance entre les deux plateaux (**14** *b*). Ce champ, étant donnée la forme circulaire des plateaux, peut être considéré comme cylindrique; son intensité croît proportionnellement à la charge du condensateur, et, d'après **23**,

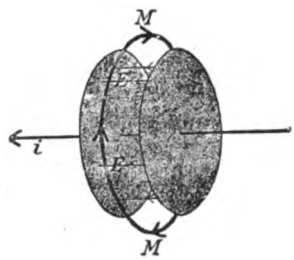
$$Q'_e = i, \tag{1}$$

Digitized by Google

Q'_c étant le nombre des lignes d'induction électrique qui traversent du plateau positif du condensateur au plateau négatif.

1° Le champ magnétique, créé aux environs du condensateur par le

Fig. 39.



champ électrique variable, a comme lignes d'induction magnétique des cercles ayant même axe que le condensateur.

2° La FMM le long d'un tel cercle est

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{v} Q'_c \quad (35\ c),$$

égalité qui, d'après l'égalité (1), est identique à

$$(2) \qquad \mathfrak{M} = \frac{1}{v} i.$$

Pour un même courant i, la direction des lignes d'intensité magnétique, la grandeur de la FMM et par suite le champ magnétique sont les mêmes qu'avant l'interposition du condensateur (**29** *a* et **31** *a*).

37. Excitation d'un champ électrique par un champ magnétique. — L'analogie entre les champs électrique et magnétique est complète. On obtient les propositions relatives à l'excitation d'un champ électrique par un champ magnétique en permutant, dans **35**, les mots *électrique* et *magnétique*.

On voit donc que les variations d'un champ magnétique produisent un champ électrique.

a. Les lignes d'intensité d'un champ électrique, créé par les variations d'un champ magnétique ou comme on dit *induit,* sont des courbes fermées.

b. Si la variation du champ magnétique est telle qu'en tous les points la densité des lignes d'induction magnétique varie dans le

Digitized by Google

même rapport, leur direction restant constante, la direction des lignes d'intensité du champ électrique induit est soumise à la règle suivante : On imagine que les lignes d'induction du champ magnétique variable sont remplacées par des lignes de courant, et l'on détermine les lignes d'intensité magnétique de ce champ de courant d'après la règle donnée dans **28**. Leur direction sera identique à celle des lignes d'intensité du champ électrique recherché.

c. Comme la FMM dans **35** *c*, la FEM le long d'une courbe fermée est proportionnelle à la vitesse avec laquelle le flux d'induction magnétique à travers la courbe varie. Le facteur de proportionnalité est le même que précédemment, et est égal à $\frac{1}{v}$.

Relativement au signe, l'analogie avec **35** présente une exception : le signe de la FEM est contraire à celui de la FMM dans le cas analogue. Tandis que la FMM le long d'une courbe est positive si le flux d'induction électrique à travers la courbe croît, la FEM est négative si le flux d'induction magnétique à travers la courbe croît, et est positive si le flux d'induction magnétique décroît.

La FEM $\mathcal{E}$ le long d'une courbe l, à travers laquelle Q_m lignes d'induction magnétique passent, est

$$\mathcal{E} = -\frac{1}{v} Q'_m \text{ (33)},$$

ce qui veut dire que la FEM le long d'une courbe est proportionnelle à la vitesse avec laquelle le flux d'induction magnétique à travers la courbe varie. L'expression *flux d'induction magnétique à travers une courbe* s'interprète comme Q_s dans **31** *a*. Le signe de $\mathcal{E}$ se déduit de celui de Q_m par la règle du tire-bouchon.

d. Tout ce qui précède suppose que la courbe l est formée par un circuit conducteur linéaire, et que la variation du flux d'induction magnétique à travers ce circuit provient d'un déplacement relatif du circuit et du champ magnétique.

e. L'action des corps de grande constante diélectrique est la même que dans les champs statiques (**19**).

f. L'égalité (1) de **35** s'appelle la *première égalité de Maxwell,* et l'égalité (2) la *deuxième*.

38. Exemple de champs électriques induits par des champs magnétiques. — *a*. De **37** *b* et de **29** *b* il résulte qu'un champ magnétique cylindrique, dont l'induction varie en tous points dans le même rapport mais garde une direction constante, induit un champ électrique cyclique ayant même axe que le champ cylindrique. On voit que, par

Digitized by Google

analogie avec **29** *c*, si dans une bobine enroulée sur un anneau de fer à section circulaire le courant varie, il est induit un champ électrique dont les lignes d'intensité sont des cercles dans les environs immédiats de l'anneau.

b. Dans le cas d'une bobine annulaire, qui pour une raison de simplicité peut être considérée comme circulaire, on peut dire ce qui suit : Tant que dans la bobine annulaire le courant est constant, il existe simplement, d'après **32** *c*, un champ magnétique dans l'intérieur de la bobine; mais, aussitôt que le courant dans la bobine est variable, le champ magnétique intérieur est variable. Il en résulte un champ électrique induit dont les lignes d'intensité électrique ont la même disposition, par rapport à la bobine annulaire, que les lignes d'intensité magnétique d'un courant circulaire relativement à ce courant (*fig.* 26 et 27).

L'intensité de ce champ électrique induit n'étant pas en général constante, ce champ électrique variable crée un champ magnétique (**35**) dont les lignes d'intensité courent, dans tous les cas, en partie à l'extérieur de la bobine annulaire.

Une bobine annulaire parcourue par un courant variable doit donc exercer des actions magnétiques à son extérieur immédiat.

c. Un champ magnétique cyclique, dont l'induction varie en tous points dans le même rapport en ayant une direction constante, induit un champ électrique cylindrique (**37** *b* et **30** *d*).

d. Soit Q_m le flux d'induction magnétique dans un noyau de fer, c'est-à-dire le nombre de lignes d'induction qui traversent une section transversale du noyau; la FEM $\mathcal{E}_i$ induite dans une bobine, présentant autour du noyau N spires, est

$$\mathcal{E}_i = -\frac{N}{v} Q'_m,$$

car Q_m lignes d'induction traversent N fois une membrane tendue sur la bobine.

e. Si dans un circuit linéaire le courant i varie, le flux d'induction magnétique à travers ce circuit varie. Une FEM $\mathcal{E}_i$ doit donc être induite le long du circuit, et l'on a, d'après **34** *b* et **37** *c*,

$$\mathcal{E}_i = -pi',$$

p étant le coefficient de self-induction du circuit.

Cette FEM induite a même direction que le courant, si celui-ci décroît (i' négatif), et une direction opposée s'il croît.

Pour la FEM $\mathcal{E}_2$ (**37** *c* et **33** *a*) induite par un courant linéaire i_1 dans

Digitized by Google

un circuit linéaire voisin, on a

$$\mathcal{E}_2 = -p_{21} i'_1,$$

p_{21} étant le coefficient d'induction mutuelle des deux circuits.

IX. — L'ÉNERGIE DU CHAMP ÉLECTROMAGNÉTIQUE.

39. Généralités. — D'après **1**, on voit qu'un champ électromagnétique possède une réserve d'énergie. Un champ électrique ou magnétique, exerçant sur des masses électriques ou magnétiques une certaine force, doit être en état de fournir son travail. On admet que dans chaque petit espace τ, qui compose une certaine partie du champ électrique ou magnétique, une certaine partie de l'énergie du champ électrique ou magnétique est localisée et est donnée par

$$W_e = \tfrac{1}{2}\varepsilon E^2 \tau, \tag{1}$$

$$W_m = \tfrac{1}{2}\mu M^2 \tau. \tag{2}$$

Dans ces égalités, W_e ou W_m représentent l'énergie électrique ou magnétique qui existe dans un petit espace du champ électrique ou magnétique, ε ou μ sont les constantes diélectrique ou de perméabilité, E ou M l'intensité du champ électrique ou magnétique au point considéré, et τ le volume du petit espace considéré. S'il ne s'agit pas d'un champ et d'un milieu homogènes, ces égalités sont basées sur l'hypothèse que l'élément d'espace est suffisamment petit pour que, à son intérieur, la constante diélectrique, la perméabilité et l'intensité du champ puissent y être considérées comme constantes ([34]). Dans un champ et un milieu homogènes, ces égalités sont applicables à un espace τ d'une grandeur quelconque. Si, dans l'élément d'espace τ, coexistent un champ électrique et un champ magnétique, la réserve d'énergie W dans cette partie est la somme des réserves d'énergie électrique et magnétique :

$$W = W_e + W_m.$$

40. I. Exemple. — *Énergie d'un condensateur chargé.* — *a.* Si l'on applique l'égalité (1) de **39** au champ électrique homogène d'un condensateur de capacité c, entre les deux plateaux duquel il y a une tension égale à $\mathcal{V}$, on obtient (**17** *a*) pour l'énergie du champ

$$W_e = \tfrac{1}{2} c \mathcal{V}^2.$$

On peut montrer directement que cette expression représente

Digitized by Google

l'énergie électrique du condensateur. Le raisonnement est le suivant : L'énergie du champ électrique du condensateur est vraisemblablement épuisée et le condensateur déchargé, si toute la charge électrique $+e$ de l'armature positive a été transportée sur l'armature négative. Le travail produit, quand on transporte à la tension $\mathcal{V}$ la masse $+e$ du plateau positif au plateau négatif, est $e\mathcal{V}$ (3 *a*). Quand une partie de la charge électrique sera enlevée de ce plateau, la tension entre les deux armatures diminuera. Si la charge positive est peu à peu transportée de l'armature positive à la négative, ces transports se font à des tensions différentes, mais comprises entre la tension initiale $\mathcal{V}$ et la tension finale zéro. La tension moyenne est donc $\frac{1}{2}\mathcal{V}$ (*) et le travail sera

$$e\,\tfrac{1}{2}\mathcal{V} = \tfrac{1}{2}c\mathcal{V}^2 \quad [17, \text{égalité } (1)].$$

b. L'expression

$$W_e = \tfrac{1}{2}c\mathcal{V}^2$$

donne l'énergie d'un champ électrique dans le cas exposé dans **18**, ce champ électrique provenant d'un conducteur isolé de capacité c et dont la tension est égale à $\mathcal{V}$ ([35]).

41. II. Exemple. — *Énergie d'un circuit magnétique et d'un circuit de courant linéaire*. — *a*. Dans le cas d'un circuit magnétique (**27** *a*) de section transversale q constante, de longueur l et de perméabilité μ, on aura

$$\tau = ql,$$

$$M = \frac{Q_m}{q\mu} \quad [27, \text{égalité } (1)].$$

D'après **39**, égalité (2), l'énergie magnétique du circuit magnétique sera

$$W_m = \frac{1}{2}\mu M^2\tau = \frac{1}{2}\frac{l}{q\mu}Q_m^2.$$

D'après **27**, égalité (3 *b*), ceci est équivalent à

$$(1) \qquad W_m = \tfrac{1}{2}w_m Q_m^2,$$

w_m étant la résistance magnétique du circuit magnétique.

b. On peut donner à l'égalité (1) une autre forme simple. Si la FMM le long du circuit magnétique provient d'une bobine qui entoure le

(*) Ceci n'est pas évident *a priori*.

Digitized by Google

circuit magnétique de N spires et dans laquelle passe un courant i,

$$Q_m = \frac{\mathfrak{M}}{w_m} \quad (27\ b),$$

$$= \frac{Ni}{v}\frac{1}{w_m} \quad (32\ c).$$

En remplaçant dans a, égalité (1), on a

$$W_m = \frac{1}{2}\frac{N^2}{v^2}\frac{1}{w_m}i^2$$

ou, d'après **34**, égalité (2),

(1) $$W_m = \tfrac{1}{2}pi^2,$$

p étant le coefficient de self-induction de la bobine.

Cette égalité n'est pas seulement applicable au cas particulier traité ici, mais elle représente surtout l'énergie d'un circuit linéaire quelconque dont p est le coefficient de self-induction et i le courant ([36]).

42. Énergie dans un circuit linéaire. — Tout courant électrique fournit un travail; donc de l'énergie est déplacée, car, d'après les notions relatives au courant électrique données à **22**, des masses électriques se meuvent dans un champ électrique.

a. Le travail électrique, produit dans une seconde et appelé *énergie électrique* ou *effet électrique* L, a une forme très simple si le courant suit un conducteur linéaire.

Si dans un circuit linéaire le courant est égal à i, cela signifie, d'après **22**, que la somme des masses électriques qui parcourent le circuit en une seconde, dans la direction de la FEM si elles sont positives, et dans le sens inverse si elles sont négatives, est égale à i. Le travail produit, si les masses électriques $+e$ parcourent le circuit dans la direction de la FEM et les masses $-e$ dans la direction opposée, est, d'après **3**, égal à $e\mathcal{E}$. D'après cela, dans un circuit où le courant est i et la FEM égale à $\mathcal{E}$, le travail électrique produit par seconde, ou énergie électrique, est

(1) $$L = i\mathcal{E}.$$

De la même manière, l'énergie dans une portion de circuit, entre deux points entre lesquels la tension est $\mathcal{V}$, est

(2) $$L = i\mathcal{V}.$$

Ces deux expressions peuvent se remplacer par [**25**, égalité (2)]

(3) $$L = i^2 w,$$

Digitized by Google

w étant la résistance au courant du circuit linéaire parcouru, ou de la portion de circuit.

b. Unité pratique d'énergie. — Si i, $\mathcal{E}$ et $\mathcal{V}$ sont exprimés en unités pratiques, ampères et volts (**22** *e* et **3** *d*) dans les relations (1) et (2) de *a*, l'énergie L sera exprimée en unités pratiques ou *watts :*

$$1 \text{ watt} = 1 \text{ volt} \times 1 \text{ ampère},$$

$$100 \text{ watts} = 1 \text{ hectowatt}, \qquad 1000 \text{ watts} = 1 \text{ kilowatt},$$

$$1 \text{ cheval-vapeur} = 736 \text{ watts}.$$

c. Le travail électrique produit pendant le temps t est Lt. Dans un circuit linéaire, il sera, d'après *a*, égal à

$$(i\mathcal{E}t) \quad \text{ou} \quad (i\mathcal{V}t) \quad \text{ou} \quad (i^2wt).$$

On obtient l'unité pratique de travail électrique en combinant l'unité pratique d'énergie électrique L, le watt, avec l'unité de temps, l'heure; elle s'appelle le *wattheure,* on a aussi l'*hectowattheure* et le *kilowattheure.*

43. Chaleur développée par un courant électrique. Application aux mesures des courants. — Dans un circuit stationnaire, de matière homogène, la totalité de l'énergie électrique est utilisée sous forme de chaleur. La quantité de chaleur produite par seconde et désignée par L_w est

$$L_w = L = i^2w \qquad \text{(chaleur de Joule)}.$$

C'est l'effet calorifique appelé aussi *chaleur de courant.*

La quantité de chaleur produite dans le temps t sera

$$i^2wt.$$

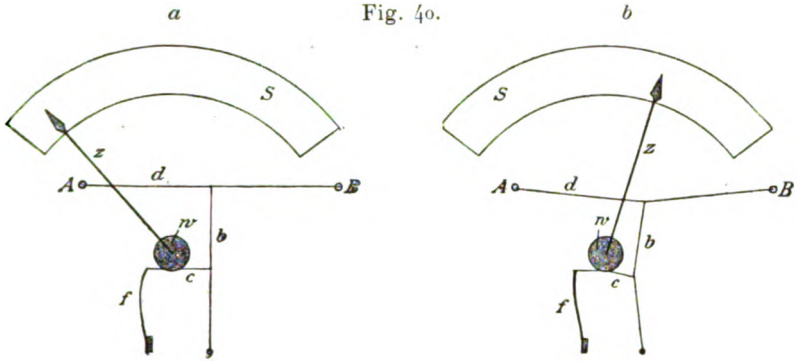
Une application, très importante dans la suite, de l'échauffement des conducteurs est la construction d'un instrument de mesure des courants variables, pour la mesure desquels le galvanomètre à aiguille mobile ne peut être utilisé pour les raisons énoncées à **5**. Les qualités les plus importantes de cet instrument de mesure sont les suivantes :

a. Ampèremètre thermique. — Sous l'influence de la chaleur développée par un courant dans un fil conducteur, celui-ci s'allonge. Cet allongement mesure la quantité de chaleur qui a été développée et, d'après **42**, égalité (3), il mesure aussi la force de ce courant, si ce courant est constant.

Digitized by Google

Un des dispositifs (thermique Hartmann et Braun) est représenté schématiquement par la figure 40. A et B sont les bornes d'arrivée du courant. La dilatation du fil chauffé par le courant est transmise par les

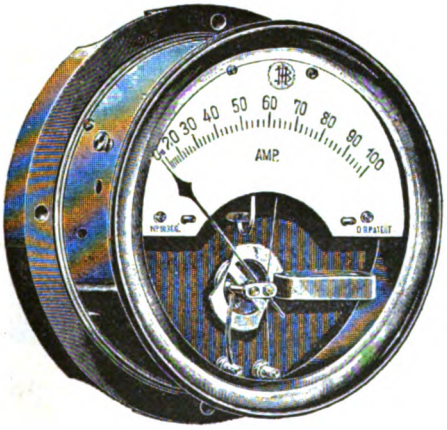
Fig. 40.



fils *b* et *c*, ce dernier étant enroulé sur une poulie *w* et maintenu tendu par un ressort *f*. La poulie *w* porte une aiguille mobile devant une graduation S. La figure 41 représente cet appareil, dont la graduation est en ampères.

Dans le cas d'un courant variable, il ne peut être question d'une

Fig. 41.



force de courant. Or les graduations de cet appareil sont tracées sur ce principe. Pour le graduer, on y fait passer des courants de 0,1, de 0,2, ... ampère et, aux positions correspondantes de l'aiguille, on

Digitized by Google

inscrit les nombres 0,1, 0,2, ... Si maintenant on lance dans cet appareil un courant variable et que l'aiguille s'arrête sur la graduation 0,5, on dit que le courant variable produit la même quantité de chaleur qu'un courant constant de 0,5 ampère. On dit que le courant variable a une *intensité de courant efficace* de 0,5 ampère :

$$i_{eff} = 0,5 \text{ ampère.}$$

Elle se mesure toujours par l'ampèremètre thermique ([37]).

Si un tel appareil a une grande résistance w, il peut servir à déter-

Fig. 42.

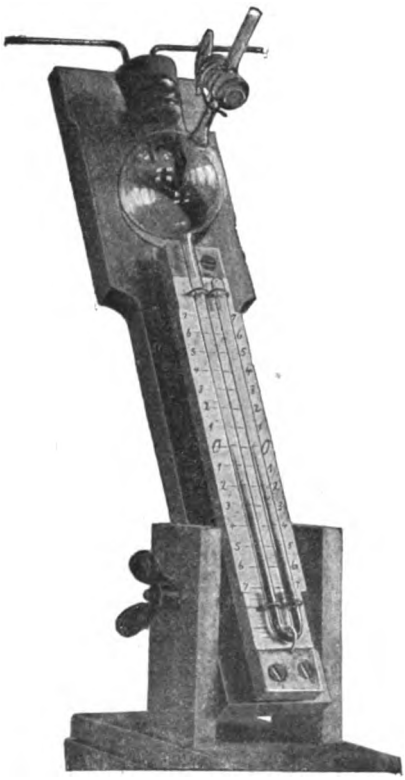
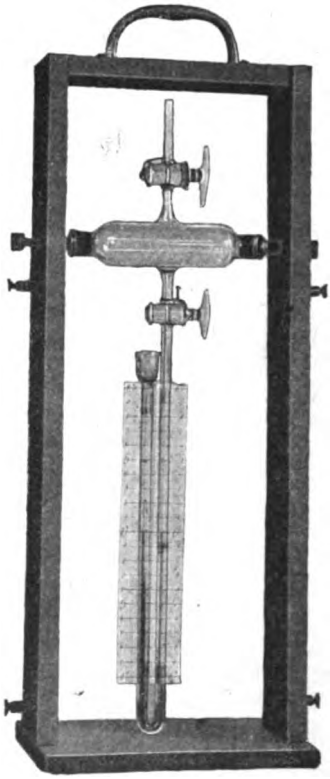


Fig. 43.



miner la tension $\mathcal{V}$ entre les deux points entre lesquel son l'intercale :

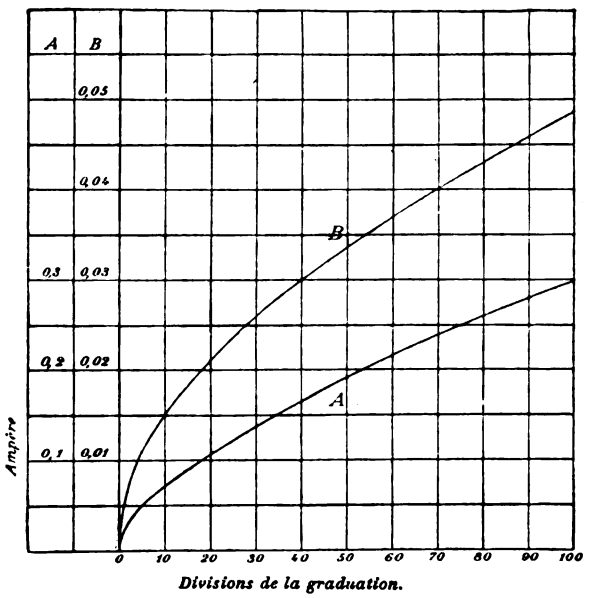
$$\mathcal{V} = iw.$$

Dans le cas d'une tension variable, ces voltmètres thermiques donnent la tension efficace $\mathcal{V}_{eff}$, comme les ampèremètres précédents donnaient l'intensité de courant efficace.

Digitized by Google

b. Thermique à air. — A propos de cet appareil on cite d'abord le dispositif de Riess (thermomètre à air de Riess), qui sert à mesurer la chaleur développée dans un fil à l'aide d'une masse d'air enfermée dans une ampoule de verre. L'échauffement de cet air produit un accroissement de pression dans le tube, qui est mesuré par un manomètre. La figure 42 représente la forme d'appareil employée pour ces mesures, dans le cas d'oscillations rapides; elle présente l'avantage que le fil chauffé de l'appareil précédent peut être remplacé par un fil de grosseur convenable, selon la sensibilité qu'on désire. Les varia-

Fig. 44.



tions du manomètre sont sensiblement proportionnelles à i^2. On peut les représenter par une courbe (*fig.* 44, courbe A).

c. Bolomètre. — Sous l'influence de la chaleur, la résistance d'un fil parcouru par un courant varie. Cette variation de résistance peut donner une mesure de la force efficace d'un courant. Pour mesurer cette variation de résistance, ce conducteur w, fait de préférence d'un métal à faible capacité calorifique, du fer par exemple, est introduit dans un pont de Wheatstone (*fig.* 45).

Les résistances a, b, c sont déterminées de façon que le galvanomètre G n'indique aucun courant. Si un courant i traverse le conduc-

Digitized by Google

teur w, sa résistance varie par suite de l'échauffement dû au courant i, et le galvanomètre donne une indication qui, comme le montre la courbe B (*fig.* 44), est presque proportionnelle à i^2.

Un dispositif un peu différent est donné par la figure 46 ([38]). Le circuit bifurqué $pqrs$ remplace w de la figure 45 et $p_1 q_1 r_1 s_1$ remplace c. Ce sont des fils de fer le plus semblables possible; de plus, les deux branches $p+q$ et $r+s$ sont égalisées de manière que le galvanomètre g n'indique aucun courant si l'on relie E et F aux deux bornes d'un courant constant; dans ce cas les points C et D sont à la

Fig. 45.

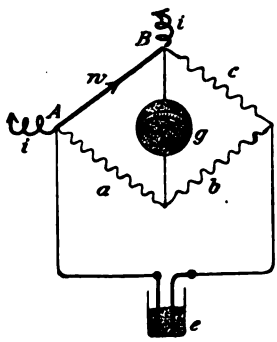
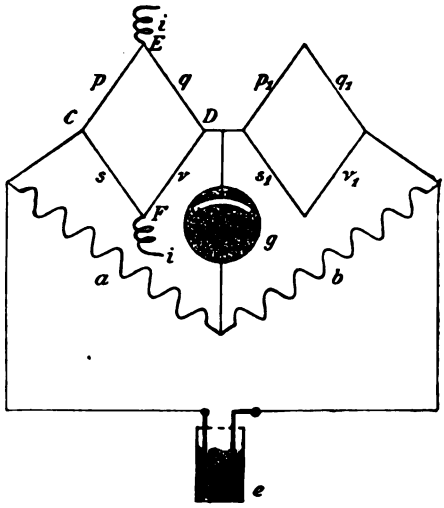


Fig. 46.



même tension pour un courant constant. Ce dispositif présente les avantages suivants :

1° Le bolomètre est à peu près indépendant des variations de température, car les circuits $pqrs$ et $p_1 q_1 r_1 s_1$ sont influencés de la même façon;

2° Une très faible partie d'un courant variable i, introduit dans le bolomètre en E et F, parvient dans le reste du pont ou dans le galvanomètre, car aux points C et D, même dans le cas de courant variable, les tensions résultant de ce courant sont très voisines l'une de l'autre.

Digitized by Google

X. — Production de travail mécanique par le déplacement d'un circuit dans un champ homogène.

44. Généralités. — *a.* Dans **35** et **37** les relations générales ne correspondent pas à l'intensité d'un champ électrique ou magnétique, qui est analogue à une force, mais se rapportent à une FEM ou une FMM qui correspondent à un travail. Le travail mécanique, produit par le déplacement d'un circuit dans un champ magnétique, est soumis à une règle simple et toujours applicable. Si un circuit linéaire est transporté d'une position 1 à une position 2 par l'action d'un champ magnétique, le travail A produit par ce champ est :

1° Proportionnel au courant i dans le circuit;

2° Proportionnel à l'accroissement du flux magnétique à travers le circuit pendant son transport du point 1 au point 2;

3° Le facteur de proportionnalité est encore, comme dans **31**, **35** et **37**, égal à $\frac{1}{\nu}$. Ainsi donc

$$A = \frac{i}{\nu}(Q_{m_2} - Q_{m_1}); \tag{1}$$

Q_{m_2} et Q_{m_1} représentent le flux d'induction à travers le circuit dans la position 1 et la position 2.

On a supposé que i était compté comme positif dans la direction qui, par la règle du tire-bouchon, correspond à la direction des lignes d'induction du champ magnétique (**29** *a*). Si la direction de l'induction magnétique $\mathfrak{M}$ est celle de la double flèche de la figure 28, le courant i doit être considéré comme positif dans la direction de la flèche simple (*fig.* 28).

b. Pour calculer la force K, qui s'exerce sur un circuit dans une direction déterminé s, on suppose que le circuit a subi un petit déplacement, parallèlement à lui-même, de la position 1 à la position 2.

D'après les principes de Mécanique, le travail ainsi produit est

$$A = Ks,$$

ou, d'après *a*, égalité (1),

$$A = \frac{i}{\nu}(Q_{m_2} - Q_{m_1}).$$

La combinaison de ces deux relations donne

$$K = \frac{i}{\nu}\,\frac{Q_{m_2} - Q_{m_1}}{s}. \tag{2}$$

Digitized by Google

c. Pour obtenir simplement le moment de rotation Θ autour d'un certain axe, on suppose que le circuit tourne d'un très petit angle $\mathfrak{I}$ de la position 1 vers la position 2. Le travail ainsi produit sera, d'après les principes de Mécanique,

$$A = \Theta \mathfrak{I};$$

d'après *a*, égalité (1),

$$A = \frac{i}{v}(Q_{m_2} - Q_{m_1});$$

donc

$$(3) \qquad \Theta = \frac{i}{v}\left(\frac{Q_{m_2} - Q_{m_1}}{\mathfrak{I}}\right) \quad (^{39}).$$

d. Dans les moments de rotation, le signe de la force importe. Pour l'obtenir, on peut opérer de deux façons. On peut considérer, une fois pour toutes, comme positive la direction du courant i; le signe de Q_m est alors donné par la règle du tire-bouchon. On peut encore choisir comme positive la direction du champ d'induction magnétique; la direction dans laquelle le courant i doit être compté positivement est donnée par la règle du tire-bouchon.

Dans le premier cas, les égalités montrent que K et Θ sont positifs si $Q_{m_1} > Q_{m_2}$, c'est-à-dire que le circuit a tendance à se déplacer dans cette même direction dans laquelle le flux d'induction magnétique positif qui le traverse s'accroît; ou encore, qu'il cherche à se déplacer de façon que le plus grand nombre possible de lignes d'induction magnétique le traversent dans la direction positive.

e. Dans le second cas, les égalités (2) et (3) montrent que K et Θ sont positifs :

1° Pour i positif si $Q_{m_2} > Q_{m_1}$,

2° Pour i négatif si $Q_{m_2} < Q_{m_1}$;

c'est-à-dire que : si le courant est positif relativement aux lignes d'induction du champ magnétique, le circuit tend à se déplacer dans la direction dans laquelle le champ magnétique envoie à travers lui le plus grand nombre possible de lignes d'induction. Si relativement aux lignes d'induction du champ magnétique le courant est négatif, le circuit sera sollicité dans la direction où le plus petit nombre possible de lignes d'induction du champ magnétique le traverseront.

45. **Vérification expérimentale.** — *a*. Une bobine S_1, dans laquelle on peut par les points A et B lancer un courant, est suspendue à deux fils en spirale de façon à pouvoir se déplacer verticalement. Elle est placée dans le champ magnétique d'une plus grande bobine à noyau de fer, qui est traversée par un courant dans le sens de la flèche

Digitized by Google

(*fig.* 47). La double flèche indique la direction des lignes d'induction de cette bobine. Relativement à ces lignes d'induction, le courant dans S_1 est positif, d'après la règle du tire-bouchon, s'il a la direction de la flèche dans la figure 47.

Si on lance dans S_1 un courant dans cette direction, la bobine S_1 se déplace vers le bas; elle se rapproche de la bobine S.

Ceci est d'accord avec 44 *e*, car plus S et S_1 sont voisines, plus les lignes d'induction de la bobine S qui traversent S_1 sont nombreuses.

Fig. 47.

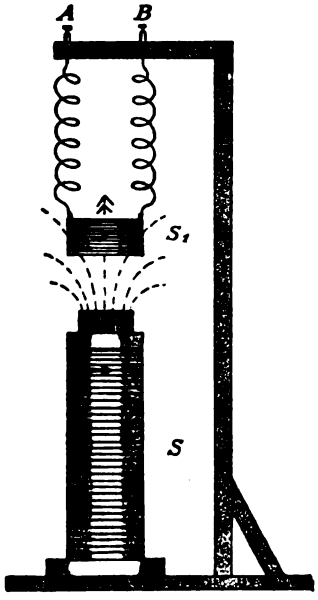
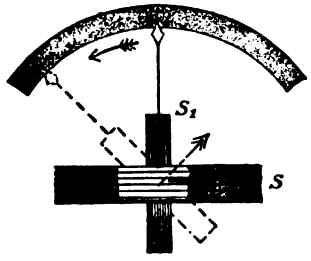


Fig. 48.



Si l'on change le courant dans S_1, la bobine S_1 se déplace vers le haut; comme maintenant, relativement au champ magnétique de S, le courant dans S_1 est négatif, la bobine S_1 se déplace dans la direction où le plus petit nombre de lignes d'induction la traversent.

Si le courant dans S est changé, le sens du déplacement de S_1 change aussi, comme cela doit être d'après 44 *e*.

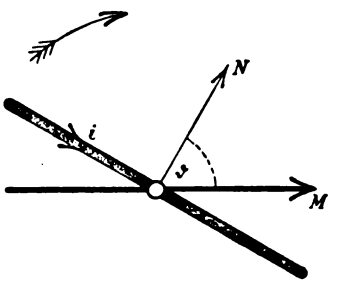
b. Un solénoïde à axe horizontal est placé dans le champ magnétique d'un solénoïde à axe vertical, qui est traversé par un courant dans le sens de la flèche (*fig.* 48). La direction des lignes d'induction magnétique à l'intérieur de la bobine S est verticale, et de bas en haut. Si l'on suppose que la bobine S_1 tourne dans la direction de la flèche empennée, le courant dans la bobine S_1 marchant dans la

Digitized by Google

direction de la flèche, les lignes d'induction magnétique de S traverseront S_1 dans la direction positive. Pour les sens de courant dans S et S_1 indiqués précédemment, la direction de la flèche empennée est celle dans laquelle la bobine S_1 doit tourner, le flux magnétique à travers elle devant s'accroître; ou encore, d'après **44** *d*, la bobine S_1 doit tourner dans cette direction, si le courant qui la parcourt a la direction de la flèche. L'expérience le montre (*); elle montre aussi, d'accord avec la règle **44** *e*, que le déplacement de S_1 change de sens si l'on change le courant dans S ou dans S_1.

46. Moment de rotation d'un circuit dans un champ magnétique homogène. — Un circuit formant une figure plane, un rectangle ou un cercle par exemple, est mobile autour d'un axe situé dans son plan. On suppose que l'axe est perpendiculaire aux lignes d'induction d'un champ magnétique homogène M (*fig.* 49), dans lequel se trouve

Fig. 49.



le circuit. La normale N au circuit forme avec les lignes d'induction du champ magnétique l'angle ϑ. Parmi les normales au circuit, il en existe une dont le signe est d'accord avec la règle du tire-bouchon appliquée au courant i qui traverse le circuit (*fig.* 49).

D'après **9** et **16** *c*, le flux d'induction magnétique à travers le circuit, pour i positif, est

$$Q_{m_1} = \mathfrak{M} S \cos\vartheta = Q_{m_0} \cos\vartheta,$$

$\mathfrak{M}$ étant l'induction magnétique du champ, S la surface du circuit, et $Q_{m_0} = \mathfrak{M} S$ le flux d'induction magnétique à travers le circuit, dans le cas où la normale N a même direction que les lignes d'induction du champ.

(*) On peut très bien employer, dans les expériences de cours, les wattmètres de démonstration décrits dans 161, après avoir enlevé le poids antagoniste de la bobine mobile.

Digitized by Google

Pour déterminer le moment de rotation correspondant à cette position du circuit, on suppose que le circuit tourne d'un très petit angle α, tel que l'angle de la normale et du champ magnétique croisse et devienne par suite $\vartheta + \alpha$. Le flux d'induction magnétique (Q_{m_2}) en ce point sera

$$Q_{m_2} = Q_{m_0} \cos(\vartheta + \alpha).$$

En outre, d'après **44** *c*, égalité (3), le moment de rotation Θ est

$$\Theta = \frac{i}{v} Q_{m_0} \frac{\cos(\vartheta + \alpha) - \cos\vartheta}{\alpha}$$
$$= \frac{i}{v} Q_{m_0} \frac{\cos\vartheta\cos\alpha - \sin\vartheta\sin\alpha - \cos\vartheta}{\alpha}.$$

L'angle α doit être très petit. On peut poser, avec une approximation d'autant plus grande que α est plus petit,

$$\cos\alpha = 1,$$
$$\sin\alpha = \alpha,$$

d'où

$$\Theta = -\frac{i}{v} Q_{m_0} \sin\vartheta. \tag{1}$$

La valeur du moment de rotation est donc $\frac{i}{v} Q_{m_0} \sin\vartheta$. La direction, pour $\sin\vartheta > 0$, est opposée à celle dans laquelle l'angle de la normale au circuit et du champ magnétique croît; ou bien, tant que $\sin\vartheta$ est positif, le moment de rotation est dirigé de façon que l'angle de la normale au circuit et du champ magnétique décroisse. Dans la figure 49, le circuit tend à tourner dans la direction de la flèche empennée (*).

47. **Cas particulier.** — Un circuit se trouve en un point bien déterminé d'un champ magnétique. La densité des lignes d'induction de ce champ varie en tous les points dans le même rapport $\frac{1}{k}$, mais la direction de ces lignes reste constante (**). Dans les égalités (2) et (3) de 44, Q_m, et Q_{m_1}, et par suite la force K et le moment de rotation Θ, deviennent k fois plus grands. Ceci veut dire que K et Θ sont proportionnels à la densité des lignes du champ magnétique, et par suite au flux d'induction magnétique Q_m qui traverse le circuit dans la position considérée.

(*) Le signe de Θ peut naturellement être déduit de 44 *d* ou *e*.

(**) Si le champ magnétique provient d'une bobine, on peut arriver à ce résultat en rendant le courant dans la bobine k fois plus grand (31 *c*).

Digitized by Google

Dans ce cas, on peut écrire

$$\left.\frac{K}{\Theta}\right\} \sim i\mathfrak{M}, \quad \sim iQ_m.$$

Le facteur de proportionnalité est positif, lorsque pour K ou Θ la force ou le moment de rotation ont une direction telle que le flux d'induction magnétique à travers le circuit s'accroisse, en supposant que les signes de i et de Q_m satisfassent à la règle du tire-bouchon.

XI. — Le système C.G.S.

48. Passage au système C.G.S. — Parmi les systèmes de mesures absolues, le système C.G.S. est de beaucoup le plus employé.

Si les formules données dans cet Ouvrage doivent être transformées dans ce système, on sait que :

a. L'unité de longueur est le centimètre.

L'unité de masse est le gramme.

L'unité de temps est la seconde.

b. On a

$$\mu_0 = \frac{1}{4\pi} \quad (15\,e),$$

$$\nu = \frac{1}{4\pi},$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi}\,\frac{1}{9.10^{20}} = 0{,}88.10^{-22} \text{ unités C.G.S.}$$

Dans ce système la conductibilité du mercure a pour valeur

$$\sigma_{Hg} = 1{,}06.10^{-5} \text{ unités C.G.S.}$$

49. Relations entre les unités pratiques et les unités C.G.S. — Pour un certain nombre de grandeurs, on emploie les unités pratiques. Leurs rapports avec les unités C.G.S. sont donnés par la Table suivante ([40]) :

		Unités C.G.S.
FEM ou tension	Volt	$= 10^8$
Courant électrique.....	Ampère	$= 10^{-1}$
Résistance électrique	Ohm	$= 10^9$
Énergie électrique.....	Watt (= Volt × Ampère)	$= 10^7$
Capacité électrique	Farad	$= 10^{-9}$
Capacité électrique.....	Microfarad	$= 10^{-15}$
Coefficient de self-induction	Henry	$= 10^9$
Coefficient d'induction mutuelle	Henry	$= 10^9$

Digitized by Google

CHAPITRE II.

GÉNÉRALITÉS SUR LES OSCILLATIONS ÉLECTROMAGNÉTIQUES.

I. — Excitation schématique d'une oscillation électromagnétique.

50. **Le flux d'induction magnétique à travers un circuit conducteur rotatoire.** — Dans un champ magnétique homogène, dont les lignes d'induction ont la direction de la flèche (*fig.* 50), se trouve un rectangle ABCD formé par un fil. On suppose que ce rectangle est mobile autour d'un axe situé dans son plan et perpendiculaire aux lignes d'induction.

La normale N au rectangle forme avec les lignes d'induction magnétique du champ l'angle ϑ; d'après **9** et **16** *c* le flux d'induction magnétique à travers le rectangle est

$$(1) \qquad Q_m = \mathfrak{M} S \cos\vartheta = Q_{m_0} \cos\vartheta,$$

S étant la surface du rectangle, $\mathfrak{M}$ l'induction magnétique du champ et Q_{m_0} le maximum du flux d'induction, soit $\mathfrak{M}$S. Le flux d'induction magnétique est arbitrairement considéré comme positif si les lignes d'induction magnétique traversent le rectangle dans la direction de la normale N, c'est-à-dire (*fig.* 51) du côté tracé en trait gras au côté tracé en trait fin.

a. Les relations sont très simples en faisant

$$\mathfrak{M} = 1, \qquad AD = BC = \frac{1}{2}$$

et

$$AB = CD = 2l.$$

On a alors

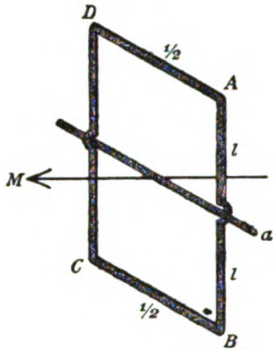
$$(1\,a) \qquad Q_m = l \cos\vartheta.$$

Ce flux d'induction Q_m sera donc représenté par les ordonnées AL de A (*fig.* 51). Quant au signe, AL sera compté négativement quand le point A sera au-dessous de la droite M, et positivement dans le cas

Digitized by Google

contraire. Si A est au-dessous de la droite M, comme par exemple dans la figure 52, les lignes d'induction magnétique traversent le rectangle dans le sens opposé à la normale, c'est-à-dire du côté du

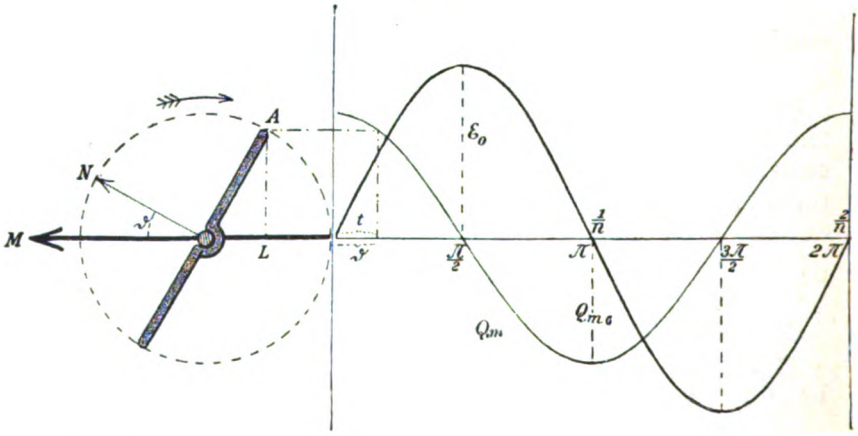
Fig. 50.



rectangle tracé en trait mince à celui tracé en trait fort; d'après la définition donnée, le flux d'induction est considéré comme négatif.

b. On peut représenter par une courbe la valeur du flux d'induction à travers le rectangle dans ses différentes positions, les angles étant portés en abscisses et les valeurs de $Q_m = AL$ en ordonnées. La

Fig. 51.



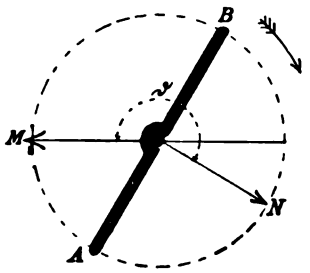
courbe obtenue est représentée par la figure 51. La courbe Q_m est tracée en traits fins. De cette courbe on peut déduire les autres dans les cas les plus généraux [égalité (1)], si $\mathfrak{M}$ et S ont une gran-

Digitized by Google

deur quelconque, en augmentant ou diminuant les ordonnées dans le rapport de $\mathfrak{M}S$ à l.

L'égalité (1) étant applicable à une courbe quelconque plane de surface S (9 et 16 *c*), la courbe Q_m ainsi obtenue représentera le flux

Fig. 52.



d'induction, même si le fil forme non plus un rectangle mais une courbe plane quelconque (*).

c. Quand il s'agit de rotations uniformes (dans la suite elles seront toujours uniformes) du rectangle dans la direction de la flèche, on peut, au lieu de l'angle ϑ, porter en abscisses le temps t que le rectangle met à tourner de l'angle ϑ.

ϑ et t sont liés par la relation

$$\vartheta = ut, \tag{2}$$

u étant la vitesse angulaire, c'est-à-dire l'angle dont tourne le rectangle en une seconde.

51. **Force électromotrice induite** ([41]). — Tant que le rectangle tourne, les conditions énoncées dans 37 *d* sont réalisées; le circuit se déplaçant dans un champ magnétique, le flux d'induction magnétique varie et, d'après 37 *d*, une FEM $\mathcal{E}$ doit être induite dans le conducteur. On a

$$\mathcal{E} = -\frac{1}{v} Q'_m. \tag{1}$$

Cette relation montre que :

1° Le signe de $\mathcal{E}$ est positif tant que Q_m diminue, et négatif lorsque Q_m croît;

(*) La courbe Q_m représentera le flux d'induction, même si le fil ne forme pas une figure plane. La Géométrie analytique montre, en effet, que Q_m est de la forme

$$Q_m = Q_{m_0} \cos\vartheta.$$

Digitized by Google

2° La valeur de $\mathcal{E}$ est proportionnelle à la vitesse avec laquelle Q_m croît ou décroît.

a. Si l'on représente $\mathcal{E}$, comme Q_m, par une courbe (abscisses ϑ, ordonnées $\mathcal{E}$), on voit que :

1° La courbe représentant $\mathcal{E}$ reste au-dessus de l'axe des abscisses tant que la courbe Q_m s'abaisse, c'est-à-dire entre $\vartheta = 0$ et $\vartheta = \pi$, et au-dessous de cet axe tant que la courbe Q_m s'élève, c'est-à-dire entre $\vartheta = \pi$ et $\vartheta = 2\pi$;

2° $\mathcal{E}$ est d'autant plus grand que la courbe Q_m, au point correspondant, s'abaisse plus rapidement (*); car plus la courbe Q_m s'abaisse

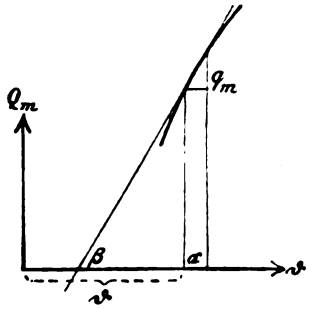
---

(*) On a plus exactement

$$\mathcal{E} \sim \operatorname{tang} \beta,$$

β étant l'angle que forme la tangente à la courbe Q_m au point considéré avec l'axe des abscisses. Pour s'en rendre compte, on trace deux ordonnées de la courbe très voisines l'une de l'autre, et dont la distance comptée sur l'axe des abscisses est égale à α (*fig.* 53). q_m représente l'augmentation du flux d'induc-

Fig. 53.



tion Q_m, pendant que le rectangle tournera du petit angle α. On a, d'une part,

$$\operatorname{tang} \beta = \frac{q_m}{\alpha}, \tag{1}$$

et, d'autre part,

$$Q'_m = \frac{q_m}{t}, \tag{2}$$

t étant le temps que met le rectangle à tourner de l'angle α. D'après 50 *c*,

$$\alpha = u t; \tag{3}$$

donc

$$Q'_m = u \operatorname{tang} \beta$$

Digitized by Google

ou s'élève en un point déterminé, plus la vitesse avec laquelle le flux d'induction Q_m croît ou décroît est grande. La courbe $\mathcal{E}$ doit donc couper l'axe des abscisses ($\mathcal{E} = 0$) aux points où la courbe Q_m ne s'élève ni ne s'abaisse, c'est-à-dire aux points où la tangente est parallèle à l'axe des abscisses. Ceci arrive pour $\mathfrak{I} = 0$ et $\mathfrak{I} = \pi$. Elle présente un maximum aux points où Q_m s'élève le plus rapidement, c'est-à-dire $\mathfrak{I} = \frac{\pi}{2}$ et $\mathfrak{I} = \frac{3\pi}{2}$. La courbe $\mathcal{E}$ a donc dans tous les cas sensiblement la forme de celle de la figure 51.

b. On démontre que la courbe de $\mathcal{E}$ est une sinusoïde.

D'après les égalités (2) et (3) du Nota, on a

$$Q'_m = \frac{q_m}{t} = \frac{u q_m}{\alpha}.$$

D'après 50, égalité (1),

$$q_m = Q_{m_0}[\cos(\mathfrak{I} + \alpha) - \cos\mathfrak{I}]$$

qui devient

$$\mathcal{E} = -\frac{u}{v} Q_{m_0} \frac{\cos(\mathfrak{I} + \alpha) - \cos\mathfrak{I}}{\alpha}$$

qui, pour un angle α très petit, devient

$$\mathcal{E} = \frac{u}{v} Q_{m_0} \sin\mathfrak{I}. \tag{2}$$

Les ordonnées de la courbe $\mathcal{E}$ sont proportionnelles au sinus de l'abscisse $\mathfrak{I}$; la courbe est donc une sinusoïde (*).

---

et

$$\mathcal{E} = -\frac{1}{v} Q'_m = -\frac{u}{v} \operatorname{tang}\beta. \tag{4}$$

L'égalité (2) est strictement exacte si α et t sont infiniment petits; β est donc à la limite l'angle que forme la tangente à la courbe Q_m avec l'axe des abscisses. L'égalité (4) est indépendante de la forme de la courbe Q_m.

(*) Au sens propre du mot. En général, on désigne sous le nom de *sinusoïde* toutes les courbes qu'on déduit de la véritable sinusoïde par un déplacement parallèle le long de l'axe des abscisses et par un simple changement d'échelle des abscisses, en un mot toutes les courbes dont les ordonnées y et les abscisses x sont liées par la relation

$$y = A\sin(\alpha x \pm \beta),$$

α et β étant des constantes.

La courbe Q_m (*fig.* 51) est donc une sinusoïde, qui a été déplacée vers la gauche de $\frac{\pi}{2}$ par rapport à la courbe $\mathcal{E}$. Cela résulte immédiatement de ce que $Q_m = Q_{m_0}\cos\mathfrak{I}$ [50, égalité (1)] est identique à $Q_m = Q_{m_0}\sin\left(\mathfrak{I} + \frac{\pi}{2}\right)$.

Digitized by Google

c. On peut construire cette courbe de la manière suivante : On peut d'abord mettre l'égalité (2) sous la forme

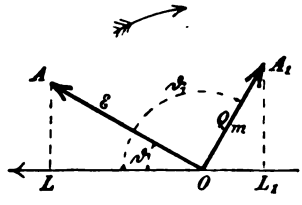
$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin \vartheta, \tag{3}$$

si l'on pose

$$\mathcal{E}_0 = \frac{u}{v} Q_{m_0}. \tag{4}$$

En faisant tourner un rayon $OA = \mathcal{E}_0$ (*fig.* 54) dans la direction de la flèche empennée, le segment AL donne la grandeur de $\mathcal{E}$ pour une

Fig. 54.



grandeur déterminée de ϑ et, par suite, pour un instant déterminé (50 *c*).

Q_m peut être obtenu simplement. On fait tourner simultanément les rayons OA et $OA_1 = Q_{m_0}$ perpendiculaire sur OA. On a

$$A_1 L_1 = Q_{m_0} \sin \vartheta_1 = Q_{m_0} \cos \vartheta.$$

Le segment $A_1 L_1$ fournit une mesure de la grandeur de Q_m.

La plupart du temps, il est inutile de tracer la sinusoïde de $\mathcal{E}$ ou de Q_m ; la représentation par le *rayon tournant* donne une image suffisante de la variation de la grandeur considérée.

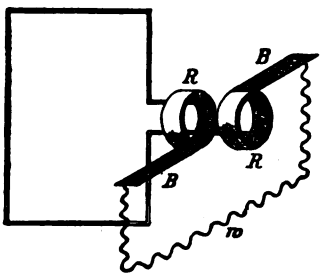
52. **Courant alternatif. Champ alternatif. Oscillation électromagnétique.** — La FEM $\mathcal{E}$, créée dans un rectangle tournant, présente tous les caractères d'un état qu'on appelle *oscillatoire*. A un certain moment la FEM est nulle, elle croît dans une certaine direction jusqu'à une valeur maximum $\mathcal{E}_0$ et décroît ensuite jusqu'à zéro. Elle se comporte comme un pendule ou une lame oscillante qui, écarté de sa position de repos dans une certaine direction et jusqu'à un certain point, revient à sa position de repos, pour recommencer son mouvement dans la direction opposée. Un conducteur de résistance w, qui n'est le siège d'aucune FEM (*), est mis en communication avec le

(*) *Voir* 88 *a*.

Digitized by Google

rectangle à l'aide de bagues R et de balais B (*fig.* 55). La loi de Ohm s'appliquant au circuit fermé constitué par le conducteur et le rectangle, on voit que le courant est à chaque moment proportionnel à

Fig. 55.



la FEM et est par suite oscillatoire. Un tel courant est dit *courant oscillatoire ou alternatif.*

Un tel courant alternatif a pour effet de créer un champ magnétique, dont les lignes d'intensité (**31** *c*) ont une direction constante; mais l'intensité du champ en tous les points de l'espace croît ou décroît proportionnellement au courant alternatif; ce champ est donc oscillatoire. On appelle un tel champ : *champ magnétique alternatif.*

Si, à l'aide de ce courant alternatif, on charge un conducteur quelconque, on obtient un champ électrique alternatif. La charge de ce conducteur sera oscillatoire, et il en sera de même de l'intensité du champ électrique autour de ce conducteur (**18** *a* et **21** *c*), sa direction restant cependant constante.

La tension entre deux points d'un champ alternatif se nomme *tension alternative.*

S'il existe dans un espace un champ électromagnétique dans lequel toutes les grandeurs qui déterminent le champ électromagnétique (intensité de champ électrique et magnétique, courant) sont oscillatoires, on dit que dans cet espace une *oscillation électromagnétique* a lieu.

II. — Éléments d'une oscillation électromagnétique.

53. Amplitude. — *a.* Le maximum atteint par la FEM $\mathcal{E}$ (*fig.* 51) s'appelle l'*amplitude.* On définit d'une façon analogue l'amplitude d'un courant alternatif *i*, d'une tension alternative, ou de l'intensité d'un champ en un point d'un champ alternatif.

Digitized by Google

Pour indiquer l'amplitude, on emploie l'indice o,

$$\mathcal{E}_0, \quad i_0, \quad \ldots.$$

b. Les oscillations dont l'amplitude reste constante se nomment *oscillations non amorties;* elles sont dites *amorties* quand leur amplitude décroît peu à peu. Dans l'exemple du rectangle tournant dans un champ magnétique constant avec une vitesse constante, on a des oscillations non amorties.

54. Courbe d'oscillation. — Dans **51**, en portant en ordonnées les valeurs de $\mathcal{E}$ et en abscisses celles de l'angle ϑ ou du temps t, on obtient une certaine courbe. La FEM $\mathcal{E}$ présente un maximum et tombe ensuite à zéro. On peut ainsi représenter par une courbe toute grandeur oscillatoire; et si les abscisses de cette courbe sont les temps et les ordonnées les valeurs de la grandeur oscillatoire, elles s'appellent *des courbes d'oscillation.*

Dans **51** la courbe est une sinusoïde, car le flux d'induction magnétique (**50**) dans le rectangle varie comme le sinus d'un angle. Les

Fig. 56.

Fig. 57.

reproductions photographiques de courbes oscillatoires (*fig.* 56 et 57) montrent des courbes obtenues expérimentalement ([42]).

Dans la suite, sauf avis contraire, on supposera toujours que les oscillations sont sinusoïdales. Cette hypothèse, nécessaire à la simplicité des procédés, présente encore deux avantages.

1° Les oscillations rapides, qu'on étudiera ici au point de vue même de la forme de l'oscillation, ne s'écartent pas dans la plupart des cas de la forme sinusoïdale, en négligeant toutefois l'amortissement. Il en est de même des oscillations lentes produites par les machines à courant alternatif ou triphasé techniques.

2° Les oscillations qui ne sont pas sinusoïdales se décomposent, d'après le théorème de Fourier, en une somme d'oscillations sinusoïdales comprenant une oscillation fondamentale et des oscillations supérieures, tout comme un son acoustique se décompose en une

Digitized by Google

série de tons simples (ton fondamental et tons supérieurs). Si l'on connaît dans le cas d'une oscillation sinusoïdale un phénomène, on peut presque toujours en déduire la marche du phénomène analogue dans le cas d'une somme d'oscillations sinusoïdales, et par suite d'une oscillation quelconque non sinusoïdale.

55. Fréquence. — *a.* Le nombre qui indique combien de fois une grandeur oscillatoire, par exemple $\mathcal{E}$ dans **51**, change de signe dans une seconde, ou encore combien de fois par seconde la courbe des oscillations coupe l'axe des abscisses, se nomme *fréquence* de l'oscillation. On la désigne par n (*).

Le temps en secondes que le rectangle met à faire une révolution complète, ou encore le temps le plus court après lequel l'oscillation se renouvelle identique à elle-même, s'appelle *durée de l'oscillation* ou *période*. On la désigne par T; on voit que

$$T = \frac{2}{n}.$$

b. En introduisant la fréquence, l'égalité (3) de **51** *c* peut se mettre sous une nouvelle forme.

Le temps qui s'écoule entre deux changements de signe est $\frac{1}{n}$.

Pendant ce temps le rectangle a tourné de l'angle π. L'angle u dont le rectangle aura tourné en une seconde est

$$(1) \qquad u = \pi n = \frac{2\pi}{T} \quad (^{**});$$

donc

$$\vartheta = \pi n t \quad (50\ c).$$

L'égalité de **51** *c* (3) devient

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin \pi n t \quad (^{43}).$$

Cette égalité est applicable dans le cas d'une FEM sinusoïdale quelconque d'amplitude $\mathcal{E}_0$ et de fréquence n, sans tenir compte du mode d'excitation de l'oscillation. Si l'on avait même amplitude, mais une fréquence double, l'équation serait

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin 2\pi n t.$$

(*) En technique $\frac{n}{2}$ est qualifié de *fréquence*.

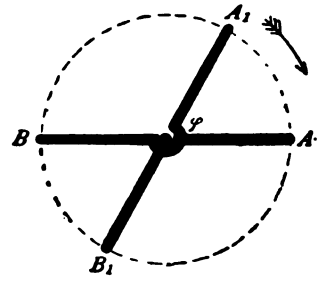
(**) Cette valeur se nomme *la pulsation*. Elle est égale à $2\pi n$ lorsque la fréquence n exprime le nombre d'oscillations complètes par seconde, comme dans les Ouvrages français.

Digitized by Google

56. Phase. — Deux oscillations dont les courbes d'oscillation sont les mêmes, par conséquent de même fréquence et de même amplitude, peuvent dans beaucoup de cas être considérées comme identiques, mais pas en tout cependant.

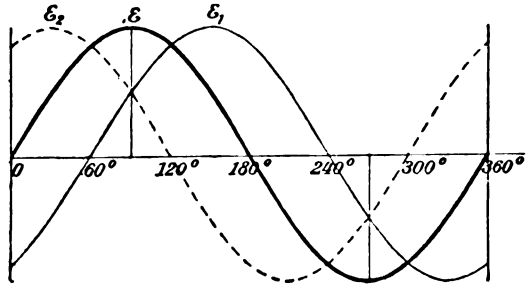
a. Sur le même axe que celui du rectangle ABCD de 50, on place un second rectangle $A_1 B_1 C_1 D_1$ identique au premier et formant avec lui

Fig 58.



un angle φ (*fig.* 58). Si les deux rectangles tournent dans le sens de la flèche, une FEM $\mathcal{E}_1$ est induite dans le second rectangle $A_1 B_1 C_1 D_1$. L'amplitude et la fréquence sont les mêmes que celles de la FEM $\mathcal{E}$ induite dans ABCD; mais, dans le rectangle $A_1 B_1 C_1 D_1$, les mêmes phénomènes se produisent avec un certain retard, qui est égal au temps

Fig. 59.



que les rectangles mettent à tourner de l'angle φ. Si l'on trace les deux courbes $\mathcal{E}$ et $\mathcal{E}_1$ avec les mêmes axes, la courbe $\mathcal{E}_1$ présente sur la courbe $\mathcal{E}$ un décalage égal soit à l'angle φ, soit au temps employé à parcourir l'angle φ (dans la figure 59 l'angle φ est de 60°).

On dit dans ce cas que la FEM $\mathcal{E}_1$ diffère de $\mathcal{E}$ dans la phase d'un angle φ. φ est appelé *angle phase.*

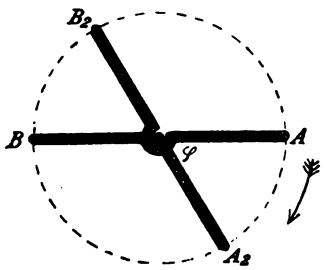
Digitized by Google

b. Si l'on veut affecter un signe à la phase, c'est-à-dire exprimer que pour $\mathcal{E}_1$ tout se produit plus tard que pour $\mathcal{E}$, on dit que $\mathcal{E}_1$ est par rapport à $\mathcal{E}$ en retard dans la phase de l'angle φ.

Ce serait le contraire si les deux rectangles étaient intervertis et tournaient dans le même sens que précédemment (*fig*. 60).

Dans $A_2B_2C_2D_2$ tous les phénomènes se produisent plus tôt que dans ABCD. Cette avance est égale au temps mis à parcourir l'angle φ. Dans ce cas on dit que $\mathcal{E}_2$, induite dans $A_2B_2C_2D_2$, est par rapport à $\mathcal{E}$

Fig. 60.



en avance dans la phase de l'angle φ. La courbe $\mathcal{E}_2$ est par rapport à celle de $\mathcal{E}$ décalée vers la gauche (*fig*. 59).

c. L'expression : une oscillation diffère d'une autre d'un angle phase φ, est généralement employée si deux oscillations de même fréquence se comportent l'une par rapport à l'autre comme les oscillations $\mathcal{E}_1$ et $\mathcal{E}$, ou $\mathcal{E}_2$ et $\mathcal{E}$ (*fig*. 59).

On suppose toujours que la période complète de l'oscillation est de 360°. Si le temps, dont une oscillation est en retard ou en avance sur une autre, est égal à $\frac{1}{4}$ de la période totale, on dit que l'angle phase est de 90°. Si ce temps est égal à $\frac{\text{période}}{a}$, l'angle phase est de $\frac{360°}{a}$. Le mode de production des oscillations est d'ailleurs indifférent ainsi que le rapport de leurs amplitudes.

d. L'angle phase, dont une grandeur oscillatoire $\mathfrak{A}_2$ diffère d'une autre $\mathfrak{A}_1$ de même fréquence, sera représenté dans la suite par $\sphericalangle(\mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}_1)$. Il sera positif si $\mathfrak{A}_2$ retarde sur $\mathfrak{A}_1$ et négatif si $\mathfrak{A}_2$ est en avance sur $\mathfrak{A}_1$. Par exemple $\sphericalangle(\mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}_1) = 90°$ signifie que $\mathfrak{A}_2$ est en retard sur $\mathfrak{A}_1$ de l'angle phase 90°.

e. *Conclusions*. — 1° Une différence de phase de 180° est équivalente à un changement de signe.

2° L'angle phase entre un courant alternatif et le champ magné-

Digitized by Google

tique créé est nul (**31** *c*). Deux grandeurs oscillatoires qui ne présentent aucune différence de phase sont dites *de même phase*.

3° La FEM $\mathcal{E}$, dans **51**, est en retard sur le flux magnétique Q_m d'un angle phase de 90° : $\sphericalangle(\mathcal{E}, Q_m) = 90°$.

III. — Étude expérimentale d'une oscillation électromagnétique.

57. Détermination de la fréquence. — Quand il s'agit d'oscillations dont la fréquence est du même ordre que celle des vibrations acoustisques, de 50 à quelques 1000 par seconde, il existe de nombreuses méthodes pour en déterminer la fréquence; la suivante a cependant l'avantage de la simplicité. On lance le courant alternatif dans une bobine à noyau de fer et, dans le voisinage d'une extrémité, on place une lame de fer. Cette lame est soumise à une attraction de la part du champ magnétique de la bobine, tant que le courant qui traverse la bobine a une intensité différente de zéro; elle est abandonnée à elle-même quand l'intensité du courant est nulle. La lame entre alors en oscillations qui sont perceptibles de loin, si elle est convenablement choisie et fixée au point voulu. Une comparaison des sons produits par ces vibrations avec celles d'un diapason de fréquence connue donne, par la méthode connue d'acoustique, la fréquence du courant alternatif. Si l'oscillation est produite par une machine à courant alternatif (Chap. III), on déduit très simplement la fréquence du nombre de pôles et du nombre de tours mesuré avec un compteur de tours. On peut ainsi vérifier l'exactitude de la méthode précédente.

58. Recherche de l'amplitude. — *a*. On lance simultanément le courant alternatif, dont on veut mesurer l'amplitude, dans deux bobines (*) à axes sensiblement horizontaux. Entre les deux bobines, on place un tube de Braun dont l'axe est horizontal, mais perpendiculaire à celui des bobines. Le champ magnétique entre les deux bobines est horizontal (**30** *c*); la déviation du pinceau lumineux est donc verticale (**5** *c*) et proportionnelle à l'intensité du champ magnétique, c'est-à-dire au courant lancé dans les bobines (**31** *c*).

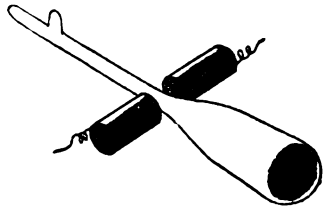
Sous l'influence du courant alternatif dans les deux bobines, la tache lumineuse oscille verticalement; les points extrêmes, auxquels

(*) On doit employer une paire de bobines, car en employant une seule bobine le pinceau lumineux serait déformé du fait de la non-homogénéité du champ magnétique (30 *c*).

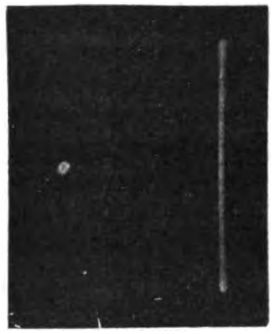
Digitized by Google

s'arrête la tache, représentent l'amplitude du courant alternatif. Si la fréquence du courant alternatif est trop grande pour qu'on puisse suivre des yeux le déplacement de la tache, celle-ci forme une droite

Fig. 61.

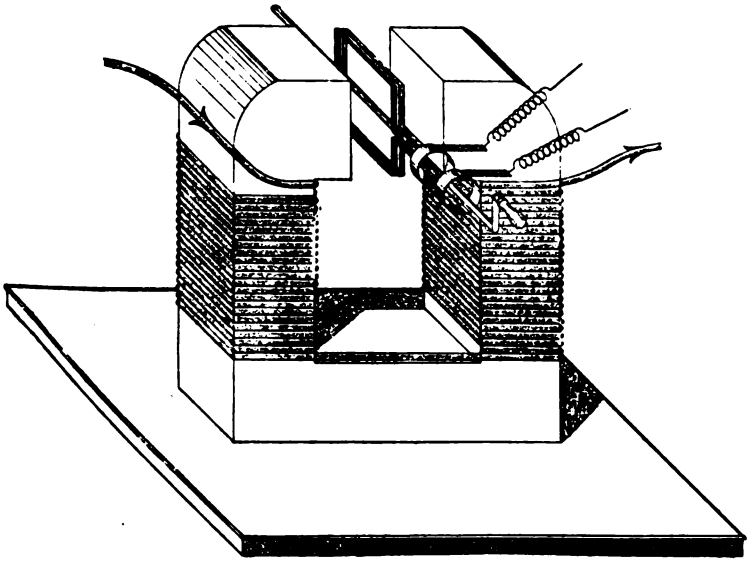


a Fig. 62. *b*



lumineuse (*fig.* 62 *b*). La figure 62 *a* représente l'aspect de la tache immobile. La longueur de cette droite représente le double de l'amplitude du courant alternatif.

Fig. 63.



Pour mesurer l'amplitude d'un courant alternatif en ampères, on envoie dans les deux bobines un courant constant, d'une intensité qu'on peut mesurer, et tel que le déplacement de la tache soit le même.

Digitized by Google

Le tube de Braun se prête facilement à la détermination de l'amplitude d'un champ alternatif magnétique ou électrique, et de la tension alternative entre deux points (*).

b. L'oscillation pendulaire de la tache lumineuse, sous l'influence du passage d'un courant alternatif, peut être mise en évidence par le dispositif de la figure 63, qui est une réalisation du dispositif théorique décrit dans 50. Le champ magnétique homogène est créé par un électro-aimant, dont les pièces polaires sont limitées par des surfaces planes parallèles (**).

Le rectangle ABCD (*fig*. 50) est remplacé par une bobine plate qui, par l'intermédiaire de deux bagues et de deux balais, peut être réunie aux deux bobines de la figure 61. Si l'on fait tourner lentement la bobine plate, une FEM de faible fréquence y est induite, et il est aisé de suivre des yeux le déplacement de la tache lumineuse.

Si l'on tourne de plus en plus vite, à un certain moment la tache lumineuse apparaît sous l'aspect de la figure 62 *b*.

c. Une autre méthode de mesure de l'amplitude d'une oscillation est exposée dans 71 *b*.

59. **Détermination de la courbe d'oscillation.** — Si l'on pouvait donner à la tache lumineuse non seulement un déplacement vertical proportionnel à la valeur du courant alternatif, mais aussi un déplacement horizontal de vitesse constante, elle décrirait la courbe d'oscillation. En effet, l'ordonnée serait la composante verticale du déplacement qui est proportionnelle à la valeur du courant, et l'abscisse serait la composante horizontale du déplacement qui est proportionnelle au temps. Le déplacement horizontal ayant une vitesse constante, on obtiendrait la courbe d'oscillation (54).

a. On peut s'arranger de façon que la tache lumineuse trace elle-même la courbe d'une manière continue, et suffisamment exacte pour la démonstration. Cette courbe apparaît, en clair sur fond sombre, sur l'écran du tube de Braun. Le dispositif de la figure 64 convient à cette expérience. Les deux bobines verticales sont parcourues par un courant, qui donne à la tache lumineuse une vitesse constante horizontale ([44]). Les photographies de courbes oscillatoires représentées par les figures 56 et 57 dans 54 sont obtenues par cette méthode ([45]).

b. On peut encore regarder la tache, qui est déplacée verticalement dans le dispositif de la figure 61, à l'aide d'un miroir tournant autour

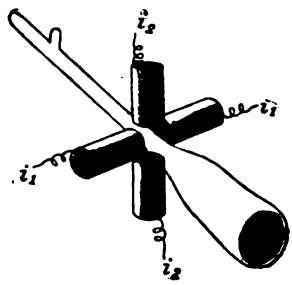
(*) *Voir* ce qui a été dit dans 43 *a* pour la mesure de la tension.
(**) *Voir* 20, figure 13.

Digitized by Google

d'un axe vertical avec une vitesse uniforme ([46]). L'image de la tache lumineuse dans le miroir semble décrire une courbe d'oscillation. Si le miroir est mû par un moteur synchrone (157), le chemin apparent de la tache se reproduit toujours de la même manière, et il est possible de le photographier ([47]).

c. Dans la technique, pour l'obtention des courbes d'oscillation dont la fréquence ne dépasse pas 100 par seconde, on emploie souvent deux méthodes différentes. L'une repose sur les oscillations d'un galvanomètre de faible inertie (oscillomètre ou oscillographe) ([48]), qui peut suivre la faible fréquence des oscillations. A la partie mobile du galvanomètre est fixé un petit miroir qui réfléchit un mince pinceau

Fig. 64.



de lumière. Si l'on regarde dans un miroir tournant le pinceau réfléchi, dont le déplacement est proportionnel à la rotation du miroir du galvanomètre et par suite au courant, il apparaît comme une ligne mince.

Si maintenant le pinceau réfléchi est concentré sur un objectif, devant une plaque photographique sensible animée d'une vitesse constante, la courbe des oscillations s'y impressionnera, et se présentera au développement comme une ligne noire. Pour que les indications d'un tel instrument soient exactes, il est nécessaire que la période de l'oscillation propre de la partie mobile soit beaucoup plus petite que la période de la plus élevée des oscillations supérieures du courant alternatif dont il doive être tenu compte (*).

La deuxième méthode repose sur l'emploi du disque de *Joubert*. La

(*) La dix-huitième oscillation supérieure était encore sensible sur les courants alternatifs d'une machine de la Centrale à Strabourg. Pour qu'un oscillographe donne exactement la courbe d'oscillation de cette machine, la durée de sa demi-oscillation doit être de beaucoup inférieure à $\frac{1}{1000}$ de seconde, si la fréquence de l'oscillation fondamentale est $n = 100/\text{sec}$.

Digitized by Google

partie principale est une pièce de contact tournante, qui ferme un circuit pendant un temps très court. Cette pièce est en liaison directe avec la partie mobile de la machine qui produit le courant alternatif (*); la fermeture du contact se produit donc toujours dans la même partie de la période du courant alternatif. Ce contact ferme le circuit d'un conducteur comprenant un galvanomètre ordinaire et un électromètre. Ce conducteur est généralement monté en dérivation entre deux points du circuit à courant alternatif. La déviation du galvanomètre ou de l'électromètre donne une mesure de la tension qui règne entre les deux points, dans cette partie de la période dans laquelle s'est produite la fermeture du contact. Si l'on modifie la position du contact relativement à la partie mobile de la machine à courant alternatif, on peut produire la fermeture du circuit à un moment quelconque de la période. On mesure ainsi la tension entre les deux points et par suite la valeur du courant alternatif, pour un moment quelconque de la période (87). On construit alors par points la courbe de courant.

60. Détermination de la différence de phase. — Pour se rendre compte si deux courants alternatifs (**) i_1 et i_2 de même fréquence ont même phase, ou présentent une différence de phase, on emploie le tube de Braun. L'expérience décrite dans 59 *a* peut être employée directement à la détermination d'une différence de phase. On photographie la courbe oscillatoire des deux courants alternatifs sur une même plaque sensible, occupant dans les deux cas la même position, toutes les circonstances étant aussi les mêmes. De la position de ces deux courbes on peut déduire la différence de phase. La figure 148 est obtenue de cette manière. Dans beaucoup de cas l'expérience suivante est plus simple. On emploie le dispositif de la figure 64. On lance le courant i_1 dans les bobines à axe horizontal, et i_2 dans celles à axe vertical. Le déplacement vertical (ordonnées) de la tache lumineuse est proportionnel à i_1, le déplacement horizontal (abscisses) est proportionnel à i_2. Pour simplifier les relations, on suppose que les deux paires de bobines sont identiques et que par suite les facteurs de proportionnalité sont les mêmes. Si de plus l'échelle est choisie de telle façon que le facteur de proportionnalité soit égal à 1, la déviation verticale est égale à i_1 et la déviation horizontale est égale à i_2.

a. La courbe que décrit la tache lumineuse, si i_1 et i_2 sont des cou-

(*) Ou avec un moteur synchrone.

(**) Ceci est applicable aux champs alternatifs magnétiques ou électriques.

Digitized by Google

rants alternatifs sinusoïdaux de même fréquence, est obtenue très simplement par la Géométrie analytique ([49]). On peut construire géométriquement cette courbe en représentant i_1 et i_2 par des rayons tournants, comme cela se fait dans 51 *c*.

On fait tourner dans le sens de la flèche (*fig.* 65) $OR_1 = i_{10}$ (*) avec une vitesse uniforme, de façon qu'il fasse une révolution complète pendant une période complète de courant alternatif, et qu'il coïncide avec l'axe des abscisses négatives au moment où i_1 de négatif devient

Fig. 65.

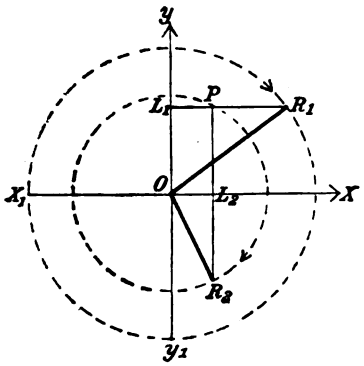
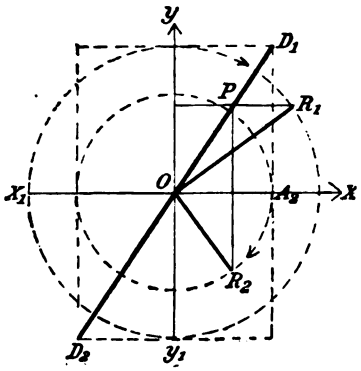


Fig. 66.



positif en passant par la valeur zéro. De R_1 on abaisse la normale R_1L_1 sur l'axe OY; on a

$$OL_1 = OR_1 \sin \vartheta_1 = i_{10} \sin \vartheta_1 = i_1 (\vartheta_1 = \widehat{X_1 OR_1}).$$

On trace d'une manière analogue le rayon $OR_2 = i_{20}$ (*); il doit coïncider avec l'axe d'ordonnées positives OY, au moment où i_2 négatif devient positif en passant par la valeur zéro. Le pied L_2 de la normale R_2L_2 à OX donne $OL_2 = i_2$. Si l'on fait tourner simultanément les deux rayons, l'intersection de R_1L_1 et R_2L_2 détermine constamment un point de coordonnées i_2 et i_1. C'est donc un point de la courbe cherchée, décrite par la tache lumineuse sous l'action de deux courants i_1 et i_2.

1° i_1 et i_2 ont même phase.

Les deux rayons tournent de telle façon que, au moment où OR_1

(*) Dans le cas général, si les deux paires de bobines ne sont pas semblables, et que les facteurs de proportionnalité soient pour l'une $= c_1$ et pour l'autre $= c_2$, on aura

$$OR_1 = c_1 i_{10}, \qquad OR_2 = c_2 i_{20}.$$

Digitized by Google

passe par OX_1, OR_2 passe par OY; c'est-à-dire que

$$\widehat{X_1OR_1} = \widehat{YOR_2}.$$

Le point P décrit alors une droite D_1D_2 (*fig.* 66); car, pour chaque valeur de l'angle $X_1OR_1 = YOR_2$, l'ordonnée OL_1 d'un point de la courbe est à l'abscisse OL_2 comme OR_1 à OR_2. On détermine cette droite en élevant en A_2 une verticale $A_2D_1 = OR_1$.

2° i_2 est en retard sur i_1 d'un angle de phase φ (*fig.* 67).

On fait tourner OR_1 et OR_2 de la manière suivante : OR_2 doit coïncider avec OY après que OR_1 a coïncidé avec OX_1 et ce, avec un retard égal à φ, c'est-à-dire qu'on a toujours

$$\widehat{X_1OR_1} = \widehat{YOR_2} + \varphi.$$

On obtient une courbe de forme ellipsoïdale; si c'est réellement une ellipse, on peut la tracer graphiquement.

On opère ainsi : le point B_1, auquel la courbe, quelle que soit sa forme d'ailleurs, coupe l'axe des Y, correspond au moment où

$$\widehat{YOR_2} = 0, \qquad \widehat{X_1OR_1} = \varphi, \qquad i_2 = 0.$$

Or

$$OB_1 = OR_1 \sin\varphi = OA_1 \sin\varphi,$$

ou

$$\frac{OB_1}{OA_1} = \sin\varphi.$$

On obtient, par des considérations analogues,

$$\frac{OB_2}{OA_2} = \sin\varphi.$$

b. De tout ce qui précède on déduit la règle suivante : pour étudier deux courants alternatifs de phase différente, on emploie le dispositif de la figure 64. Si l'on obtient sur le disque du tube de Braun une droite, les deux courants ont même phase; si c'est une ellipse, ils présentent une différence de phase.

Pour déterminer le sinus de l'angle de phase, on ne lance pendant quelques instants que l'un des courants, i_1 par exemple; on obtient la valeur de OA_1 (*); on lance ensuite les deux courants. On photographie successivement les deux taches produites sur une même plaque sensible occupant la même position dans les deux cas. Le point B_1 où OA_1

(*) A proprement parler le double de ce segment, soit $A_1A'_1$ de la figure 67.

Digitized by Google

coupe l'ellipse détermine la longueur OB_1 et l'on déduit φ de la relation

$$\sin\varphi = \frac{OB_1}{OA_1}.$$

c. Cette méthode donne la valeur de l'angle de phase, mais non son signe. Elle ne fait aucune différence pour la position de B_1, que l'angle de phase soit $\pm 60°$ ou $\pm 120°$ ou $\pm 240°$ ou $\pm 300°$ (*). Si l'angle de phase est compris entre 0° et 90° ou entre 90° et 270°, on peut différentier les positions de l'ellipse. La figure 67 par exemple correspond à une différence de phase de 60°, la figure 68 à une différence de 120°.

Fig. 67.

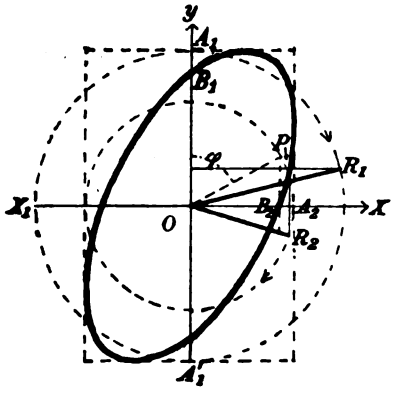
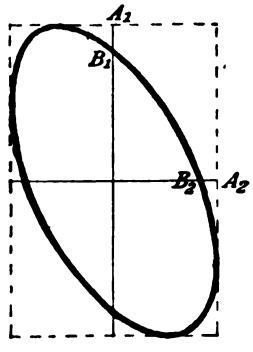


Fig. 68.



Dans le premier cas, le grand axe de l'ellipse est situé entre les axes positifs d'abscisses et d'ordonnées; dans le second cas, il est entre des axes de signes contraires (**). Les figures 69 et 70, qui sont des photographies de ces courbes, représentent les courbes obtenues avec deux alternateurs de la Station centrale de Strasbourg présentant une différence de phase de 60° ou 240° et 120° ou 300°. Ce sont les oscillations supérieures du courant alternatif qui font que la courbe n'est

(*) Si l'on veut choisir comme angle de phase entre deux grandeurs oscillatoires 60° ou 240° (120° ou 300°), il suffit de déterminer arbitrairement la direction dans laquelle on comptera positivement les grandeurs oscillatoires.

(**) L'écartement de la tache lumineuse vers le haut (direction OY) et vers la droite (direction OX) pouvant être compté positivement dans un sens arbitraire, ceci n'est applicable que si les bobines de la figure 63 sont montées de la manière suivante : un courant continu lancé dans les bobines, dans la direction dans laquelle i_1 et i_2 sont comptés positivement, doit déplacer la tache lumineuse vers le haut ou vers la droite.

Digitized by Google

pas exactement une ellipse (**54**). Le signe de l'angle de phase peut être obtenu de la manière suivante : on donne momentanément à l'un des courants un léger retard de phase (**86**); par l'expérience déjà décrite, on voit si la différence de phase entre les deux courants alternatifs a subi un accroissement ou une diminution. On peut donc faire

Fig. 69.

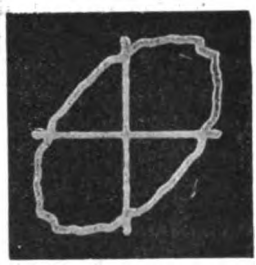
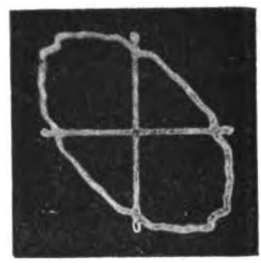


Fig. 70.



une expérience simple, comme dans le cas de deux diapasons pour lesquels on constate par les battements une différence dans le nombre des oscillations, et l'on conclut lequel des deux est le plus haut.

d. Cas particulier $\varphi = 90°$. — Pour une différence de phase de 90°, les rayons OR_1 et OR_2 se confondent. Dans ce cas, les axes de l'ellipse coïncident avec les axes de coordonnées OX et OY, et a fournit une construction élémentaire de l'ellipse. Si en outre $i_{10} = i_{20}$, l'ellipse est un cercle de rayon $OR_1 = OR_2$.

Les figures 71 et 72 représentent les courbes de deux courants alter-

Fig. 71.

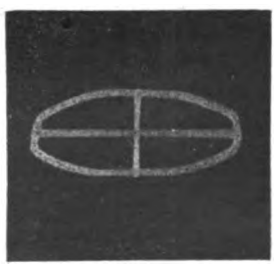
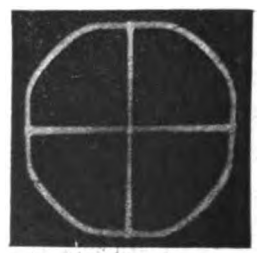


Fig. 72.



natifs ayant une différence de phase de 90° (*); dans la figure 71 les amplitudes diffèrent, dans la figure 72 elles sont les mêmes.

(*) Deux phases d'une machine à courant tétraphasé.

Digitized by Google

IV. — Représentation graphique par un vecteur-diagramme.

61. La méthode du vecteur-diagramme. — La représentation graphique d'un phénomène oscillatoire par une courbe (54) fournit dans tous les cas une image très claire. L'inconvénient de cette méthode est que la construction de cette courbe peut être longue. La représentation graphique à l'aide du rayon tournant était déjà une réelle simplification. Fort souvent, une méthode plus simple encore est suffisante.

a. On avait représenté deux grandeurs oscillatoires de même fréquence, d'amplitudes $\mathfrak{A}_1$ et $\mathfrak{A}_2$ et présentant une différence de phase φ, par deux rayons de longueur $OA_1 = \mathfrak{A}_{10}$, $OA_2 = \mathfrak{A}_{20}$, faisant entre eux l'angle φ et tournant avec une vitesse uniforme (*fig.* 73). Il est nécessaire de les faire tourner pour qu'ils donnent à chaque moment, par les projections de A_1 et A_2 sur une droite fixe, les grandeurs oscillatoires. On renonce à cela, si l'on se contente de vouloir connaître l'amplitude et la phase. Ces grandeurs sont déjà représentées dans la figure 73. Les longueurs OA_1 et OA_2 représentent les amplitudes, et

Fig. 73.

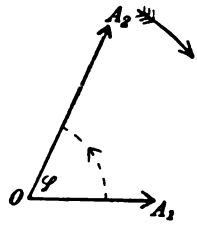
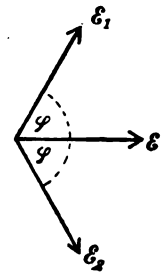


Fig. 74.



l'angle compris entre OA_1 et OA_2 l'angle de phase φ. Une telle représentation s'appelle (*fig.* 73) *un vecteur-diagramme.*

Les droites OA_1 et OA_2 s'appellent les *vecteurs des oscillations considérées.*

b. Pour le signe de la différence de phase, les positions relatives des deux vecteurs importent. Si l'on suppose que les rayons OA_1 et OA_2 tournent dans la direction de la flèche empennée (*fig.* 73), le rayon OA_2, relativement à une droite fixe passant par O, passera plus tard que OA_1; ce retard est égal au temps employé à parcourir l'angle φ. La grandeur oscillatoire, représentée par OA_2, présente un

Digitized by Google

retard dans la phase par rapport à celle représentée par OA_1. Dans la suite, l'angle sera compté dans la direction indiquée par la flèche simple (*fig.* 73), s'il s'agit d'un retard dans la phase, et en sens contraire, c'est-à-dire dans le sens des aiguilles d'une montre, s'il s'agit d'une avance dans la phase. Ainsi, si OA_1 et OA_2 sont les vecteurs de deux grandeurs oscillatoires $\mathfrak{A}_1$ et $\mathfrak{A}_2$, la différence de phase sera représentée (56 *d*) par

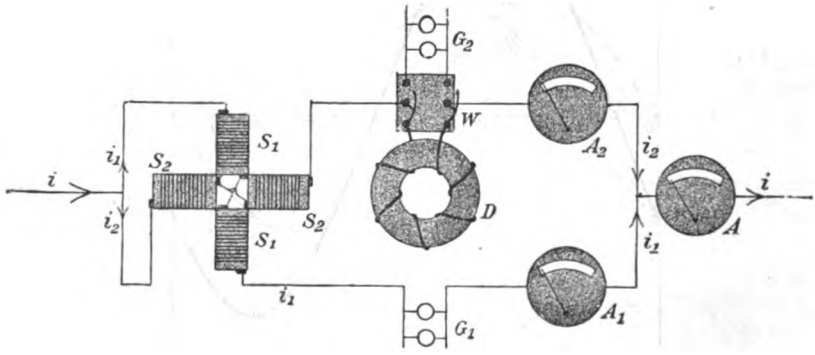
$$\measuredangle(\mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}_1) = \widehat{A_2OA_1}$$

et est comptée positivement si le rayon OA_1 coïncide avec OA_2 après une rotation en sens inverse des aiguilles d'une montre.

c. Exemple. — Les vecteurs-diagrammes des FEM $\mathcal{E}$, $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2$ dans 56 (*fig.* 59) sont reproduits dans la figure 74. $\mathcal{E}_1$ est en retard sur $\mathcal{E}$ de l'angle φ et $\mathcal{E}_2$ est en avance sur $\mathcal{E}$ du même angle.

62. Résultante des grandeurs oscillatoires. — Le grand avantage du vecteur-diagramme est de pouvoir obtenir la résultante de deux

Fig. 75.



oscillations simultanées de même direction et de même fréquence. On lance par exemple simultanément dans un fil deux courants alternatifs i_1 et i_2. On veut déterminer l'amplitude et la phase du courant résultant i, pour lequel à chaque instant on a

$$i = i_1 + i_2.$$

a. Par l'expérience, dont le dispositif est représenté par la figure 75, on peut montrer que généralement l'amplitude i n'est pas égale à la somme des amplitudes i_1 et i_2. A_1, A_2, A sont des ampèremètres ther-

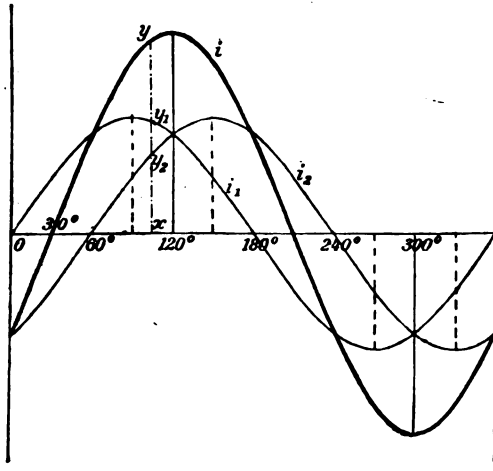
Digitized by Google

miques (43 *a*), G_1 et G_2 des lampes à incandescence, D une bobine à noyau de fer fermé, S_1 et S_2 deux paires de bobines sans noyau entre lesquelles est placé un tube de Braun, non représenté dans la figure 75; W est un commutateur à l'aide duquel on peut intercaler dans le circuit i_2 soit D, soit les lampes G_2. Le conducteur i est réuni aux bornes d'un circuit à courant alternatif. Si le commutateur est placé de façon que le courant passe dans D, on a les valeurs suivantes du courant dans l'expérience faite :

$$A_1 \quad i_{1eff} = 3 \text{ amp.},$$
$$A_2 \quad i_{2eff} = 3 \text{ amp.},$$
$$A \quad i_{eff} = 4,8 \text{ amp.},$$

i_{eff} n'est pas égal à 6 ampères. Comme dans le cas d'un courant alternatif sinusoïdal (dans le cas précédent i_1, i_2 et i étaient sensiblement

Fig. 76.



dans ces conditions) l'amplitude est proportionnelle (71 *b*) à la valeur efficace, il s'ensuit que i_0 doit être plus petit que $i_{10} + i_{20}$.

Il est clair que ceci dépend de la différence de phase qu'il y a entre i_1 et i_2. Dans l'expérience précédente, il apparaît sur l'écran du tube de Braun une courbe ellipsoïdale qui détermine la différence de phase entre i_1 et i_2 (60 *b*).

Si, par le changement de position du commutateur W, la bobine D cesse d'être excitée et que les lampes soient intercalées dans le circuit, la courbe de l'écran du tube de Braun est une droite, car i_1 et i_2 ont

Digitized by Google

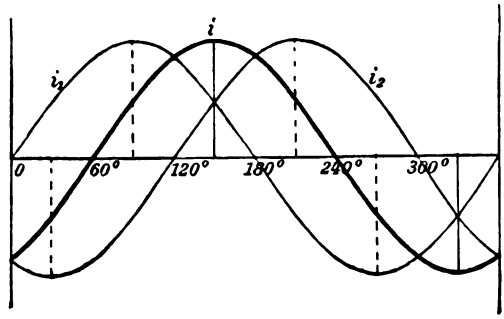
même phase. Dans ce cas, les mesures données par les ampèremètres sont :

$$A_1 \quad i_{1\text{eff}} = 3 \text{ amp.},$$
$$A_2 \quad i_{2\text{eff}} = 3 \text{ amp.},$$
$$A \quad i_{\text{eff}} = 6 \text{ amp.}$$

Ceci montre que, s'il n'existe plus de différence de phase entre i_1 et i_2, on a : $i_0 = i_{10} + i_{20}$.

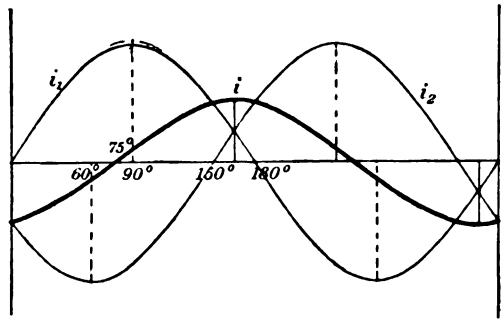
b. L'amplitude de la résultante de deux oscillations, présentant une

Fig. 77.



différence de phase déterminée, ne pouvant être égale à la somme des amplitudes de chacune des deux oscillations, il en résulte que deux oscillations de même amplitude, présentant une différence de phase

Fig. 78.



de 180°, s'annulent (56 *c*). La résultante est nulle. Le tracé des courbes le montre immédiatement.

Connaissant les courbes de deux oscillations i_1 et i_2 (*fig.* 76), on obtient la courbe de l'oscillation résultante de la manière suivante :

Digitized by Google

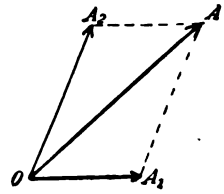
Soient y_1 et y_2 les deux ordonnées qui correspondent à deux points de même abscisse x. L'ordonnée y de la courbe résultante s'obtient en faisant la somme algébrique de y_1 et y_2. C'est ainsi que furent construites les courbes des figures 76, 77, 78. Pour ces trois courbes les amplitudes des oscillations i_1 et i_2 sont égales.

Dans la figure 76 la différence de phase est 60°, 120° dans la figure 77 et 150° dans la figure 78.

Ces tracés montrent que l'amplitude de l'oscillation résultante, tracée en gros traits dans les figures 76, 77 et 78, est maxima quand la différence de phase est nulle, et d'autant plus petite que la différence de phase se rapproche plus de 180°.

c. La méthode la plus simple, pour déterminer sans l'aide de courbes

Fig. 79.



l'amplitude et la phase d'une oscillation résultante, est d'employer le vecteur-diagramme; si OA_1 et OA_2 sont les vecteurs des deux oscillations (*fig.* 79), on obtient le vecteur de l'oscillation résultante en traçant le vecteur résultant par la méthode du parallélogramme : on construit sur OA_1 et OA_2 un parallélogramme dont la diagonale est le vecteur de l'oscillation résultante.

Les constructions représentées par les figures 80, 81 et 82 sont

Fig. 80.

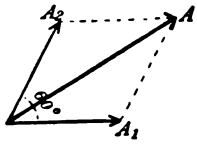


Fig. 81.

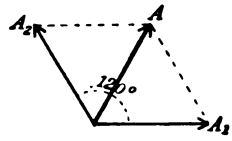


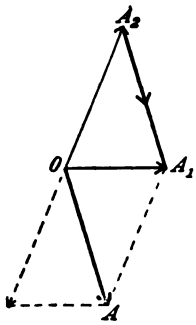
Fig. 82.

l'application de cette dernière méthode aux cas déjà traités dans les figures 76, 77 et 78. Un simple examen de ces figures fait comprendre l'emploi de la méthode, et leur comparaison avec les figures 76, 77 et 78 en permet une vérification. On peut démontrer par le calcul que cette construction est applicable dans tous les cas où l'oscillation est sinusoïdale ([50]).

Digitized by Google

63. Différence de deux grandeurs oscillatoires. — On veut déterminer la différence (*) entre une oscillation de vecteur OA_1 et une autre oscillation de vecteur OA_2. Pour cela on détermine l'oscillation résultante de l'oscillation OA_1 et d'une oscillation égale à l'oscillation OA_2, mais présentant une différence de phase de 180° avec elle. On obtient le vecteur de cette oscillation en prolongeant, au delà de O, le vecteur OA_2 d'une longueur égale à lui-même. On construit enfin

Fig. 83.



la résultante de ce vecteur ainsi obtenu avec OA_1. Le vecteur résultant est OA (**62** *c*).

Le vecteur $A_2 A_1$ (**) donne, par sa grandeur et sa direction, l'amplitude et la phase de la différence des deux oscillations, $OA_1 - OA_2$.

64. Décomposition d'une grandeur oscillatoire. — De la même manière qu'on compose en une seule oscillation OA deux oscillations OA_1 et OA_2 de phases différentes, on peut inversement décomposer une oscillation en deux ou même plusieurs oscillations de phases différentes. C'est en tout analogue à la décomposition d'une force en plusieurs composantes.

V. — Généralités sur les grandeurs oscillatoires.

Les relations entre les champs électriques et magnétiques (**35-37**), comme entre les charges et les courants électriques (**23**), sont telles

(*) L'oscillation i est la différence de deux oscillations de même direction i_1 et i_2, si l'on a à chaque moment $i = i_1 - i_2$.

(**) Il est sans importance que le vecteur $A_1 A_2$ ne passe pas par le point O. Il n'est pas nécessaire que les vecteurs d'un vecteur-diagramme passent par le même point; on peut, sans en changer la signification, les déplacer parallèlement à eux-mêmes.

Digitized by Google

qu'une grandeur est proportionnelle à la vitesse avec laquelle croît ou décroît une autre grandeur. C'est pourquoi il y a quelques difficultés à rechercher ce qui résulte de ces relations, dans le cas particulier de grandeurs oscillatoires et sinusoïdales ([51]).

65. **Phase.** — On a montré dans **51** et **56** *e* que la FEM $\mathcal{E}$, induite par un flux d'induction oscillatoire Q_m, est elle-même oscillatoire et présente par rapport à Q_m une différence de phase de 90°. Cela résulte de l'égalité

$$\mathcal{E} = -\frac{1}{v} Q'_m.$$

La signification physique des grandeurs $\mathcal{E}$ et Q_m n'ayant joué aucun rôle pour l'établissement de cette relation, et $\frac{1}{v}$ étant un facteur de proportionnalité constant, cette relation doit être applicable à une grandeur quelconque $\mathfrak{B}$, telle que sa valeur soit proportionnelle à la vitesse avec laquelle une grandeur oscillatoire $\mathfrak{A}$ décroît; c'est-à-dire qu'on a

$$\mathfrak{B} = -k\mathfrak{A}', \tag{1}$$

k étant une grandeur positive, ou bien

$$\mathfrak{B} = +k\mathfrak{A}' \tag{2}$$

si $\mathfrak{B}$ est proportionnel à la vitesse avec laquelle $\mathfrak{A}$ croît.

Dans le premier cas, $\mathfrak{B}$ est en retard sur $\mathfrak{A}$ d'un angle de phase de 90° et, dans le second cas, $\mathfrak{B}$ est en avance $\mathfrak{A}$ sur de l'angle de phase de 90°. On peut d'ailleurs déduire $\mathfrak{B}$ de l'égalité (2) du $\mathfrak{B}$ de l'égalité (1) par une différence de phase de 180° (**56** *e*). Il en résulte d'une façon générale que :

Si une grandeur $\mathfrak{B}$ dépend d'une grandeur oscillatoire $\mathfrak{A}$, de telle sorte qu'elle soit proportionnelle à la vitesse avec laquelle $\mathfrak{A}$ varie, $\mathfrak{B}$ est elle-même oscillatoire et présentera avec $\mathfrak{A}$ une différence de phase de 90°. Elle est en avance ou en retard sur $\mathfrak{A}$, selon que le facteur de proportionnalité est positif ou négatif, c'est-à-dire selon que $\mathfrak{B}$ est proportionnel à la vitesse avec laquelle $\mathfrak{A}$ croît ou décroît.

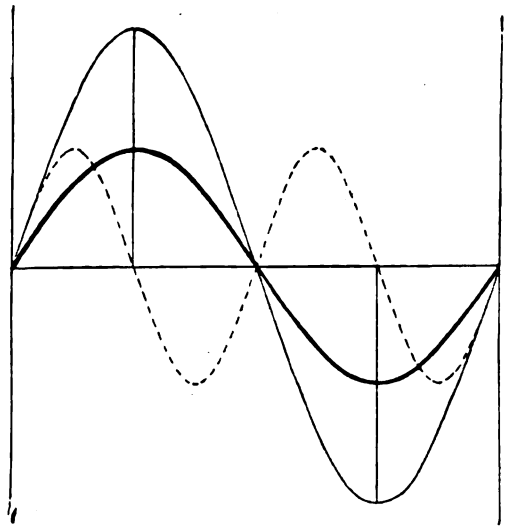
66. **Amplitude.** — *a*. L'amplitude de $\mathfrak{B}$ peut être déterminée expérimentalement dans l'exemple **51**, où une FEM $\mathcal{E}$ est induite par un flux oscillatoire Q_m. On fait les deux expériences suivantes à l'aide du dispositif décrit dans **58** *b*.

1° La vitesse de rotation de la bobine est constante, le courant dans l'électro-aimant augmente d'intensité. D'après **31** *c*, il en résulte un

Digitized by Google

accroissement de l'intensité magnétique et, par suite, de l'amplitude du flux d'induction magnétique [50, égalité (1)]. Cet accroissement est mis en évidence par ce fait que la tache lumineuse d'un tube de Braun s'écarte davantage dans les oscillations de sa position de repos, et cet écart est d'autant plus grand que le courant dans l'électro-aimant est lui-même plus intense. Ceci montre que l'amplitude du courant dans les bobines de déviation et, par suite, la FEM induite dans la

Fig. 84.



bobine tournante deviennent plus grandes quand on augmente l'amplitude du flux d'induction magnétique.

2° Le courant dans l'électro-aimant est maintenu constant, mais la vitesse de rotation de la bobine augmente et, par suite (55 *a*), la fréquence de Q_m croît. Maintenant encore, les apparences sur l'écran du tube de Braun sont les mêmes : l'amplitude de $\mathcal{E}$ est d'autant plus grande que la fréquence de Q_m est plus grande.

b. Dans 51 *a* on voit pourquoi l'amplitude de $\mathcal{E}$ est d'autant plus grande que l'amplitude et la fréquence de Q_m sont elles-mêmes plus grandes. L'amplitude de $\mathcal{E}$ est d'autant plus grande que la courbe de Q_m est plus voisine de la verticale au point où elle coupe l'axe des abscisses. Il est clair que, pour des courants de même fréquence, la courbe Q_m est d'autant plus verticale en ce point que l'amplitude est plus grande. La figure 84, dans laquelle la courbe tracée en traits fins correspond à un courant d'amplitude double de celle du courant dont

Digitized by Google

la courbe est tracée en traits gros, permet de vérifier immédiatement la proposition précédente. Pour une même amplitude, la courbe Q_m coupe l'axe des abscisses sous un angle d'autant plus grand que la fréquence est plus grande. Dans la figure 84, la courbe tracée en gros traits et la courbe pointillée correspondent à des grandeurs oscillatoires de même amplitude, mais la fréquence de l'une est le double de celle de l'autre.

c. Les égalités (4) de **51** *c* et (1) de **55** montrent exactement comment l'amplitude de $\mathcal{E}$ dépend de l'amplitude et de la fréquence de Q_m. Il résulte immédiatement de ces relations que

$$\mathcal{E}_0 = \frac{1}{v}\pi n Q_{m_0}.$$

La signification physique des grandeurs $\mathcal{E}$ et Q_m ne jouant aucun rôle dans l'établissement de cette relation, elle est applicable à deux grandeurs oscillatoires $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$ liées par la relation

$$\mathfrak{B} = \pm k'\mathfrak{A}.$$

On obtient ainsi la relation générale

$$\mathfrak{B}_0 = k\pi n \mathfrak{A}_0,$$

c'est-à-dire que, si $\mathfrak{B}$ est proportionnel à la vitesse avec laquelle $\mathfrak{A}$ varie, son amplitude est proportionnelle à l'amplitude et à la fréquence de $\mathfrak{A}$. Le facteur de proportionnalité, en outre de celui déjà employé ($\pm k$), est égal à π.

67. I. Exemple. — *Détermination de l'induction d'un champ magnétique alternatif.* — Étant donné un champ magnétique alternatif (**52**), on se propose de déterminer, pour un point quelconque du champ, la direction et l'amplitude de l'induction magnétique.

On introduit dans le champ, au point choisi, une petite bobine plate dont les extrémités sont reliées soit à un ampèremètre thermique, soit à deux bobines entre lesquelles est placé un tube de Braun (**58**, *fig.* 61). L'ampèremètre, ou le tube de Braun, détermine (**58** et **71**) l'amplitude du courant qui parcourt la bobine et, par suite, l'amplitude de la FEM $\mathcal{E}$ induite dans la bobine (**86**). On en déduit l'induction magnétique au point considéré par les relations suivantes :

Le flux d'induction magnétique Q_m à travers la bobine est relié à la FEM $\mathcal{E}$ induite par la relation (**66** *c*)

(1) $$\mathcal{E}_0 = \frac{\pi n}{v} Q_{m_0}.$$

Digitized by Google

D'autre part, le flux d'induction magnétique Q_m est lié à l'induction magnétique $\mathfrak{M}$ par la relation (37 *c*)

$$(2) \qquad Q_{m_0} = \mathfrak{M}_0 NS,$$

N étant le nombre de spires de la bobine et S la surface de l'une de ces spires (*); l'axe de la bobine est supposé être parallèle aux lignes d'induction au point considéré.

Si l'axe de la bobine faisait avec le flux d'induction l'angle ϑ, l'amplitude du flux d'induction magnétique serait plus petite et égale à $\mathfrak{M}_0 NS \cos\vartheta$ (9).

a. De cette remarque il résulte que, pour obtenir la direction des lignes d'induction d'un champ magnétique alternatif en un point considéré, on fait pivoter la bobine jusqu'à ce que la FEM induite soit maxima, c'est-à-dire que l'ampèremètre thermique ou la tache lumineuse du tube de Braun accusent un effet maximum.

Cette condition étant satisfaite, l'axe de la bobine donne la direction des lignes d'induction magnétique au point considéré du champ.

b. L'amplitude de l'induction magnétique $\mathfrak{M}$ au point considéré est proportionnelle à l'amplitude de la FEM induite et est, par suite, proportionnelle aux indications de l'ampèremètre thermique ou du tube de Braun. On a [égalités (1) et (2)]

$$\mathfrak{M}_0 = \mathcal{E}_0 \frac{v}{\pi n NS}.$$

c. La phase de l'induction magnétique dépend de celle de la FEM induite $\mathcal{E}$, car, d'après 65, $\mathfrak{M}$ doit être en avance sur $\mathcal{E}$ d'un angle de phase de 90°.

La phase de $\mathcal{E}$ peut être déduite de celle du courant dans la bobine (86 et 60).

68. II. Exemple. — *Effet magnétique d'un champ électrique alternatif*. — On suppose que, dans un espace cylindrique, de section transversale q, s'exerce un champ électrique alternatif homogène dont les lignes d'induction soient parallèles à l'axe du cylindre. D'après 29 *b* et 36 *a*, il crée un champ magnétique cyclique dont l'axe coïncide avec celui du cylindre; les lignes d'induction ou d'intensité sont des cercles dont les centres sont sur l'axe du cylindre et dont les plans sont normaux à cet axe.

(*) Si les surfaces des spires de la bobine sont très différentes, on prendra pour S la valeur moyenne de la surface d'une spire.

Digitized by Google

La FMM $\mathfrak{M}$ le long de l'une de ces lignes d'intensité est (35 *d*)

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{\rho}(Q_s + Q'_e),$$

Q_s étant le courant et Q_e le flux d'induction électrique dans le cylindre.

a. Le cylindre est un conducteur (de conductibilité σ et de constante diélectrique ε). $\mathfrak{M}$ se compose d'une partie $\mathfrak{M}_1$ qui provient du courant et d'une autre $\mathfrak{M}_2$ qui est créée par le champ électrique alternatif. Comme on a

$$Q_s = q\sigma E \quad (22),$$
$$Q_e = q\varepsilon E \quad (16),$$

on a, par suite,

$$(1) \qquad \mathfrak{M}_{10} = \frac{q}{\rho}\sigma E_0,$$

$$(2) \qquad \mathfrak{M}_{20} = \frac{q}{\rho}\pi n \varepsilon E_0 \quad (66\ c),$$

n étant la fréquence et E l'intensité du champ électrique alternatif. D'où

$$\frac{\mathfrak{M}_{20}}{\mathfrak{M}_{10}} = \frac{\pi n \varepsilon}{\sigma}.$$

Pour un très mauvais conducteur et une très grande fréquence, l'effet magnétique du champ électrique variable peut l'emporter sur celui du courant électrique. Ceci a déjà lieu avec de l'eau distillée pour une fréquence d'environ 10^5 par seconde, et avec une solution concentrée de sulfate de cuivre pour une fréquence de 2.10^8 par seconde (*).

Pour les métaux, avec des fréquences d'environ 2.10^{13} par seconde (474 *c*), l'effet magnétique du champ alternatif électrique ne s'est jamais mis en évidence à côté de l'action magnétique du courant; il peut être négligé vis-à-vis de l'effet magnétique du courant dans le cas d'oscillations plus lentes. Relativement à la constante diélectrique inconnue du métal, on peut en conclure que, pour des fréquences de 2.10^{13} par seconde, $\pi n \varepsilon$ doit être considérablement plus petit que σ.

b. Le cylindre est un isolant. En comparant les égalités (1) et (2), on voit que l'effet magnétique du champ électrique alternatif dans l'isolant est (s'il ne dépend pas de la phase) le même que si dans

(*) *Voir* Tables I et III à la fin du tome II. Pour la solution concentrée du sulfate de cuivre $\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = 80$ comme pour l'eau.

Digitized by Google

l'isolant passait un courant $\mathfrak{S}$ d'amplitude

$$\mathfrak{S}_0 = \pi n \varepsilon E_0.$$

Si la constante diélectrique du cylindre est la même que celle ε_0 de l'air, on a sensiblement (48)

$$\mathfrak{S}_0 = 3 n E_0 10^{-22} \text{ C.G.S.}$$

Cette relation donne une idée de l'ordre de grandeur de l'effet magnétique d'un champ électrique alternatif dans le cylindre.

Si l'on admet que l'amplitude E_0 de l'intensité du champ électrique soit de 1000 volts par centimètre (*), ce qui est déjà un très fort champ électrique, on a pour des fréquences techniques de 100 par seconde :

$$\mathfrak{S}_0 = 3.10^{-9} \text{ C.G.S.} = 3.10^{-8} \text{ amp. par cm}^2.$$

Ce courant est si faible, qu'il ne donne pas un effet magnétique suffisamment sensible pour qu'on puisse le déceler par les moyens habituels.

Le raisonnement précédent est applicable non seulement dans le cas simple précité, mais aussi au cas général; il en résulte que : pour les fréquences employées dans la technique, l'effet magnétique des champs électriques alternatifs est négligeable dans les isolants (**).

Il n'en est plus de même s'il s'agit d'oscillations rapides. Déjà pour une fréquence de 10^9 par seconde, on a

$$\mathfrak{S}_0 = 0,3 \text{ amp. par cm}^2.$$

Le champ électrique alternatif pourrait, dans ce cas, exercer un effet magnétique important.

VI. — Produit de deux grandeurs oscillatoires.

Soient $\mathfrak{A}_1$ et $\mathfrak{A}_2$ deux grandeurs oscillatoires sinusoïdales de même fréquence et dont les courbes soient données. Soit $\mathfrak{B}$ le produit de ces deux grandeurs, c'est-à-dire qu'à chaque moment on ait

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{A}_1 \mathfrak{A}_2.$$

(*) $= 10^{11}$ C.G.S. (49).

(**) Si le même champ électrique alternatif se trouvait dans un conducteur de la conductibilité du mercure ($\sigma = 1,063.10^{-5}$ C.G.S.), on aurait

$$\mathfrak{S}_0 = \sigma E_0 = 1,1.10^6 \text{C.G.S.} = 1,1.10^7 \text{ amp. par cm}^2.$$

Ce champ électrique alternatif, dont l'action magnétique est pratiquement nulle s'il se trouve dans un isolant, produirait dans ce conducteur un courant extraordinairement puissant et un champ magnétique considérable.

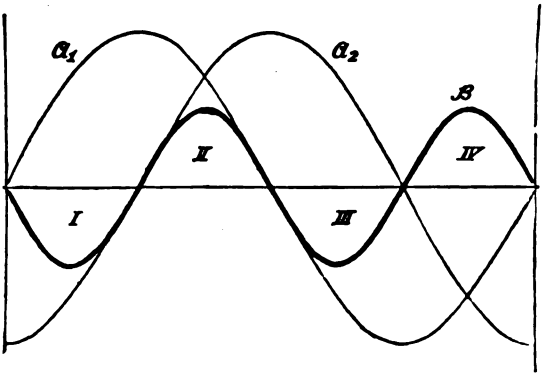
Digitized by Google

69. Courbe représentative. — On obtient l'ordonnée de la courbe $\mathfrak{B}$, correspondant à une certaine abscisse, en faisant le produit des ordonnées des deux courbes $\mathfrak{A}_1$ et $\mathfrak{A}_2$ correspondant à cette abscisse. Cette ordonnée devra comprendre autant d'unités de longueur que le produit contient d'unités.

Il existe une autre méthode plus simple, qui repose sur une transformation trigonométrique élémentaire.

a. Dans le cas simple où $\mathfrak{A}_2$ est en retard sur $\mathfrak{A}_1$ d'un angle phase

Fig. 85.



de 90°, c'est-à-dire $\sphericalangle(\mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}_1) = 90°$, $\mathfrak{A}_1$ et $\mathfrak{A}_2$ peuvent être représentés par les égalités (**51** *c* et **55** *b*),

$$\mathfrak{A}_1 = \mathfrak{A}_{10} \sin \mathfrak{I} = \mathfrak{A}_{10} \sin \pi n t,$$
$$\mathfrak{A}_2 = \mathfrak{A}_{20} \sin(\mathfrak{I} - 90°) = -\mathfrak{A}_{20} \cos \mathfrak{I} = -\mathfrak{A}_{20} \cos \pi n t,$$

n étant la fréquence de $\mathfrak{A}_1$ et de $\mathfrak{A}_2$. Il en résulte

$$(1) \qquad \mathfrak{B} = -\frac{1}{2} \mathfrak{A}_{10} \mathfrak{A}_{20} \sin 2\pi n t,$$

c'est-à-dire que (**55** *b*) :

$\mathfrak{B}$ est elle-même une grandeur oscillatoire dont la fréquence est double de celle de $\mathfrak{A}_1$ et $\mathfrak{A}_2$, et dont l'amplitude a pour valeur

$$\mathfrak{B}_0 = \frac{1}{2} \mathfrak{A}_{10} \mathfrak{A}_{20}.$$

Il est à remarquer que la courbe $\mathfrak{B}$ coupe l'axe des abscisses, du côté positif au côté négatif, aux points où $\mathfrak{A}_1 = 0$ ($\sin \pi n t = 0$).

Dans le cas où $\mathfrak{A}_{10} = \mathfrak{A}_{20}$, la courbe présente l'aspect de celle tracée en gros traits dans la figure 85.

Digitized by Google

b. Dans le deuxième cas limite où $\mathfrak{A}_2$ a même phase que $\mathfrak{A}_1$, c'est-à-dire $\sphericalangle(\mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}_1) = 0$, on a

$$\mathfrak{A}_1 = \mathfrak{A}_{10} \sin \pi n t,$$
$$\mathfrak{A}_2 = \mathfrak{A}_{20} \sin \pi n t,$$

d'où

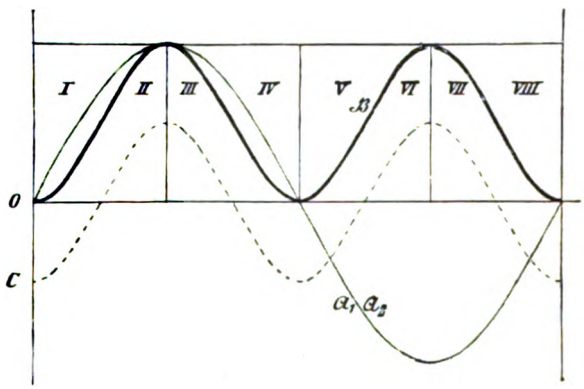
$$(2) \qquad \mathfrak{B} = \mathfrak{A}_{10}\mathfrak{A}_{20} \sin^2 \pi n t = \frac{1}{2}\mathfrak{A}_{10}\mathfrak{A}_{20}(1 - \cos 2\pi n t).$$

La courbe qui représente la grandeur

$$-\frac{1}{2}\mathfrak{A}_{10}\mathfrak{A}_{20} \cos 2\pi n t = -\frac{1}{2}\mathfrak{A}_{10}\mathfrak{A}_{20} \sin(2\pi n t + 90^\circ)$$

est une courbe de même fréquence et de même amplitude que la

Fig. 86.



courbe de $-\frac{1}{2}\mathfrak{A}_{10}\mathfrak{A}_{20} \sin 2\pi n t$ (a), mais elle est en avance sur cette dernière d'un quart de période ou de 90° dans la phase.

Dans le cas où $\mathfrak{A}_{10} = \mathfrak{A}_{20}$ (voir *fig*. 85), la courbe résultante est la courbe tracée en pointillé dans la figure 86.

De cette courbe on peut déduire celle de l'égalité (2), en prolongeant vers le haut chaque ordonnée d'un vecteur égal à $\frac{1}{2}\mathfrak{A}_{10}\mathfrak{A}_{20}$. La courbe obtenue n'est autre que la courbe déplacée tout entière vers le haut d'une longueur égale à OC (*fig*. 86).

c. Dans le cas général où $\mathfrak{A}_2$ est en avance sur $\mathfrak{A}_1$ d'un angle de phase φ, c'est-à-dire que $\sphericalangle(\mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}_1) = -\varphi$, on a

$$\mathfrak{A}_1 = \mathfrak{A}_{10} \sin \pi n t,$$
$$\mathfrak{A}_2 = \mathfrak{A}_{20} \sin(\pi n t + \varphi),$$

Digitized by Google

d'où

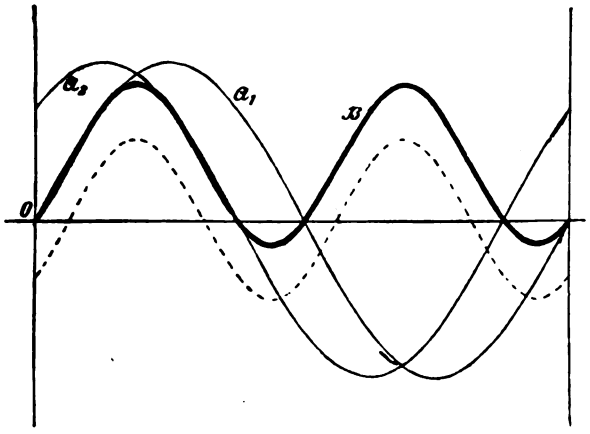
$$(3)\quad \begin{cases} \mathfrak{B} = \mathfrak{A}_{10}\mathfrak{A}_{20}\sin\pi nt\sin(\pi nt+\varphi) \\ \quad = \frac{1}{2}\mathfrak{A}_{10}\mathfrak{A}_{20}[\cos\varphi - \cos(2\pi nt+\varphi)]. \end{cases}$$

On construit la courbe $\mathfrak{B}$ de la manière suivante : on construit d'abord, d'après b, la courbe $-\frac{1}{2}\mathfrak{A}_{10}\mathfrak{A}_{20}\cos 2\pi nt$. C'est celle tracée en pointillé dans la figure 86. On lui donne une translation vers la gauche, égale à la différence de phase φ. On obtient ainsi la courbe

$$-\frac{1}{2}\mathfrak{A}_{10}\mathfrak{A}_{20}\cos(2\pi nt+\varphi),$$

tracée en pointillé dans la figure 87. On lui donne ensuite une trans-

Fig. 87.



lation verticale de bas en haut égale à $\frac{1}{2}\mathfrak{A}_{10}\mathfrak{A}_{20}\cos\varphi$. La courbe ainsi obtenue est la courbe $\mathfrak{B}$. La figure 87 donne cette courbe, tracée en gros traits, pour $\mathfrak{A}_{10} = \mathfrak{A}_{20}$ et $\varphi = 45°$.

70. **Valeur moyenne temporaire.** — La valeur moyenne temporaire d'une grandeur $\mathfrak{B}$, qui varie avec le temps, peut se définir de la manière suivante : on suppose que la grandeur $\mathfrak{B}$ est représentée par une courbe, ayant pour abscisses les temps, et dont les ordonnées sont proportionnelles aux valeurs correspondantes de $\mathfrak{B}$. La surface F, qui est limitée par l'arc de courbe compris entre les abscisses t_1 et t_2, par les ordonnées de t_1 et t_2, et par l'axe des abscisses (*fig.* 88), est transformée en un rectangle $P_1P_2t_2t_1$ équivalent, dont un côté est le

Digitized by Google

segment de l'axe des abscisses compris entre t_1 et t_2. On a donc

$$P_1 t_1 = P_2 t_2 = \frac{F}{t_2 - t_1},$$

expression qui représente la valeur moyenne temporaire de $\mathfrak{B}$ du temps t_1 au temps t_2 ([52]).

Si, dans l'intervalle de temps t_1 à t_2, la courbe $\mathfrak{B}$ n'est pas située tout entière du même côté de l'axe des abscisses, on comptera positivement les surfaces comprises entre la courbe et l'axe des abscisses et situées au-dessus de cet axe, et négativement celles situées au-dessous. *Exemple :* les surfaces I et III de la figure 85 sont négatives.

En appliquant ce qui précède à la grandeur $\mathfrak{B} = \mathfrak{A}_1 \mathfrak{A}_2$, dont les courbes sont représentées dans les figures 85, 86 et 87, on obtient

Fig. 88.

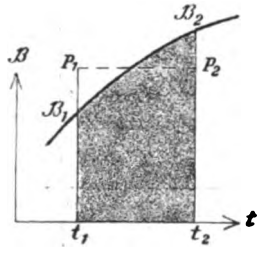
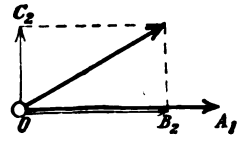


Fig. 89.



comme valeur moyenne temporaire de la grandeur $\mathfrak{B}$, pendant une période entière (ou une demi-période) de $\mathfrak{A}_1$ et $\mathfrak{A}_2$, les résultats suivants ([52]) :

a. $\sphericalangle(\mathfrak{A}_2 \mathfrak{A}_1) = 90°$. — Les surfaces I, II, III, IV (*fig.* 85), comprises entre la courbe $\mathfrak{B}$ et l'axe des abscisses, sont égales entre elles. Mais II et IV sont positives et I et III négatives, par suite la surface limitée par la courbe $\mathfrak{B}$ et l'axe des abscisses est nulle. La valeur moyenne de $\mathfrak{B}$ est donc également nulle. Cela est applicable quelle que soit l'amplitude de $\mathfrak{A}_1$ et $\mathfrak{A}_2$ (*), et sans tenir compte que $\mathfrak{A}_2$ est en avance ou en retard sur $\mathfrak{A}_1$ de 90°. Donc, le produit de deux grandeurs oscillatoires de même fréquence, qui présentent une différence de phase de 90°, a pour une période de ces grandeurs une valeur moyenne temporaire nulle.

(*) Si les amplitudes de $\mathfrak{A}_1$ et $\mathfrak{A}_2$ ne sont pas égales, comme on l'avait admis dans les figures 85 à 87, seule l'amplitude de $\mathfrak{B}$ variéra, et par suite seulement l'échelle des ordonnées de la courbe $\mathfrak{B}$.

Digitized by Google

b. $\measuredangle(\mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}_1) = 0$. — La courbe $\mathfrak{B}$ est donnée par la figure 86. Par suite des propriétés de symétrie de la sinusoïde, on a

$$\begin{aligned} &\text{Surface} \quad \text{II} = \text{I}, \\ &\text{Surface} \quad \text{IV} = \text{III}, \\ &\text{Surface} \quad \text{VI} = \text{V}, \\ &\text{Surface} \quad \text{VIII} = \text{VII}. \end{aligned}$$

La somme de toutes ces surfaces a pour valeur PO × ON. La surface limitée par la courbe et l'axe des abscisses a donc pour valeur

$$F = \text{II} + \text{III} + \text{VI} + \text{VII} = \frac{1}{2}\,\text{PO} \times \text{ON}.$$

La valeur moyenne temporaire de $\mathfrak{B}$, pendant la période complète ON, est

$$\frac{F}{\text{ON}} = \frac{1}{2}\,\text{OP},$$

OP est la valeur maximum que $\mathfrak{B}$ atteigne, elle est égale à $\mathfrak{A}_{10}\mathfrak{A}_{20}$. Il en résulte :

Le produit de deux grandeurs oscillatoires de même phase, $\mathfrak{A}_1$ et $\mathfrak{A}_2$, et de même fréquence a pour moyenne temporaire

$$(2) \qquad \frac{1}{2}\,\mathfrak{A}_{10}\mathfrak{A}_{20}.$$

c. Cas général $\measuredangle(\mathfrak{A}_2\mathfrak{A}_1) = \varphi$. — La valeur moyenne de $\mathfrak{B}$ se déduit très simplement des résultats de *a* et de *b* par le raisonnement suivant :

Soient OA_1 et OA_2 les vecteurs de $\mathfrak{A}_1$ et de $\mathfrak{A}_2$ (*fig.* 89); $\mathfrak{A}_2$ peut être décomposé en deux composantes oscillatoires (64) :

1° Une (vecteur OB_2) d'amplitude

$$OB_2 = OA_2 \cos\varphi = \mathfrak{A}_{20}\cos\varphi,$$

de même phase que $\mathfrak{A}_1$;

2° L'autre (vecteur OC_2) présentant avec $\mathfrak{A}_1$ une différence de phase de 90°.

La valeur moyenne de $\mathfrak{B} = \mathfrak{A}_1\mathfrak{A}_2$ se compose de :

1° La valeur moyenne du produit de $\mathfrak{A}_1$ par la première composante de $\mathfrak{A}_2$. D'après *b*, elle sera égale à

$$\frac{1}{2}\,\mathfrak{A}_{10}\mathfrak{A}_{20}\cos\varphi;$$

2° La valeur moyenne du produit de $\mathfrak{A}_1$ par la deuxième composante de $\mathfrak{A}_2$. Cette valeur moyenne est nulle d'après *a*.

Le produit des deux grandeurs oscillatoires de même fréquence,

Digitized by Google

$\mathfrak{A}_1$ et $\mathfrak{A}_2$, présentant une différence de phase φ, a pour valeur moyenne temporaire, pour une période complète de ces grandeurs,

$$(3) \qquad \frac{1}{2}\mathfrak{A}_{10}\mathfrak{A}_{20}\cos\varphi = \frac{1}{2}\mathfrak{A}_{10}\mathfrak{A}_{20}\cos(\mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}_1)\ (^*).$$

71. Exemple. — *Valeur efficace d'une grandeur oscillatoire.* — *a.* L'intensité de courant efficace i_{eff} d'un courant alternatif i est, d'après **43** *a*, définie par le fait que l'action calorifique d'un courant constant dont l'intensité de courant est i_{eff} est égale à la valeur moyenne de l'action calorifique produite par le courant alternatif i dans une même résistance w. On a donc

$$i_{eff}^2 w = \text{valeur moyenne de } i^2 w$$

ou

$$i_{eff}^2 = \text{valeur moyenne de } i^2.$$

Si i est sinusoïdal, il résulte de **70** *b*, en posant $\mathfrak{A}_1 = \mathfrak{A}_2 = i$,

$$\text{Valeur moyenne de } i^2 = \tfrac{1}{2} i_0^2$$

donc

$$i_{eff} = \frac{i_0}{\sqrt{2}} = \text{environ } 0{,}7\, i_0$$

ou inversement

$$i_0 = i_{eff}\sqrt{2} = \text{environ } 1{,}4\, i_{eff}.$$

b. D'une manière analogue, le rapport de la valeur maxima à la valeur efficace d'une grandeur sinusoïdale, par exemple une FEM oscillatoire $\mathcal{E}$ ou une tension $\mathcal{V}$ (**43** *a*), sera

$$\frac{\mathcal{E}_0}{\mathcal{E}_{eff}} = \frac{\mathcal{V}_0}{\mathcal{V}_{eff}} = \sqrt{2} = 1{,}4.$$

Si l'on est certain d'avoir affaire à une oscillation sinusoïdale, on peut, d'après les indications de l'ampèremètre thermique, obtenir directement la valeur efficace du courant et indirectement la FEM ou la tension du même courant. L'amplitude de ces grandeurs s'obtient en multipliant les valeurs obtenues par 1,4. Ceci est encore applicable si l'oscillation est sensiblement sinusoïdale ([54]).

(*) Cos $(\mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}_1)$ représente ici et dans la suite le cosinus de $\sphericalangle(\mathfrak{A}_1, \mathfrak{A}_2)$ (56 *d*).

Digitized by Google

CHAPITRE III.

PRODUCTION D'OSCILLATIONS ÉLECTROMAGNÉTIQUES LENTES. MACHINE A COURANT ALTERNATIF ET ALTERNATEUR A COURANT TRIPHASÉ (55).

I. — Généralités sur les machines a courant alternatif et les alternateurs a courant triphasé.

72. **Inducteur et induit.** — Si l'on réunit la bobine de la figure 63 à un circuit, celui-ci est parcouru par un courant alternatif. Il est alors capable de développer une certaine énergie (42). D'un autre côté, il est nécessaire d'exercer une certaine force pour faire tourner la bobine dans le champ magnétique (44). On produit donc, en tournant ainsi, un travail mécanique. Un tel dispositif, qui transforme le travail mécanique en énergie d'une oscillation électromagnétique, s'appelle *machine à courant alternatif, alternateur,* et dans certains cas, *alternateur à courants triphasés,* ou encore *dynamo à courant alternatif* ou *à courants triphasés,* ou encore *générateur.*

Le dispositif de la figure 63 représente le schéma d'une dynamo à courant alternatif.

a. Les machines à courant alternatif ou à courants triphasés ont toutes en commun :

1° Un champ magnétique produit par un circuit parcouru par un courant constant : circuit excitateur, ou enroulement excitateur, ou bobine excitatrice. Dans le modèle de la figure 63, c'est l'enroulement de l'électro-aimant.

2° Un ou plusieurs circuits traversés par un flux magnétique oscillatoire et dans lesquels est induite une FEM oscillatoire : circuit induit, enroulement induit, ou bobine induite. Dans le modèle précité, c'est la bobine tournante.

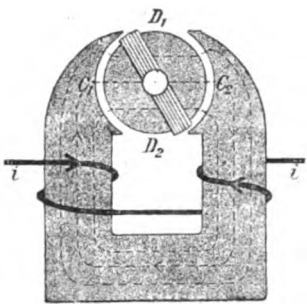
b. L'intérieur de la bobine excitatrice est convenablement rempli de fer. La résistance magnétique de l'intérieur de la bobine est ainsi considérablement réduite et (31), avec un même courant excitateur, on obtient une induction magnétique plus grande (27). D'un autre

Digitized by Google

côté, en donnant à ce noyau de fer une forme convenable, on peut concentrer les lignes d'induction dans l'espace où se trouve l'induit et obtenir un champ magnétique homogène, comme par exemple dans l'expérience (58 *b*). La bobine excitatrice et son noyau constituent l'inducteur. Le noyau seul s'appelle *corps de l'inducteur.*

c. Dans le modèle de la figure 63, l'intérieur de la bobine excita-

Fig. 90.



trice est rempli de fer. La résistance magnétique de ce circuit magnétique est encore assez grande, parce que tout l'espace dans lequel tourne la bobine est rempli d'air. Pour réduire le plus possible la résistance magnétique de cet espace, on remplit aussi l'intérieur de la bobine d'un noyau de fer, appelé *noyau de l'induit.* L'enroulement induit et le noyau constituent l'*induit.*

La forme la plus simple pour ce noyau induit est un cylindre. Les inducteurs doivent avoir des pièces polaires à profil circulaire (20 *a*) (*voir* figure 90), pour que le champ dans l'intérieur du noyau induit

Fig. 91.

a *b* *c*

reste sensiblement homogène. Dans le cas de la figure 63 les lignes d'induction se resserrent vers le milieu (19 *b*).

La résistance magnétique du circuit magnétique (*fig.* 90), qui est (27 *d*) sensiblement proportionnelle à la distance qui sépare le noyau induit des pièces polaires, peut encore être réduite (ce qui est possible ici et dans les cas analogues) en disposant les enroulements

Digitized by Google

induits non pas sur la surface du noyau, mais dans ce noyau lui-même. A cet effet, le noyau présente des rainures dans lesquelles est enroulé le circuit induit. Ces rainures sont ouvertes (*fig.* 91 *a*), demi fermées (*fig.* 91 *b*) ou entièrement fermées (*fig.* 91 *c*).

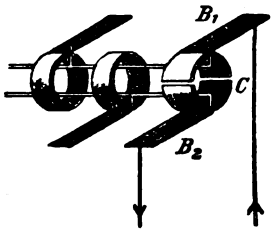
Pour des raisons qu'on exposera plus loin (**102**), ces noyaux ne sont pas massifs, mais sont formés par des plaques de fer isolées les unes des autres.

73. **Excitation de l'inducteur.** — Le courant constant, qui parcourt le circuit excitateur, est produit par une machine à courant continu dont l'induit est calé sur le même arbre que l'induit de l'alternateur. La figure 137 représente une telle excitatrice (E. M.).

L'excitatrice peut être rendue superflue par l'artifice suivant :

L'induit de la machine à courant alternatif est réuni à un collecteur formé de deux demi-bagues (*fig.* 92). Deux balais, frottant sur

Fig. 92.



ce collecteur ou commutateur, y recueillent un courant continu qui est envoyé dans l'enroulement excitateur (machine à courant alternatif auto-excitatrice).

La transformation à faire subir à la dynamo de la figure 63, pour la rendre auto-excitatrice, est représentée schématiquement par la figure 92. Les balais B_1 et B_2 sont intercalés dans le circuit de l'enroulement de l'électro-aimant (*).

74. **Machine multipolaire.** — Pour obtenir un courant alternatif de la fréquence de 100 par seconde, qui est usitée en Allemagne, l'induit dans la machine de la figure 90 doit tourner à 50 tours par seconde.

(*) Les machines employées dans les laboratoires sont installées indifféremment pour le courant continu ou pour le courant alternatif; elles peuvent être employées comme machines à courant alternatif auto-excitatrices : on laisse les balais du courant continu au commutateur, et l'on emploie ce courant à l'excitation de l'électro-aimant.

Digitized by Google

Un tel nombre de tours (*) n'est pas toujours réalisable. Pour obtenir cette même fréquence avec un nombre de tours plus faible, on opère d'une autre manière.

a. On construit l'inducteur de manière qu'il contienne non pas un seul circuit magnétique (*fig.* 90), mais plusieurs, quatre par exemple (*fig.* 93). On dit qu'un tel inducteur est à quatre pôles. Il est à *m* pôles,

Fig. 93.

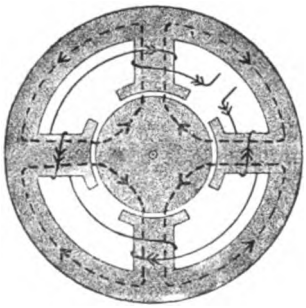
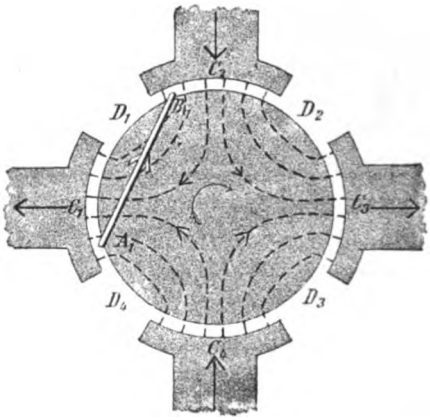


Fig. 94.



si l'espace dans lequel se trouve l'induit présente *m* régions d'entrée ou de sortie de lignes d'induction magnétique.

b. Cette construction de l'électro-aimant entraîne une construction spéciale de l'induit. Dans le champ magnétique de la figure 93, l'induit de la figure 90 serait inutilisable; car, pour chaque position de cet induit, la bobine serait traversée par autant de lignes d'induction dans un sens que dans l'autre. Le flux d'induction à travers la bobine serait donc nul (**37** *c*), et aucune FEM ne serait induite. On remédie à cela en enroulant l'induit sur un quart seulement du noyau (*fig.* 94); car le flux d'induction à travers la bobine induite, flux qui doit être compté comme positif dans la direction du côté tracé en trait fort au côté tracé en trait faible, présente à chaque révolution :

2 maxima pour les positions $D_1 D_4$, $D_3 D_2$,
2 minima pour les positions $D_2 D_1$, $D_4 D_3$,
4 fois la valeur zéro pour les positions $C_1 C_2$, $C_2 C_3$, $C_3 C_4$, $C_4 C_1$.

Le flux d'induction Q_m, pendant une révolution de l'induit, présente

(*) S'il n'en est pas spécifié autrement, on entend par nombre de tours le nombre de révolutions dans une minute.

Digitized by Google

ainsi deux périodes complètes. Il en est de même, d'après 51, pour la FEM induite dans la bobine.

Pour obtenir ainsi une fréquence de 100 par seconde, une vitesse de

Fig. 95.

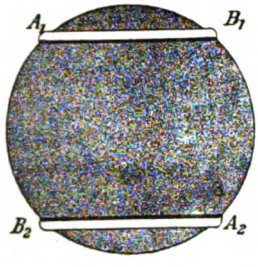
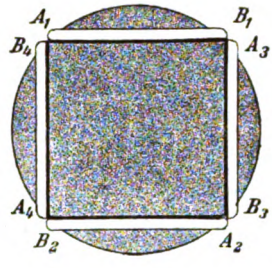


Fig. 96.

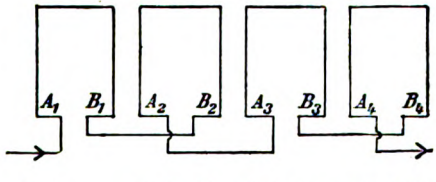


rotation de $\frac{100}{4}$ tours à la seconde est maintenant suffisante avec un inducteur à 4 pôles, et de $\frac{100}{m}$ tours avec un inducteur à m pôles (*fig.* 110).

c. La construction de l'induit de la figure 94 est encore très désavantageuse, car une très petite partie seulement des lignes d'induction traversant l'induit est utilisée. L'induit représenté schématiquement par la figure 95 présente une disposition meilleure; le dispositif de la figure 96 présente quatre bobines au lieu de deux, ce qui est encore préférable.

Lorsque cet induit tourne, le flux d'induction magnétique est le même, en grandeur et en signe, à travers les bobines A_1B_1 et A_2B_2. Il en est de même pour le flux d'induction à travers A_3B_3 et A_4B_4 (c'est

Fig. 97



une conséquence de la symétrie du champ magnétique); mais ce flux est de signe contraire au précédent, si l'on considère comme positives les lignes d'induction qui traversent la surface de l'induit de l'intérieur vers l'extérieur et négatives celles qui la traversent en sens contraire.

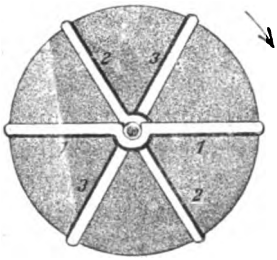
Il en est de même pour les FEM induites dans ces bobines. Elles ont

Digitized by Google

même phase et même amplitude dans les bobines A_1B_1 et A_2B_2. Dans les bobines A_3B_3 et A_4B_4 elles ont même amplitude que les précédentes, mais présentent avec celles-ci une différence de phase de 180°. Il en résulte qu'on doit tenir compte de ces directions, quand les bobines induites doivent être montées en série. La figure 97 représente les connexions développées dans un plan.

75. **Machines polyphasées.** — *a.* Dans la machine de la figure 90, on peut enrouler sur le noyau induit trois bobines au lieu d'une seule, ces bobines faisant entre elles des angles de 120° (*fig.* 98). Les forces électromotrices $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2$, $\mathcal{E}_3$, qui sont induites dans les trois bobines par suite de la rotation de l'induit, ont la même amplitude; mais $\mathcal{E}_2$ est vis-à-vis de $\mathcal{E}_1$, et $\mathcal{E}_3$ vis-à-vis de $\mathcal{E}_2$, en retard d'un angle de phase

Fig. 98.



de 120°, la rotation s'effectuant dans le sens de la flèche (*fig.* 98). Les figures 99 et 100 représentent les courbes d'oscillation des trois forces électromotrices et le vecteur-diagramme.

On dit que cette machine produit des courants triphasés.

Une combinaison de trois (ou plus généralement de m) courants variables tels que, en passant de l'un quelconque au suivant, il y ait une différence de phase de 120° $\left(\text{ou de } \frac{360°}{m}\right)$ s'appelle généralement *courants triphasés* (ou *polyphasés*) ou *rotatoires.* On verra plus tard (**167**) les propriétés d'une telle combinaison. La machine dont l'induit est représenté schématiquement par la figure 98 produit un courant triphasé. Chacun des courants dont se compose le courant rotatoire s'appelle *une phase du courant rotatoire.*

b. Si un induit, construit pour un inducteur multipolaire, doit produire un courant à trois (ou à m) phases, il doit présenter trois fois (ou m fois) le dispositif symétrique nécessaire à la production d'un courant alternatif simple.

Digitized by Google

L'enroulement induit schématique de la figure 95, trois fois reproduit (*fig.* 101), produira un courant triphasé. D'une manière analogue, le dispositif de la figure 96 reproduit trois fois, c'est-à-dire présentant douze bobines, donnera un courant triphasé.

c. Les bobines des trois ou *m* phases sont habituellement reliées

Fig. 99.

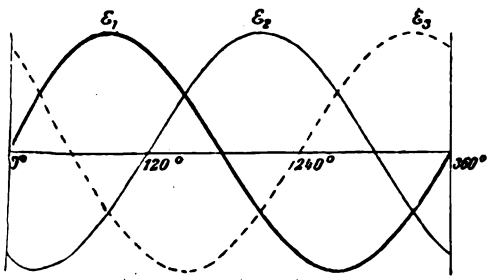
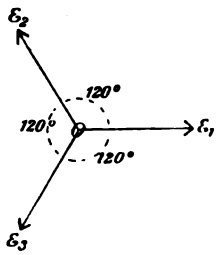


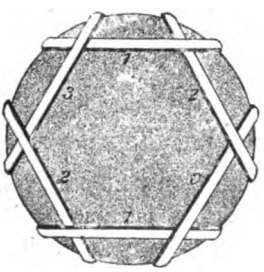
Fig. 100.



les unes aux autres, de façon que trois ou *m* collecteurs et trois ou *m* conducteurs suffisent, au lieu de six ou 2*m* comme dans les dispositifs indiqués précédemment.

Les figures 102 et 103 représentent les montages employés dans les alternateurs triphasés, le montage en étoile et le montage en triangle. Dans ces figures, S_1, S_2, S_3 représentent les bobines induites des première, deuxième et troisième phase; L_1, L_2, L_3 les conducteurs abou-

Fig. 101.



tissant aux trois bornes K_1, K_2 et K_3 auxquelles sont fixés les trois conducteurs employés G_1, G_2, G_3.

L'explication de ces montages résulte de l'étude des vecteurs-diagrammes (61).

1° Dans les circuits I, II, III (*fig.* 102 et 103), il existe des forces

Digitized by Google

électromotrices (du sens indiqué par les flèches empennées) différant entre elles de 120° dans la phase, que le montage soit en étoile ou en

Fig. 102.

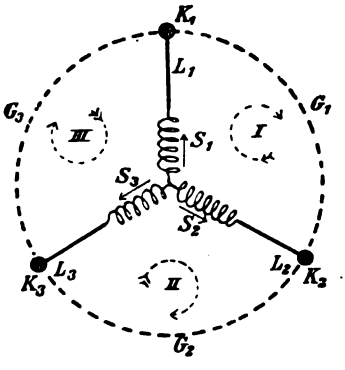
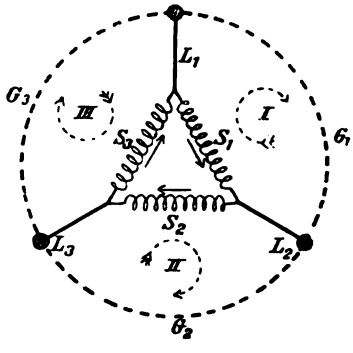


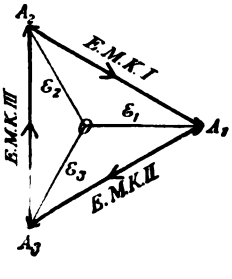
Fig. 103.



triangle. (Pour le montage en étoile, par exemple, *voir* le vecteur-diagramme de la figure 104.)

2° Dans le circuit qui, dans le montage en triangle, est formé par les bobines S_1, S_2, S_3, la FEM totale est nulle en supposant que les bornes K_1, K_2, K_3 ne soient pas reliées par un conducteur, aucun cou-

Fig. 104.



rant n'y est donc produit. Il n'y a, par conséquent, aucun courant dans les bobines, bien qu'elles paraissent être en court-circuit. (De la comparaison des figures 81 et 100, il résulte immédiatement que $\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = -\mathcal{E}_3$.)

II. — Machines a induit ou a inducteur mobile.

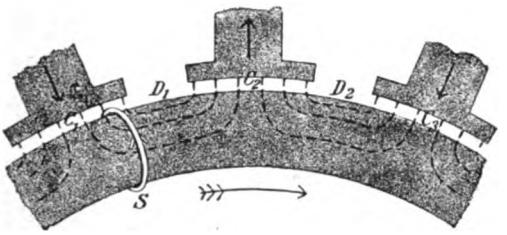
76. Représentation schématique. — Les différents types sont généralement différentiés par la construction des induits.

Digitized by Google

a. Machine à induit en tambour. — Le noyau de l'induit est un cylindre, présentant des rainures à sa surface (*fig.* 91 *a*, *b*, *c*). Les bobines induites sont enroulées dans ces rainures.

Si les inducteurs sont à l'extérieur de l'induit, ce sont des machines à pôles extérieurs; si au contraire l'inducteur tourne à l'intérieur de l'induit, ce sont des machines à pôles intérieurs. Dans ce dernier cas

Fig. 105.



le noyau de l'induit est un cylindre creux, sur la surface interne duquel se trouvent les enroulements induits.

b. Machines à induit à anneau. — Le noyau de l'induit est un anneau qu'entourent les enroulements induits.

La figure 105 représente le trajet des lignes d'induction dans une telle machine multipolaire. Si l'enroulement S se trouve en C_1, le flux d'induction magnétique qui le traverse est nul; en D_1 il est maximum. Si ce flux est compté positivement du côté de l'enroulement tracé en gros trait à celui tracé en trait fin, en C_2 le flux d'induction est de

Fig. 106.

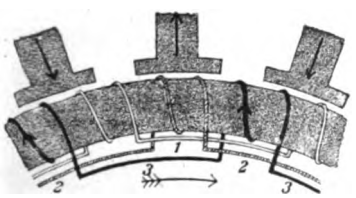
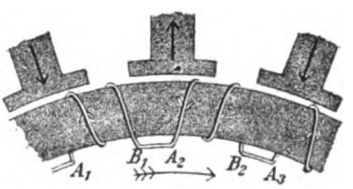


Fig. 107.



nouveau nul, en D_2 il est minimum et en C_3 il est de nouveau nul. On obtient à travers S un flux d'induction oscillatoire, et par suite une FEM oscillatoire est induite dans S (**51**).

La figure 106 montre schématiquement un enroulement à anneau de courant triphasé, dérivant de celui de la figure 98. Pour les courants alternatifs simples, au lieu du montage de bobine de la figure 97,

Digitized by Google

deux bobines successives peuvent être en sens contraire comme le montre le schéma de la figure 107.

c. Machines à expansions polaires. — Le noyau de l'induit et les bobines sont disposés en étoile. Dans le schéma de la figure 108, l'induit est à l'extérieur et l'inducteur à l'intérieur. Si le flux d'induction magnétique à travers les bobines induites est compté comme positif quand il les traverse en allant de l'axe à la périphérie, dans la position représentée par la figure 108 le flux d'induction est maximum à

Fig. 108.

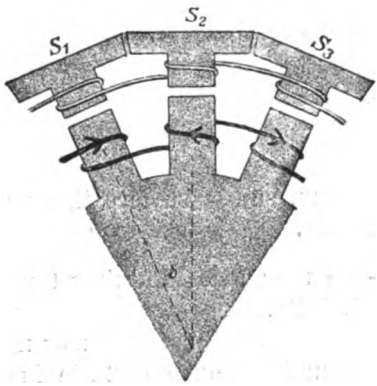
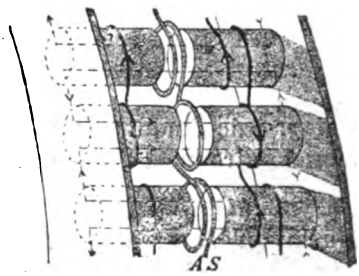


Fig. 109.



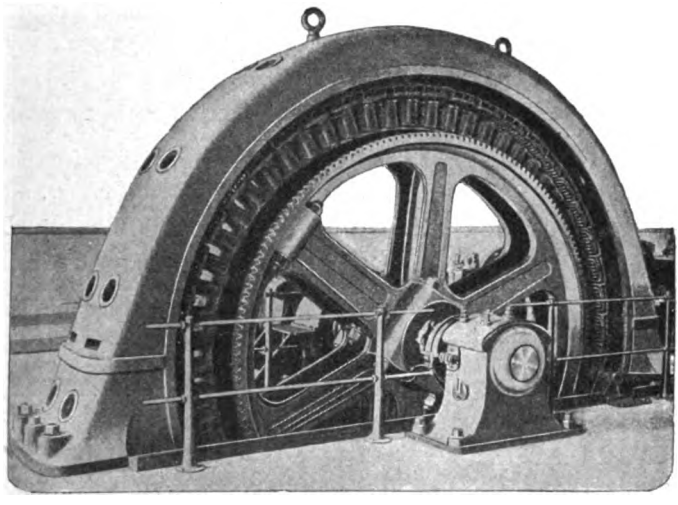
travers S_1 et S_3 et minimum à travers S_2. Après une rotation de l'inducteur de l'angle ϑ, le flux d'induction dans S_1 et S_3 est minimum et dans S_2 est maximum. Il existe une position intermédiaire de l'inducteur, pour laquelle il y a autant de lignes d'induction qui traversent les bobines induites dans un sens que dans l'autre, par suite le flux d'induction est égal à zéro. On obtient ainsi à travers toutes les bobines un flux d'induction oscillatoire, qui dans les bobines S_2, S_4, ... diffère de celui des bobines S_1, S_3, ... d'un angle phase de 180°. Si l'on veut relier les bobines S_2, S_4 aux bobines S_1, S_3, elles doivent ou bien être enroulées en sens contraire (*fig.* 107), ou bien être montées en sens contraire (*fig.* 97).

d. Machines à induit à disque. — Les bobines induites ont la forme de disques plats. Les inducteurs comprennent deux rangées de bobines. Entre ces deux rangées reste un espace libre étroit, dans lequel les bobines de l'induit se déplacent. Les lignes d'induction, le montage de l'inducteur et de l'induit sont représentés schématiquement par la figure 109.

Digitized by Google

77. **Réalisation technique.** — *a. Alternateurs à tambour* (*). — La figure 110 représente une machine à pôles intérieurs Siemens et Halske A.-G. de 500 kilowatts. L'inducteur à 60 pôles est monté sur un grand volant. Les enroulements induits, destinés à produire un courant triphasé, sont disposés suivant le schéma de la figure 98. Le cylindre creux, qui forme le noyau de l'induit, présente sur sa surface interne des rainures, disposées par rapport à l'inducteur comme l'indique la figure 111. Si la machine doit être construite pour un courant alternatif simple, les enroulements induits sont disposés dans les

Fig. 110.



rainures comme l'indique la figure 112 *a*. Pour un courant triphasé, l'enroulement de la figure 112 *b* doit être employé.

Une machine à pôles extérieurs de la Société générale d'Electricité est représentée à la figure 113. Le noyau de l'induit est un cylindre creux. Les machines de cette forme ne sont construites, par la Société générale d'Electricité, que pour des tensions relativement peu élevées, 500 volts, mais pour des débits relativement grands, jusqu'à 200 kilowatts.

(*) Les machines à pôles intérieurs et à induits à tambour sont à peu près les seules qui sont construites actuellement pour les grandes exploitations. Les autres types ne présentent qu'un intérêt historique ou physique, quelques-unes trouvent cependant leur emploi dans des cas spéciaux.

Digitized by Google

b. Machines à induit à anneau. — La figure 114 représente un grand alternateur à enroulements à anneau. Cette machine était construite

Fig. 111.

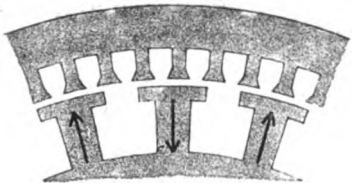
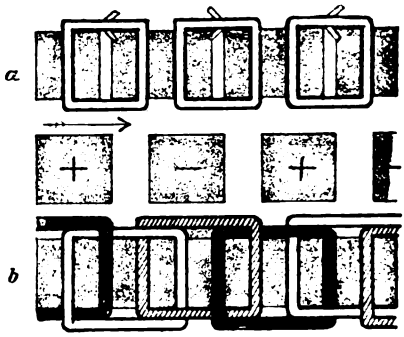


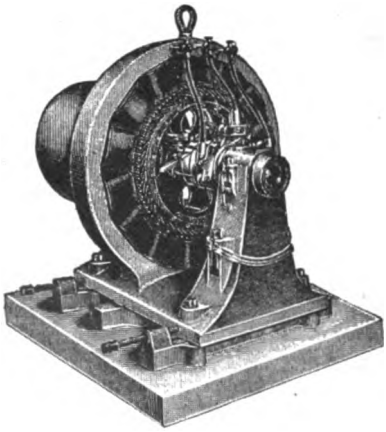
Fig. 112.



depuis longtemps par la *Elektrizitäts Aktiengesellschaft,* autrefois Schuckert et Cie, et elle est remarquable par sa simplicité; plus tard la compagnie a construit un autre type de machine (78 *a*).

c. Machines à expansions polaires. — Les machines de la forme

Fig. 113.

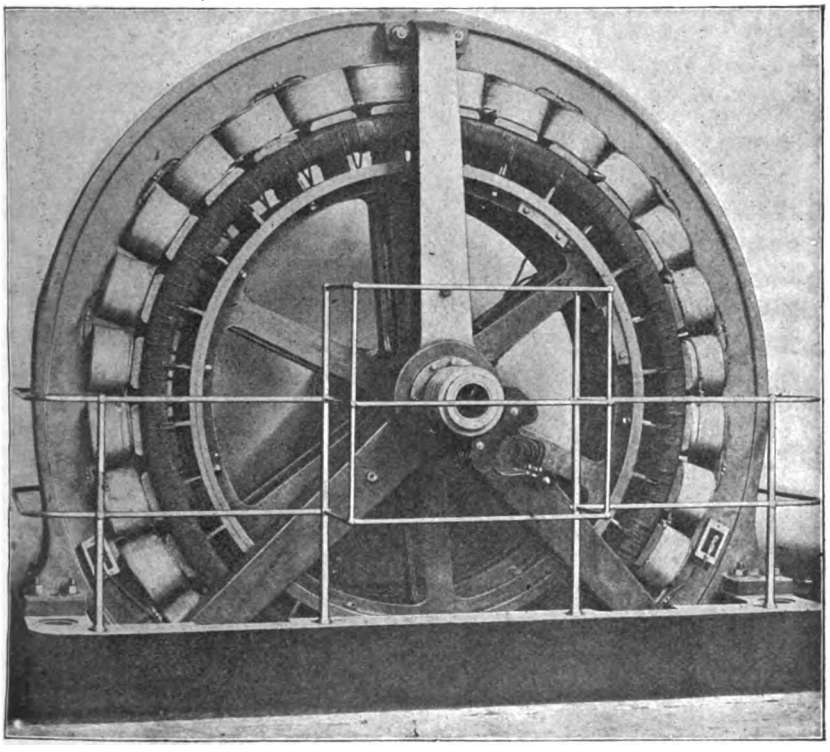


représentée dans la figure 115 furent longtemps employées à Budapest, par Ganz et Cie. Ces machines sont aussi construites par Hopkinson.

Digitized by Google

d. Machines à induit à disque. — Une des plus anciennes machines de ce type a été construite en 1878, par Siemens et Halske, d'après les plans de Hefner-Alteneck. Plus tard ce type de machine a été spécia-

Fig. 114.



lement étudié par Ferranti à Londres. La figure 116 représente une de ces machines.

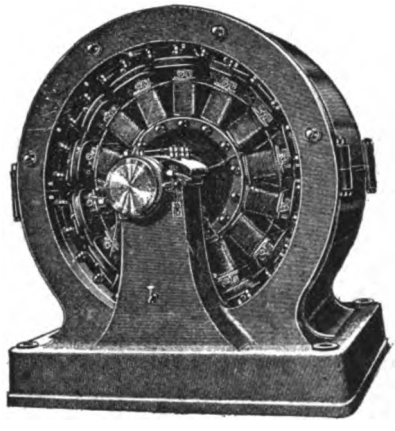
78. Inducteurs à bobine excitatrice unique. — La tendance qui pousse à construire le plus simplement et le plus solidement possible des inducteurs tournants, qui sont soumis à une force centrifuge considérable, et à épargner en même temps le poids de cuivre, a conduit à remplacer les différentes bobines excitatrices par une seule.

a. Machine de la Oerlikon-Gesellschaft. — La pièce polaire d'une machine à pôles intérieurs et à induit à tambour se compose d'un

Digitized by Google

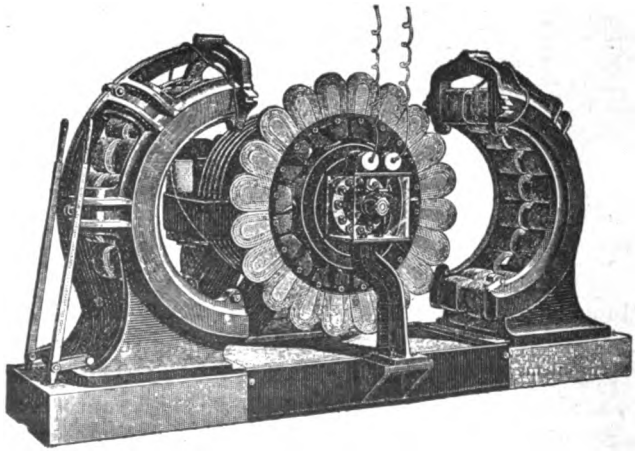
disque, qui présente alternativement des dents de la forme de la figure 117 *a* et 117 *b*. Dans l'intérieur de ces dents est enroulée, le

Fig. 115



long de la périphérie du disque, la bobine excitatrice ES (*fig.* 117 et 118). La coupe et l'élévation schématiques des figures 118 et 119 indiquent le trajet des lignes d'induction magnétique. Le trajet des lignes d'induction étant qualitativement le même que si chaque dent

Fig. 116.

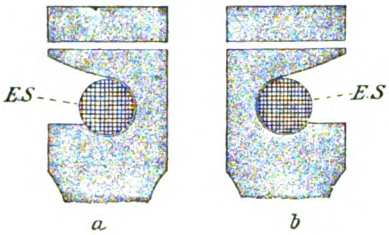


avait un enroulement excitateur propre, tout se passe dans l'induit comme dans le cas du dispositif de la figure 111.

Digitized by Google

C'est sur ce principe qu'étaient construites les pièces polaires des machines qui réalisèrent, par les courants rotatoires, le transport de

Fig. 117.



l'énergie à grande distance de Lauffen à Francfort-sur-Mein, soit 175^{km}. La figure 120 représente l'inducteur d'une telle machine. Les con-

Fig. 118.

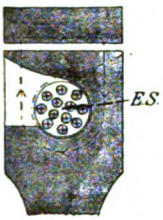
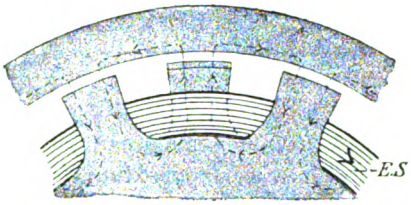
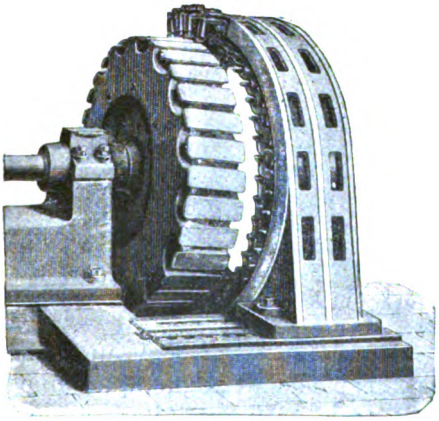


Fig. 119.



nexions qui réunissent les bobines de même phase apparaissent sur la gauche.

Fig. 120.



Une comparaison du nombre de ces connexions avec le nombre des pôles montre que la machine est à courants triphasés (*fig.* 112 *b*).

Digitized by Google

Une disposition un peu différente de l'inducteur est représentée à la figure 121.

b. Dispositif Mordey. — La figure 122 donne une vue d'ensemble, et la figure 123 le schéma, d'un alternateur à induit à disque fixe de Mordey, de Londres. L'unique bobine excitatrice, ES (*fig.* 122), est

Fig. 121.

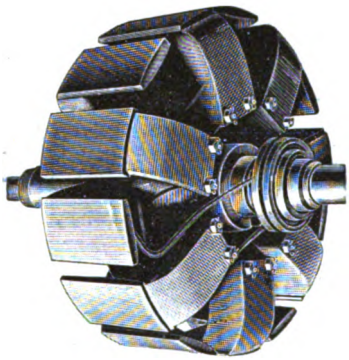
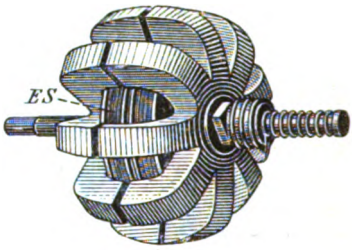


Fig. 122.



située à l'intérieur des pièces polaires. Les lignes d'induction magnétique, dont le trajet approximatif est donné par les figures 123 et 125, se concentrent dans les nervures des pièces polaires et forment autant de circuits magnétiques qu'il y a de nervures. Lorsque l'inducteur tourne, le flux d'induction à travers une bobine induite quel-

Fig. 123.

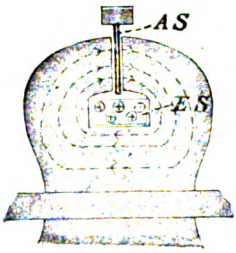


Fig. 124.

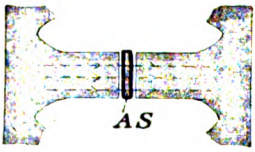
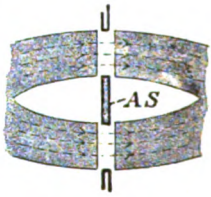


Fig. 125.



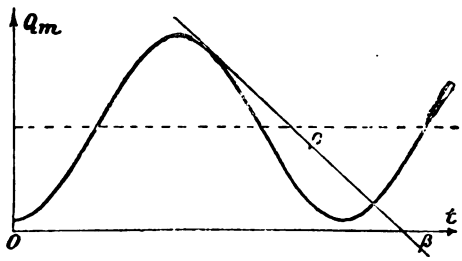
conque AS (*fig.* 123, 124 et 125) présente un maximum au moment où la bobine passe dans le champ magnétique d'une nervure (*fig.* 124) et un minimum quand la bobine induite se trouve au milieu entre deux nervures consécutives (*fig.* 125). Le flux induit magnétique Q_m à travers une bobine induite, passant ainsi d'une valeur maxima à

Digitized by Google

une valeur minima très voisine de la valeur zéro, n'est pas à vrai dire oscillatoire. La courbe pour Q_m est le plus généralement celle de la figure 126.

A chaque moment la FEM induite est, d'après **51** *a*, proportionnelle à tangβ, β étant l'angle que fait la tangente au point considéré de la

Fig. 126.

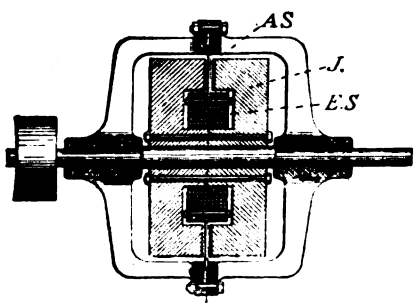


courbe avec l'axe des abscisses. La grandeur de β ne changeant pas si l'on transporte l'axe des abscisses sur la droite pointillée, la courbe sera une sinusoïde normale. La FEM dans l'induit est la même que si la courbe Q_m était une sinusoïde; c'est-à-dire que dans ce cas encore la FEM est oscillatoire.

III. — Machines a enroulements induits et inducteurs fixes.

79. Machine à haute fréquence de Tesla. — Par une légère modification de la machine de Mordey, on arrive à ce qu'aucune partie conductrice de la machine ne soit en rotation. Il suffit de réunir la bobine

Fig. 127.



excitatrice ES (*fig.* 123) non aux pièces polaires, mais à l'induit à disque AS. Les seules parties mobiles sont alors les pièces polaires,

Digitized by Google

qui dans ces machines portent le nom d'*inducteur*. Les bagues qui, dans le dispositif représenté figure 123, étaient nécessaires pour amener le courant à la bobine excitatrice sont supprimées. Tesla a construit sur ce principe une machine à haute fréquence, dont la figure 127 donne une coupe transversale.

L'inducteur de cette machine diffère un peu du dispositif Mordey.

Fig. 128.

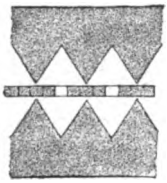
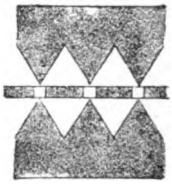


Fig. 129.



Les nervures de la figure 122 sont remplacées par des saillies de section triangulaire (*fig.* 128 et 129).

L'induit à disque est d'une construction analogue à celle de quelques machines de Ferranti (*fig* 130), à bande plate unique de cuivre en zigzags (*fig.* 131). Si l'inducteur et l'induit sont dans la position relative indiquée par la figure 128, le nombre des lignes d'induction traversant le circuit induit est maximum; il est minimum et voisin de zéro dans la position de la figure 129. Les phénomènes sont les mêmes que dans la machine de Mordey.

Avec une machine de Tesla, dont l'inducteur avait 480 saillies, il

Fig. 130.

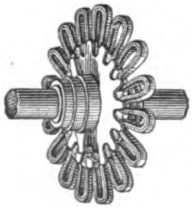


Fig. 131.

était possible d'obtenir un courant alternatif d'une fréquence de 30000 par seconde. Ces machines sont intéressantes, en ce qu'elles fournissent des oscillations non amorties d'une si haute fréquence. Jusqu'ici, cependant, elles ne semblent pas avoir présenté une grande importance pratique ([55a]).

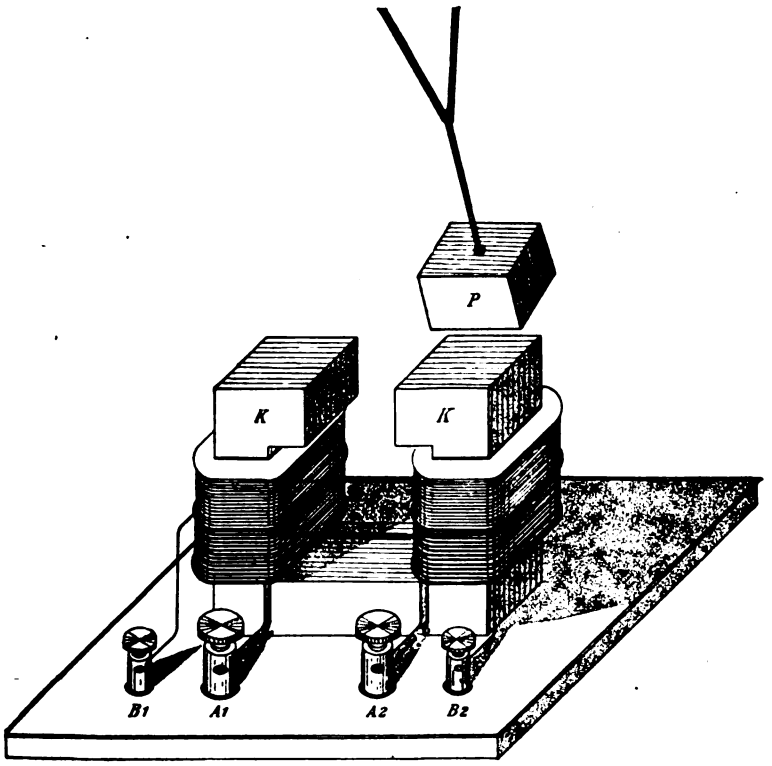
80. Machines à induction dynamique. — *a. Machine à induction*

Digitized by Google

dynamique de la Société générale d'Électricité. — Un autre dispositif, qui a été construit sur le principe des machines à induction dynamique, est représenté figure 132.

Un noyau K, présentant une coupure et composé de lames de fer isolées, porte deux enroulements dont les extrémités aboutissent aux bornes A_1A_2 et B_1B_2. Une pièce de fer P, composée de lames de fer

Fig. 132.



isolées, est portée par un support de telle manière qu'elle puisse osciller dans la coupure du noyau K.

Si on lance un courant constant dans l'enroulement A_1A_2, on constate, au moyen du tube de Braun, que le circuit B_1B_2 des deux bobines horizontales est parcouru par un courant induit. La tache lumineuse du tube de Braun est déviée vers le haut et vers le bas, pendant que la pièce de fer P oscille dans la coupure du noyau K.

Digitized by Google

Dans un miroir tournant, la courbe décrite est représentée en gros traits dans la figure 133.

L'explication est la suivante. Le circuit magnétique, qui est formé par les lignes d'induction magnétique dans le noyau et la coupure, présente dans la coupure une résistance magnétique assez élevée (**27** *d*). Le flux d'induction dans le circuit magnétique est relativement faible. Quand la pièce de fer est interposée, la résistance magnétique devient très faible et le flux d'induction très grand. Si l'on fait osciller la pièce de fer dans la coupure, le flux d'induction augmente jusqu'au moment où elle se trouve au milieu de la coupure, pour diminuer ensuite. Dans le cas le plus simple, on obtient pour le flux d'induction la courbe tracée en trait mince (*fig.* 133), Q_1 représentant le

Fig. 133.

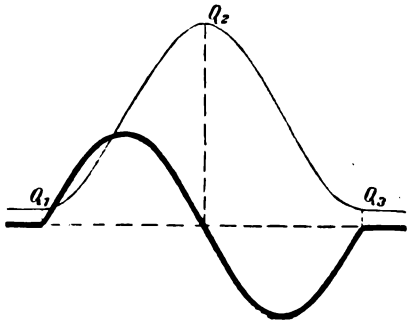
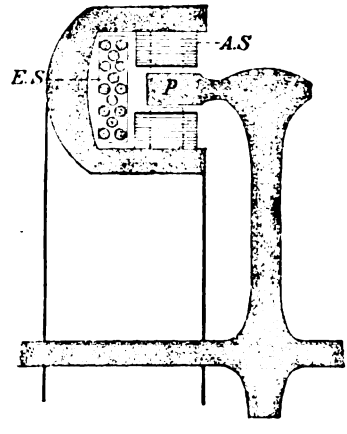


Fig. 134.



flux au moment où la pièce de fer entre dans la coupure, Q_2 celui quand elle se trouve au milieu, Q_3 celui au moment où elle quitte la coupure. De cette courbe Q_m on déduit (**78** *b*) la FEM induite tracée en trait gras (*fig.* 133).

S'il existe plusieurs pièces de fer semblables montées sur une même roue, on voit que Q_1, Q_2, Q_3 se reproduisent sans cesse; on obtiendra par suite une FEM oscillatoire. Telle est par exemple la machine à induction dynamique de la S.G.E. La figure 134 ([56]) en donne une coupe schématique, qui montre une des pièces polaires P montée sur le volant.

En outre, ces machines n'ont pas qu'une seule paire de bobines induites, mais toute une rangée (AS, *fig.* 134). Elles sont disposées en cercle, de manière que les pièces polaires mobiles se déplacent

Digitized by Google

dans la coupure, entre les deux bobines d'une même paire. Le nombre de paires de bobines est, pour les machines à courants triphasés, trois fois plus grand que le nombre des pièces polaires mobiles.

La bobine excitatrice (ES, *fig.* 134) est disposée autrement que dans le modèle de la figure 132. Comme dans la machine de Mordey ou de Tesla, il n'en existe qu'une seule. Tout comme dans les nervures du dispositif Mordey (*fig.* 122), les lignes d'induction se concentrent ici dans les noyaux des bobines induites.

b. Machine à induction dynamique de la Oerlikon-Gesellschaft. — Cette construction, dont les parties essentielles sont représentées

Fig. 135.

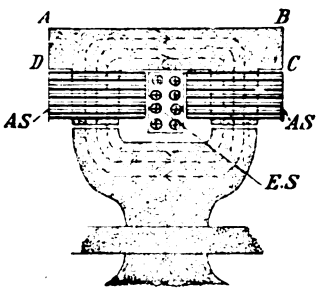
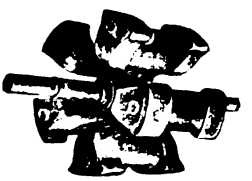


Fig. 136.



schématiquement par la figure 135, diffère par la forme, mais non par le principe.

Les deux rangées des bobines induites AS sont disposées à l'intérieur d'un cylindre creux de section ABCD. La bobine excitatrice ES reliée au cylindre creux se trouve entre les deux rangées. La forme des pièces polaires mobiles est représentée, en coupe schématique et en vue d'ensemble, par les figures 135 et 136.

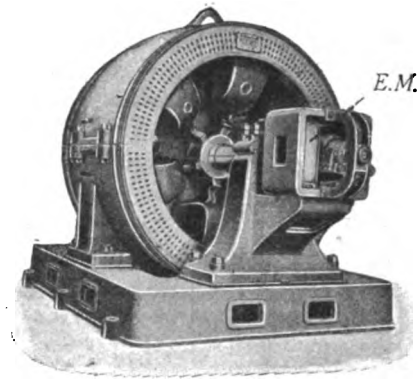
Le trajet des lignes d'induction magnétique qui traversent les bobines induites est sensiblement le même, qu'il y ait ou non une pièce polaire mobile devant les bobines.

La résistance magnétique du circuit dépend beaucoup, au contraire, de la position des pièces polaires. Il en est de même du nombre de lignes d'induction. Si aucune pièce polaire mobile ne se trouve devant les bobines, les lignes d'induction parcourent un grand trajet dans l'air; la résistance magnétique est alors très grande et le flux d'induction à travers les bobines très petit. Mais au moment où une pièce polaire mobile se trouve vis-à-vis d'une bobine, les lignes d'induction

Digitized by Google

se propagent presque uniquement dans le fer; la résistance magnétique est très petite et le flux d'induction très grand. Les relations sont, dans ce cas, sensiblement les mêmes que pour les machines à induction dynamique dans 79.

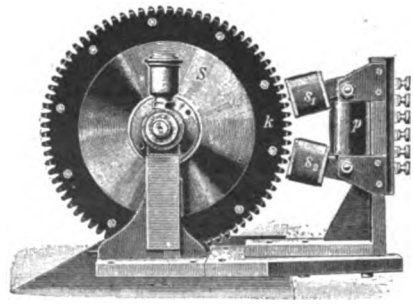
Fig. 137.



La figure 137 représente une de ces machines. La S.G.E. construit aussi des machines très simples de ce type pour les hautes tensions.

81. Machine à haute fréquence de Siemens et Halske. — D'après ce qui précède, on comprend aisément le fonctionnement de cette machine (*fig.* 138) ([57]), qui fut construite par F. Dolezalek pour la

Fig. 138.



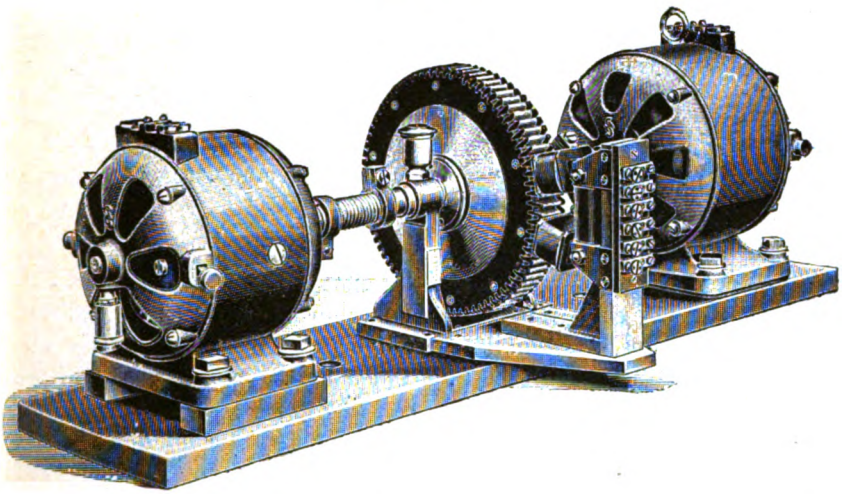
production des courants à haute fréquence et surtout comme moyen de mesure. S_1 et S_2 sont les deux bobines induites, *p* la bobine excitatrice. L'inducteur dynamique se compose d'un disque de fer S, avec

Digitized by Google

une couronne dentée k; elle a un diamètre de 20^{cm}, une épaisseur de 2^{cm}, et elle est formée de plaques de fer le plus minces possible, isolées les unes des autres. La machine fournit des courants d'une fréquence de 13000 à la seconde et une puissance de 15 watts.

Cette machine est représentée par la figure 139. Le moteur à cou-

Fig. 139.



rant continu de gauche sert à l'entraînement de la machine; la machine à courant continu de droite est mise en circuit sur une résistance réglable et sert ainsi à charger le moteur d'entraînement de façon que son nombre de tours soit le plus constant possible.

Digitized by Google

CHAPITRE IV.

CIRCUIT DE COURANT ALTERNATIF QUASI STATIONNAIRE A FAIBLE FRÉQUENCE ([58]).

I. — Courant et champ magnétique d'un circuit de courant alternatif.

82. Condition pour qu'un courant soit quasi stationnaire. — Le but principal de ce Chapitre est de chercher comment le courant d'un circuit de courant alternatif se comporte avec la FEM, et les propriétés magnétiques du circuit. Avant d'étudier cette question, il est utile de se poser la suivante :

Dans un circuit de courant alternatif, peut-on parler d'un courant déterminé, c'est-à-dire le courant est-il le même dans tout le circuit?

La question n'est nullement oiseuse.

a. La considération qui conduisit dans 24 *a* à ce résultat que, dans un circuit stationnaire, les lignes de courant étant des courbes fermées, le courant dans une section quelconque du circuit est le même, repose sur l'état stationnaire du courant.

Tant qu'il s'agit d'un courant oscillatoire, le courant ne peut pas en général être le même dans toutes les parties du circuit et, comme le montrera la suite, d'autant moins que, toutes choses égales d'ailleurs, la fréquence est plus grande.

Si le circuit se compose par exemple de deux conducteurs parallèles, soient AB et CD deux segments de ces conducteurs (*fig.* 140), et si un courant constant i parcourt le circuit, il existe entre AB et CD (25 *b*) une certaine tension, et par suite dans l'espace compris entre AB et CD il existe un champ électrique. Les lignes d'induction de ce champ électrique, comme il n'existe pas de champ magnétique variable (37), ne peuvent provenir que des masses électriques portées par les conducteurs; elles doivent donc (21 *a*) émaner des conducteurs et y aboutir.

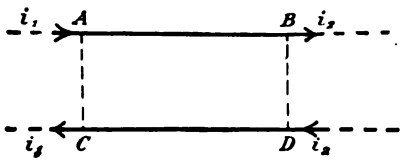
Si la tension de AB est supérieure à celle de CD, un certain nombre

Digitized by Google

de lignes d'induction électrique émanent de AB et aboutissent sur CD.

Si maintenant le courant i augmente, la tension entre AB et CD augmente aussi, et le nombre des lignes d'induction électrique qui émanent de AB et aboutissent sur CD augmente également. Il en est de même de la charge positive de AB et de la charge négative de CD. Pour qu'il y ait accroissement de la charge positive de AB, il est nécessaire que pendant cet accroissement il entre dans cette portion de conducteur AB une charge positive plus grande que celle qui en sort (**23**); c'est-à-dire que, étant donnée la direction du courant dans la figure 140, le courant avant le point A soit plus intense qu'après le

Fig. 140.



point B. Il en est de même pour CD. Cela est encore applicable à une partie quelconque d'un circuit parcouru par un courant variable, dans lequel se produit une diminution ou une augmentation de courant.

Si d'après cela un fort courant non stationnaire doit être, à la rigueur, différent aux divers endroits d'un même circuit, la différence est cependant si petite qu'elle est pratiquement négligeable. La question est celle-ci : Avec les fréquences employées en technique (100 par seconde), dans quelles circonstances cela a-t-il lieu?

b. De *a* et de **18**, on conclut que la différence du courant entre A et B, ou entre C et D, est d'autant plus grande que la capacité de AB et de CD est elle-même plus grande; elle est particulièrement élevée si AB et CD sont les deux armatures d'un condensateur (**17**).

Entre les deux bornes K_1 et K_2 (*fig.* 141) on monte une lampe G, avant cette lampe un condensateur, et de part et d'autre de celui-ci deux ampèremètres A_1 et A_2. Si l'on relie les bornes K_1 et K_2 aux pôles d'un conducteur de courant alternatif, les indications des deux ampèremètres diffèrent. Dans une expérience (*) A_1 indiquait 0,42 et A_2 0,29 ampère. Bien qu'aucun courant ne traverse le condensateur, l'expérience faite avec une machine à courant continue le montre car

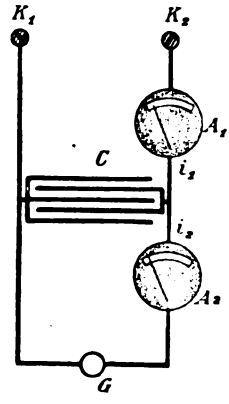
(*) G = 10 bougies, 120 volts; fréquence = 100/sec; capacité du condensateur à papier = 7,3 microfarads; tension efficace entre K_1 et K_2 = 130 volts.

Digitized by Google

alors les indications des deux ampèremètres sont les mêmes, dans un même circuit le courant est différent avant et après le condensateur.

Les relations de **23** et de **17**, égalité (1), donnent dans ce cas, si i_1 est le courant avant le condensateur et i_2 celui après le condensateur, e la charge du condensateur, $\mathcal{V}$ la tension entre les deux armatures

Fig. 141.



ou entre les deux bornes K_1 et K_2, et c la capacité du condensateur,

$$i_1 - i_2 = e' = c\mathcal{V}'.$$

Si n est la fréquence du courant (**66** c),

$$(i_1 - i_2)_0 = \pi n c \mathcal{V}_0,$$

ou, d'après **71**,

$$(i_1 - i_2)_{\text{eff}} = \pi n c \mathcal{V}_{\text{eff}}.$$

Pour une fréquence de 100/sec, une capacité de 1 microfarad (**49**) et une tension efficace de 120 volts, qui est une tension usuelle, on obtient

$$(i_1 - i_2)_{\text{eff}} = 0{,}038 \text{ ampère.}$$

Pour une charge à haute tension, rarement employée, 10000 volts

$$(i_1 - i_2)_{\text{eff}} = 3{,}14 \text{ ampères.}$$

Si l'on prend la plus petite différence, 0,01 ampère, dont il soit tenu compte avec les courants employés pratiquement, on a le résultat suivant :

Pour les basses tensions de 120 volts efficaces environ et une fréquence de 100/sec, une capacité de $\frac{1}{4}$ de microfarad environ convient. Pour les hautes tensions de 10000 volts et la même fréquence,

Digitized by Google

une capacité de $\frac{3}{1000}$ de microfarad crée déjà une différence sensible entre les différents points du circuit. La différence est d'autant plus grande que la fréquence du courant et la capacité du condensateur employé sont plus grandes.

c. Les circuits de courant alternatif, dans lesquels le courant n'est pas le même aux différents points du circuit, ont besoin d'être construits d'une façon particulière; c'est ce qui a lieu par exemple quand un courant alternatif ou un courant triphasé doit être transporté à grande distance.

Pour le transport à distance, on emploie : soit des câbles concentriques (*fig.* 142), composés d'un noyau métallique intérieur (fil ou

Fig. 142.

Fig. 143.

faisceau de fils) comme conducteur d'aller, et un cylindre métallique concentrique comme conducteur de retour, entre les deux se trouve une substance isolante; soit le câble double (*) (triple pour les courants triphasés) (*fig.* 143), où les conducteurs d'aller et de retour sont l'un à côté de l'autre.

Un tel câble possède une assez grande capacité. Pour la charge d'un tronçon de ces câbles, une masse électrique souvent considérable est nécessaire, et par suite le courant est différent (*b*) aux différents points du conducteur.

Pour avoir une idée de l'ordre de grandeur de ces phénomènes, on suppose que le rayon du conducteur intérieur de la figure 142 et les rayons des deux conducteurs de la figure 143 sont de 1^{cm} (**) et que, dans les câbles, la plus petite distance entre les conducteurs est de 1^{cm}, la constante diélectrique de l'isolant étant 3 fois plus grande que celle de l'air.

Le calcul (Table II) donne comme capacité par kilomètre :

	Microfarad.
Câble concentrique	0,24
Câble double	0,087

(*) Il ne peut pas être question ici de câble cordé.

(**) Ce sont approximativement les valeurs pour le câble de Ferranti (199 *f*).

Digitized by Google

Si l'on emploie des courants de 10000 volts et d'une fréquence de 100/sec, on a

	Ampère.
Pour le câble concentrique $(i_1 - i_2)_{eff}$.....	0,75
Pour le câble double $(i_1 - i_2)_{eff}$.....	0,27

Bien que ces nombres ne doivent pas être pris comme donnant exactement la différence de l'intensité du courant aux extrémités d'un tel conducteur de 1^{km} de longueur ([59]), ils donnent cependant l'ordre de grandeur de cette différence.

Pour les longs câbles à haute tension, la différence du courant dans les différentes parties du circuit peut être considérable, même pour les fréquences de 100/sec. Si un circuit de courant alternatif comprend un tel câble, il n'est plus question d'une intensité de courant déterminée dans tout le circuit.

d. Dans tous les circuits, dans lesquels les cas exposés dans *b* et *c* ne se présentent pas, on peut admettre que le courant est pratiquement le même en tous les points du circuit de courant alternatif.

Un conducteur, par exemple, qui se compose de deux fils parallèles de 1^{mm} de rayon à une distance de 10^{cm}, présenterait seulement, pour une longueur de 100^{m}, une capacité de 0,0006 microfarad (Table II).

Il ne donnerait aucune différence sensible entre i_1 et i_2 (*), s'il était intercalé à la place des armatures du condensateur dans l'expérience de la figure 141.

Un circuit de courant alternatif, dans lequel à chaque moment le courant en tout point, c'est-à-dire à travers chaque section transversale, est pratiquement le même, c'est-à-dire qui se comporte dans ce cas comme un circuit stationnaire, est dit *quasi stationnaire.*

On peut ainsi formuler ce résultat pratique :

Un circuit de courant alternatif, qui ne comprend aucun condensateur d'une capacité supérieure à $\frac{1}{100}$ de microfarad ou un long câble, peut être, pour une fréquence de 100/sec, considéré comme quasi stationnaire.

83. Le champ magnétique. — Dans **28** on a étudié les champs magnétiques correspondant aux différentes formes d'un circuit linéaire stationnaire. Pour les courants alternatifs, même s'ils sont quasi stationnaires, une complication se présente. Le champ magnétique alter-

---

(*) On aurait :

$(i_1 - i_2)_{eff} = 1,9 \,.\, 10^{-3}$ amp. pour $\mathcal{V}_{eff} = 10000$ volts,
$(i_1 - i_2)_{eff} = 0,57 \,.\, 10^{-3}$ amp. pour $\mathcal{V}_{eff} = 3000$ volts.

Digitized by Google

natif, ainsi créé, crée à son tour un champ électrique alternatif et celui-ci peut agir magnétiquement de deux manières.

a. Comme tout champ électrique variable (35), il crée directement un champ magnétique.

b. Dans les conducteurs qui sont voisins du circuit de courant alternatif, un courant peut prendre naissance (22), courant qui de son côté crée un champ magnétique.

Le champ *a* n'atteint pas une intensité appréciable, pour les courants à basse fréquence utilisés en technique. On pouvait s'attendre à ce résultat d'après 68; ceci sera d'ailleurs démontré plus tard dans un cas simple.

Mais le champ *b* peut atteindre, l'expérience et le calcul le montrent, une si haute importance, que le champ réel peut avoir, dans le voisinage du circuit, un tout autre aspect et une toute autre intensité que si le même circuit était parcouru par un courant stationnaire.

Il en résulte que :

Si dans le voisinage d'un circuit linéaire de courant alternatif, il n'y a pas de conducteurs dans lesquels des courants puissent être induits, et si la fréquence ne dépasse pas celles employées en technique, les relations entre le champ magnétique et le courant sont les mêmes pour les circuits à courant alternatif quasi stationnaire que pour les circuits à courant stationnaire. Le coefficient de self-induction est aussi le même dans les deux cas (*voir* 239 et 240).

COROLLAIRE (56 *e*). — *Le champ magnétique d'un circuit à courant alternatif quasi stationnaire est un champ alternatif de même phase que le courant alternatif, les conditions énoncées plus haut étant remplies.*

II. — RELATION ENTRE LE COURANT ÉLECTRIQUE ET LA FEM OU LA TENSION.

84. **Contradiction apparente avec la loi de Ohm.** — On relie les pôles d'une machine à courant alternatif par un circuit linéaire. Celui-ci est ainsi constitué qu'il peut exister en lui un courant quasi-stationnaire. En outre, maintenant et dans la suite, si le contraire n'est pas dit explicitement, il sera admis qu'aucun conducteur dans lequel un courant soit induit ne se trouve dans le voisinage.

Si l'on peut en outre supposer que le courant est uniformément réparti sur la section du fil (cette hypothèse répond à la réalité pour

Digitized by Google

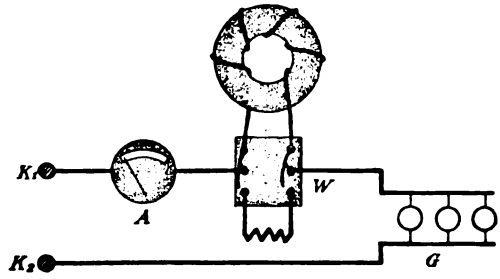
les fréquences employées en technique) (*), on peut appliquer aux circuits de courant alternatif quasi stationnaire les mêmes considérations qu'aux circuits de courant stationnaire.

On a, d'après la loi de Ohm,

$$(1) \qquad i = \frac{\mathcal{E}}{w},$$

$\mathcal{E}$ = FEM le long du circuit, w est la résistance de ce circuit. Aux pôles d'une machine à courant alternatif, qui donne une FEM efficace de 130 volts, sont montées en parallèle 12 lampes de 32 bougies (G, *fig.* 144), un ampèremètre A et un commutateur W. Par le com-

Fig. 144.



mutateur on peut introduire dans le circuit un simple fil d'une résistance de 0,1 ohm ou une bobine à noyau de même résistance. On est maintenant tenté de penser, d'après la loi de Ohm, que le courant se comporte de la même façon si l'on intercale dans le circuit le fil ou la bobine, leur résistance étant la même. En réalité l'expérience donne un résultat tout autre. Si le commutateur est placé de façon que le fil simple soit intercalé dans le circuit, les lampes s'allument et l'ampèremètre indique 10 amp. Si au lieu du fil on intercale la bobine, les lampes s'éteignent presque complètement et l'ampèremètre n'indique plus que 2 amp.

Ceci montre la grossière contradiction qu'il y a avec la loi de Ohm.

85. La FEM induite. — La contradiction qui existe entre le phénomène observé et la loi de Ohm n'est qu'apparente. Ce n'est pas la loi de Ohm qui dans ce cas est en défaut, mais l'application qu'on en a faite qui est inexacte.

La loi de Ohm permet seulement de conclure, du fait que le courant

(*) *Voir* Chapitre X, § I.

Digitized by Google

n'a pas changé dans un circuit de résistance invariable, que la FEM dans le circuit a été maintenue constante.

Dans l'expérience, la FEM de la machine était toujours la même; mais cette FEM n'est pas identique à la FEM $\mathcal{E}$ de la loi de Ohm, c'est-à-dire la FEM agissant dans le circuit. A la FEM de la machine, qui dans la suite sera appelée FEM extérieure $\mathcal{E}_a$, s'ajoute la FEM induite $\mathcal{E}_i$; la FEM réelle est donc

$$(1) \qquad \mathcal{E} = \mathcal{E}_a + \mathcal{E}_i.$$

Une telle FEM induite doit exister. Le courant alternatif crée un champ magnétique variable, et par suite un flux d'induction oscillatoire à travers le circuit qui, d'après **51**, produit une FEM oscillatoire induite.

D'après **38** *e*, on a pour $\mathcal{E}_i$

$$(2) \qquad \mathcal{E}_i = -pi',$$

d'après **65** et **66**, il en résulte pour l'amplitude

$$\mathcal{E}_{i_0} = \pi n p i_0,$$

et pour la phase

$$\measuredangle(\mathcal{E}_i, i) = 90^\circ.$$

L'amplitude de $\mathcal{E}_i$ est donc proportionnelle au coefficient de self-induction du circuit. Celui-ci était très différent, dans l'expérience de **84**, suivant que le fil, ou la bobine, était intercalé dans le circuit (**34** *d*). Par suite, la FEM induite $\mathcal{E}_i$ et la FEM $\mathcal{E}$ sont tout à fait différentes dans les deux cas. Le courant devait donc être différent dans les deux cas, malgré l'égalité des résistances.

86. Relation entre le courant et la FEM **extérieure.** — *a*. Il est intéressant, tout d'abord, de connaître la relation qui relie le courant à la FEM extérieure $\mathcal{E}_a$; la solution est donnée par le vecteur-diagramme.

Si OA (*fig.* 145) est le vecteur de iw, OB celui de $\mathcal{E}_i$, on a, d'après **85** :

$$\mathrm{OB} \perp \mathrm{OA} \quad \text{et} \quad \frac{\mathrm{OB}}{\mathrm{OA}} = \frac{\pi n p}{w}.$$

Si d'après **84**, égalité (1), et **85**, égalité (1),

$$(1) \qquad iw = \mathcal{E}_a + \mathcal{E}_i,$$

le vecteur de $\mathcal{E}_a$ doit être égal à BA = OC.

Digitized by Google

Le triangle rectangle OAC ou OAB, correspondant à la fréquence connue, à la résistance connue, au coefficient de self-induction et à la FEM extérieure $\mathcal{E}_a$, est construit sur l'hypoténuse $\mathcal{E}_a$ qui a pour pente le rapport $\frac{\pi n p}{w}$.

Ainsi donc, avec l'aide du vecteur-diagramme, pour une FEM extérieure sinusoïdale donnée, le courant peut être déterminé par l'amplitude et la phase.

b. Le vecteur-diagramme (*fig* 145), ou celui de la figure 146, montre

Fig. 145.

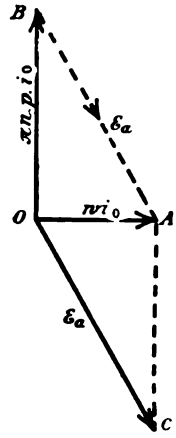
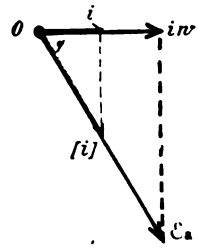


Fig. 146.



immédiatement que le coefficient de self-induction, ou le champ magnétique du circuit à courant alternatif, a pour effet :

1° De différentier le courant dans la phase vis-à-vis de la FEM $\mathcal{E}_a$ extérieure et de le retarder;

2° De diminuer l'amplitude du courant.

On a en fait (*fig.* 146)

$$i_0 w = \mathcal{E}_{a_0} \cos\varphi.$$

Si l'on calcule le courant (i) qu'on obtiendrait pour une FEM extérieure déterminée $\mathcal{E}_a$, sans l'influence du champ magnétique, on a, d'après la loi de Ohm,

$$(i)_0 w = \mathcal{E}_{a_0},$$

donc

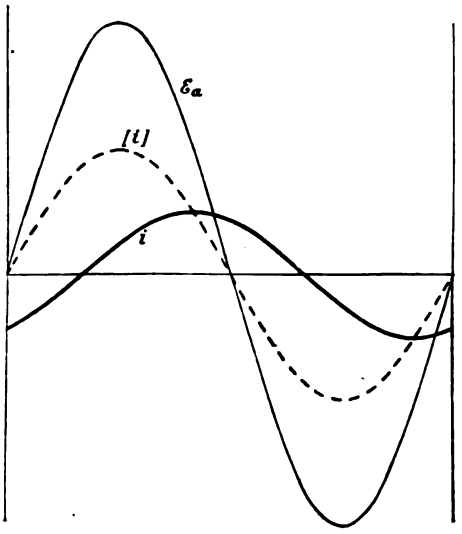
$$i_0 = (i)_0 \cos\varphi.$$

Digitized by Google

Les deux actions sont évidentes, si l'on représente par des courbes $\mathcal{E}_a$, i et (i), *voir* 54. La figure 147, qui admet les mêmes conditions que le vecteur-diagramme (*fig.* 146), le montre bien.

La figure 148 représente une vue photographique de la courbe de la FEM (courbe de gauche) et de la courbe de courant (courbe de

Fig. 147.



droite), dans un circuit à courant alternatif (*). La différence de phase est tout à fait visible.

c. Du vecteur-diagramme (*fig.* 145) ([60]) il résulte immédiatement que

$$(2)\qquad \begin{cases} i_0 = \dfrac{\mathcal{E}_{a_0}}{z}, \\ z = \sqrt{w^2 + (\pi n p)^2}, \end{cases}$$

$$(3)\qquad \operatorname{tang}\varphi = \operatorname{tang}(i, \mathcal{E}_a) = \frac{\pi n p}{w}.$$

Ces grandeurs, parmi lesquelles $\pi n p$ et z jouent le rôle de résistances dans les égalités précédentes, et qui sont fréquemment employées dans les calculs suivants, ont des dénominations spé-

(*) Dans ce circuit se trouve une bobine à grand coefficient de self-induction.

Digitized by Google

ciales :

$\pi n p$ = résistance inductive ou inductance,
w = résistance ou résistance ohmique,
z = résistance apparente ou impédance.

Très fréquemment $\frac{p}{w}$ sera appelé *la constante du temps.*

La relation qui existe entre ces grandeurs se déduit du triangle (*fig.* 149) qui résulte du diagramme des vecteurs dans la figure 145.

Fig. 148.

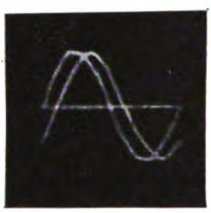


Fig. 149.

Il y a lieu de remarquer que l'inductance et l'impédance ne sont pas constantes dans un circuit considéré, mais sont d'autant plus grandes que la fréquence du courant alternatif employé est plus grande.

87. Relation entre le courant et la tension. — *a.* Si un courant variable parcourt un conducteur (*fig.* 150), qui en outre de la résistance w_1 présente un coefficient de self-induction p_1, et un conducteur

Fig. 150.

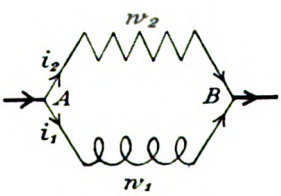
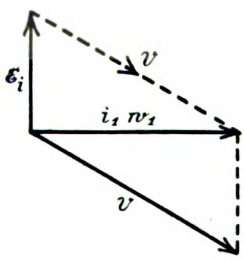


Fig. 151.



de résistance w_2 mais sans coefficient de self-induction appréciable, pour le circuit formé par les deux conducteurs on a, d'après **26** *b*,

$$i_1 w_1 - i_2 w_2 = \text{FEM},$$

agissant dans le circuit. Mais lorsqu'une telle FEM $\mathcal{E}_i$ induite dans

Digitized by Google

la première branche agit seule, elle est, d'après **38** *e*, égale à $-p_1 i'_1$. En outre $i_2 w_2$, d'après **25**, égalité (2 *a*) (*), n'est autre que la tension $\mathcal{V}$ entre les points de ramification A et B. Par suite

$$(1) \qquad i_1 w_1 = \mathcal{V} - p_1 i'_1.$$

Si l'on compare cette égalité avec celles qui résultent de **84**, égalité (1), et **85**, égalités (1) et (2), on a pour le circuit entier de courant alternatif

$$(2) \qquad i w = \mathcal{E}_a - p i'.$$

Comme dans **86** *c*, les égalités (1) donneront les relations :

$$(3) \qquad \left\{ \begin{aligned} i_{1_0} &= \frac{\mathcal{V}_0}{z_1}, \\ z_1 &= \sqrt{w_1^2 + (\pi n p_1)^2}, \\ \operatorname{tang}(i_1, \mathcal{V}) &= \frac{\pi n p_1}{w_1} \end{aligned} \right.$$

et comme vecteur-diagramme celui de la figure 151.

b. Courants alternatifs bifurqués. — Comme dans **26** *a*, il résulte de *a* que : si un courant se partage en deux branches d'impédance z_1 et z_2, les courants i_1 et i_2 dans ces deux branches sont tels que

$$(4) \qquad \frac{i_{1_0}}{i_{2_0}} = \frac{z_2}{z_1}.$$

Le courant dans les deux branches dépend de l'impédance et non de la résistance comme dans les courants stationnaires (**).

88. Cas limite. — *a*. Si la résistance d'un circuit, ou d'une partie de ce circuit, est très grande vis-à-vis de l'inductance, on a sensiblement, d'après **86**, égalités (2) et (3), et **87**, égalité (3),

$$i_0 = \frac{\mathcal{E}_{a_0}}{w} \quad \text{ou} \quad \frac{\mathcal{V}_0}{w},$$

$$\varphi = \sphericalangle(i, \mathcal{E}_a) \quad \text{ou} \quad \sphericalangle(i, \mathcal{V}) = 0.$$

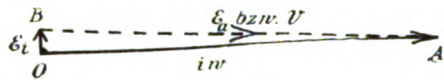
(*) Cette relation subsiste pour un segment de circuit de courant alternatif sans self-induction notable.

(**) L'égalité (4) n'est valable que si le champ magnétique du circuit formé par les deux branches se divise dans l'espace en deux parties provenant, l'une du courant dans une branche, l'autre du courant dans l'autre branche. Elle est donc valable pour deux bobines enroulées chacune sur un noyau de fer, mais non pour deux bobines enroulées sur le même noyau; *voir* 34 *d*.

Digitized by Google

Le diagramme de la figure 145 prend la forme de celui de la figure 152; le courant a sensiblement la même phase que $\mathcal{E}_a$ ou $\mathcal{V}$, c'est-à-dire qu'à chaque moment il est proportionnel à $\mathcal{E}_a$ ou $\mathcal{V}$.

Fig. 152.



On dit dans ce cas que la résistance du circuit à courant alternatif est *sans induction* ou *non inductive*.

Toutes les lampes à incandescence sont pratiquement sans induction pour les courants alternatifs techniques. Avec une grande approximation, on peut considérer comme sans induction tous les conducteurs filiformes ne contenant aucune spirale. Il en est de

Fig. 153.

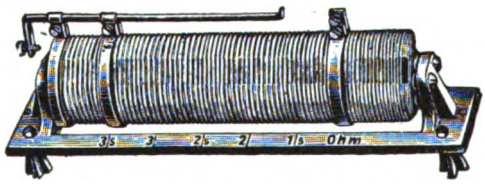


Fig. 154.

même cependant des bobines à noyau de porcelaine qui sont d'un métal de très faible conductibilité (*fig.* 153), et appelées *résistances pour lampes à arc* (*).

(*) Si l'on admet, comme c'est approximativement le cas, que le rayon d'une spire soit égal à 5^{cm}, celui du fil égal à 1^{mm}, la conductibilité (Table III) égale à 2,5 fois celle du mercure, on obtient comme résistance d'une spire environ 0,035 ohm. Pour une fréquence de 100/sec, πnp sera, pour cette spire, égal à

Digitized by Google

Les lampes à arc à courant alternatif, mais non leur appareil régulateur, doivent être considérées comme sans induction. Pour les expériences de laboratoire, les résistances sans induction les plus commodes sont des lampes à arc pour les courants intenses et des lampes à incandescence pour les petits courants. Pour ces dernières, il n'est pas possible que leur résistance varie beaucoup avec l'intensité de courant.

b. Si, au contraire, la résistance est très faible vis-à-vis de l'inductance, on a sensiblement

$$i_0 = \frac{\mathcal{E}_{a_0}}{\pi np} \quad \text{ou} \quad \frac{\mathcal{V}_0}{\pi np},$$

$$\measuredangle(i, \mathcal{E}_a) \quad \text{ou} \quad \measuredangle(i, \mathcal{V}) = 90^\circ.$$

Le vecteur-diagramme qui, dans ce cas, a l'aspect de la figure 154, montre de suite que, dans ces conditions, l'amplitude de la FEM $\mathcal{E}_{i_0}$ induite est presque celle de la FEM extérieure $\mathcal{E}_{a_0}$ ou $\mathcal{V}_0$.

Avec les fréquences employées en technique, cette condition est sensiblement réalisée par des bobines à spires relativement serrées, enroulées sur des noyaux de fer lamellaire (**102**). *Voir* **34** *d* (*).

89. Détermination de la différence de phase entre le courant et la tension. — *a*. Aux bornes K_1 et K_2 d'un courant alternatif sont fixées les extrémités d'un conducteur. On se propose de déterminer de quel angle de phase φ le courant i dans le conducteur diffère de la tension aux bornes.

---

environ $8{,}4.10^{-5}$ ohm. Pour que $\operatorname{tang}\varphi = \frac{\pi np}{w}$ soit seulement égal à $\frac{1}{10}$, ce qui donnerait un angle de phase de 6° environ, la bobine devrait avoir au moins 40 spires.

(*) On pourrait supposer que des bobines sans noyau de fer, mais avec un très grand nombre de spires, réalisent sensiblement ce cas limite (34 *c*). Mais il résulte des nombres donnés dans le nota de 34 *d* que cela n'est pas exact. Pour la bobine secondaire qui a un très grand nombre de spires sans noyau de fer et une fréquence $n = 100$/sec,

$$\left.\begin{array}{r} \pi np = 13\,500 \text{ ohms} \\ w = 27\,400 \text{ ohms} \end{array}\right\} \operatorname{tang}\varphi = 0{,}49, \qquad \varphi = 26^\circ 15'.$$

Pour la bobine primaire qui a très peu de spires, mais un noyau de fer,

$$\left.\begin{array}{r} \pi np = 9{,}11 \text{ ohms} \\ w = 0{,}23 \text{ ohm} \end{array}\right\} \operatorname{tang}\varphi = 39{,}6, \qquad \varphi = 88^\circ 33'.$$

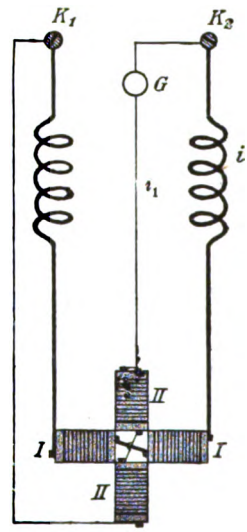
Cela résulte du calcul indiqué par l'égalité (3) de 86. En réalité, dans les deux cas, φ est plus faible (106).

Digitized by Google

On envoie le courant i dans une paire de bobines horizontales, entre lesquelles se trouve un tube de Braun, non représenté sur la figure 155.

Ces bobines sont conditionnées de façon que les relations dans le conducteur ne varient pas sensiblement. En outre, on réunit aux bornes K_1 et K_2 un deuxième conducteur dans lequel une paire de bobines verticales est intercalée. La résistance de ce conducteur, qui est due presque uniquement à celle de la lampe à incandescence, est suffisamment grande pour que la tension aux bornes K_1 et K_2 ne soit pas influencée; elle est en outre sans induction, de sorte que le cou-

Fig. 155.



rant i_1, dans ce conducteur, a même phase que la tension $\mathfrak{V}$ (**88** *a*). Alors la déviation verticale de la tache lumineuse est proportionnelle à i, la déviation horizontale est proportionnelle à i_1 et, par suite, à $\mathfrak{V}$. La courbe tracée sur le disque donne l'angle phase $\measuredangle(i, \mathfrak{V})$ (**60**) (*).

b. Ceci est applicable aux dispositifs **59** *b* et **60** qui, d'une manière semblable à celle de la figure 148, déterminent les différences de phase. La figure 148 a été obtenue à l'aide de ce dernier dispositif.

90. Détermination de l'impédance. — Pour les oscillations sinusoï-

(*) Cette méthode convient particulièrement pour la mise en évidence de la différence de phase et pour la détermination de l'angle de phase, mais elle est moins exacte et plus compliquée que les méthodes indiquées dans 91, 92 et 99.

Digitized by Google

dales, on a, d'après **71**,

$$\mathcal{E}_0 = 1,4\,\mathcal{E}_{\text{eff}}, \qquad \mathcal{V}_0 = 1,4\,\mathcal{V}_{\text{eff}}, \qquad i_0 = 1,4\,i_{\text{eff}}.$$

Il résulte de **86** *c*, pour un circuit complet,

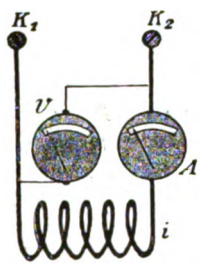
$$i_{\text{eff}} = \frac{\mathcal{E}_{a\,\text{eff}}}{z}$$

et, pour une portion de circuit, il résulte de **87**

$$i_{\text{eff}} = \frac{\mathcal{V}_{\text{eff}}}{z},$$

z étant l'impédance du circuit ou de la portion de circuit entre les extrémités de laquelle il y a la tension $\mathcal{V}$. La relation qui, d'après **86** et **87**, existe entre le courant maximum et la FEM ou tension maxima,

Fig. 156.



est encore applicable à la FEM efficace, à la tension efficace et au courant efficace. Cette relation donne immédiatement une méthode pour la détermination de l'impédance d'une bobine, par exemple. On réunit la bobine aux bornes K_1 et K_2 d'un conducteur de courant alternatif. La tension efficace $\mathcal{V}_{\text{eff}}$ aux extrémités de la bobine est mesurée par un voltmètre V (*fig.* 156) et l'intensité du courant efficace i_{eff} par un ampèremètre A. Pour la fréquence du courant alternatif considéré, l'impédance dans la bobine est

$$z = \frac{\mathcal{V}_{\text{eff}}}{i_{\text{eff}}}.$$

Exemple. — La bobine employée dans l'expérience **84** fut réunie d'abord aux deux bornes d'un conducteur d'un courant triphasé urbain (*), et ensuite aux pôles d'une petite machine à courant alter-

(*) En interposant une résistance.

Digitized by Google

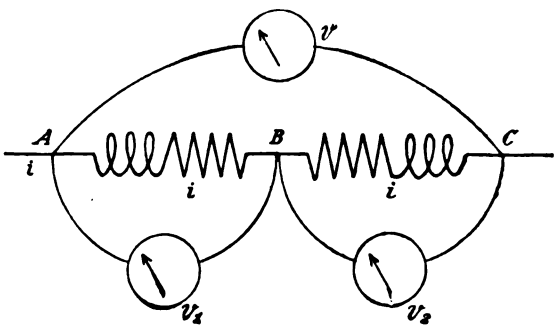
natif dans le dispositif de la figure 156. On obtint :

	Courant triphasé.	Courant alternatif.
$\mathcal{V}_{eff}$	29 volts	25 volts
i_{eff}	0,63 amp.	0,608 amp.
z (*)	46,0 ohms	41,1 ohms

Comme la fréquence n, dans le premier cas, était voisine de 100/sec et, dans le deuxième, de 91,3/sec, les impédances se comportaient presque comme les fréquences (exactement 100 : 88,3), en accord avec **88** *b*, car z, pour un très petit w, est sensiblement égal à πnp.

91. Résistances inductives agissant en série. — Soient A, B, C (*fig.* 157) trois points d'un circuit. Dans chacun des segments AB, BC, AC se

Fig. 157.



trouve en dérivation un voltmètre, dont la résistance doit être assez grande pour que le courant le traversant puisse être négligé.

a. Le circuit est traversé par un courant constant i. On a (**25** *b*)

$$\mathcal{V}_1 = i \quad w_1,$$
$$\mathcal{V}_2 = i \quad w_2,$$
$$\mathcal{V} = i \quad w,$$

w_1, w_2, w sont les résistances de AB, BC et AC et $\mathcal{V}_1$, $\mathcal{V}_2$, $\mathcal{V}$ les indications des trois voltmètres (*fig.* 157).

(*) Si l'on détermine la résistance par une méthode quelconque, on déduit de l'impédance la valeur de l'inductance πnp et de l'angle de phase φ. Ce dernier n'est exact que si la bobine n'a pas de noyau (*voir* 106). Lorsqu'on connaît la fréquence, on déduit de l'inductance le coefficient de self-induction p. Il est égal, dans le cas présent, à 0,15 henry ($z = 46$, $w = 0,1$ ohm) (49).

Digitized by Google

D'après la définition de la tension, on doit avoir (3 *a*)

$$\mathcal{V} = \mathcal{V}_1 + \mathcal{V}_2,$$

d'où

$$w = w_1 + w_2.$$

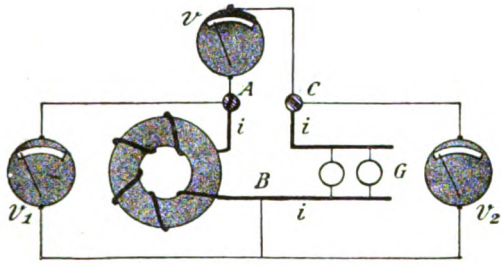
b. Le circuit est parcouru par un courant alternatif. On a, d'après **90**,

$$\mathcal{V}_{1\text{eff}} = i_{\text{eff}} z_1,$$
$$\mathcal{V}_{2\text{eff}} = i_{\text{eff}} z_2,$$
$$\mathcal{V}_{\text{eff}} = i_{\text{eff}} z,$$

z_1, z_2, z étant les impédances des segments AB, BC et AC.

Quoique, ici comme dans le courant continu, à chaque moment

Fig. 158.



$\mathcal{V} = \mathcal{V}_1 + \mathcal{V}_2$, on n'a pas en général $\mathcal{V}_{\text{eff}} = \mathcal{V}_{1\text{eff}} + \mathcal{V}_{2\text{eff}}$ et, par suite,

$$z \neq z_1 + z_2.$$

Si l'on réunit, aux deux bornes A et C d'un conducteur à courant triphasé urbain, la bobine qui a servi dans l'expérience de **84** et qu'on monte en série, avec cette bobine, les lampes G employées précédemment, les voltmètres indiquent

$$\mathcal{V}_{1\text{eff}} = 85 \text{ volts},$$
$$\mathcal{V}_{2\text{eff}} = 72 \text{ volts},$$
$$\mathcal{V}_{\text{eff}} = 127 \text{ volts}.$$

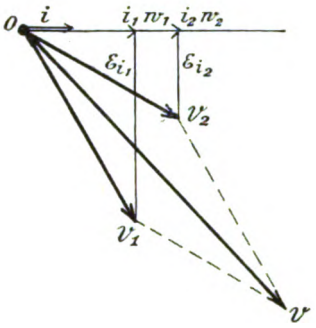
Donc $\mathcal{V}_{\text{eff}}$ est plus petit que $\mathcal{V}_{1\text{eff}} + \mathcal{V}_{2\text{eff}}$.

c. A première vue, la raison de ce phénomène est que $\mathcal{V}_1$ et $\mathcal{V}_2$ n'ont pas en général même phase; par suite, d'après **62**, la valeur efficace de leur somme n'est pas égale à la somme de leurs valeurs efficaces. Le diagramme dans ce cas est (d'après **87** *a*) en général de la forme de celui de la figure 159.

Digitized by Google

Pour les impédances z, z_1, z_2, on déduit de ce diagramme celui de figure 160, ou mieux encore celui de la figure 161, tout comme le dia-

Fig. 159.



gramme de la figure 149 se déduisait de celui de la figure 145. Ces diagrammes montrent immédiatement comment z est déduit de z_1 et z_2.

Fig. 160.

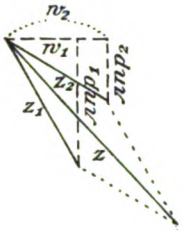
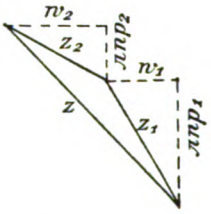
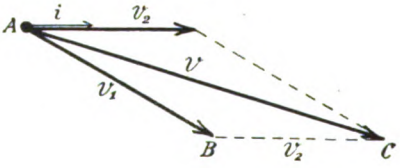


Fig. 161.



d. Cas particulier. — Si le premier des deux segments BC, dans l'exemple *b*, est sans induction, au lieu du diagramme de la figure 159 on a celui de la figure 162. $\mathcal{V}_2$ a même phase que i. D'après les indi-

Fig. 162.



cations des trois voltmètres, on peut construire le triangle ABC. On peut encore en déduire l'angle de phase entre le courant et la tension $\mathcal{V}$ ou aussi $\mathcal{V}_1$.

Digitized by Google

On appelle cette méthode, qui permet de déterminer l'angle de phase entre le courant et la tension, *la méthode des trois voltmètres.*

Dans l'exemple cité plus haut, par un calcul trigonométrique élémentaire, on déduit des nombres donnés

$$\sphericalangle(i, \mathfrak{V}) = 39^\circ 37',$$
$$\sphericalangle(i, \mathfrak{V}_1) = 72^\circ 18'.$$

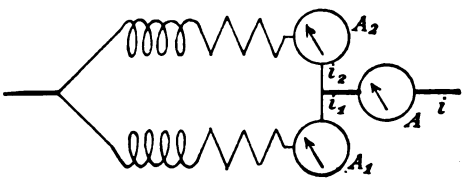
92. Résistances inductives agissant en parallèle. — Un circuit parcouru par un courant i est bifurqué en deux branches, parcourues par des courants i_1 et i_2 (*fig.* 163).

a. Le courant i est stationnaire; on a alors

$$i_1 = \frac{\mathfrak{V}}{w_1}, \qquad i_2 = \frac{\mathfrak{V}}{w_2}, \qquad i = \frac{\mathfrak{V}}{w},$$

où $\mathfrak{V}$ est la tension entre les points de bifurcation, w_1 et w_2 les résis-

Fig. 163.



tances des deux branches et w la résistance totale des deux branches. Comme, d'après **24** *b*, on doit avoir $i = i_1 + i_2$, on a par suite

$$\frac{1}{w} = \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2}.$$

b. Le courant i est alternatif. On a, d'après **90**,

$$i_{1\text{eff}} = \frac{\mathfrak{V}_{\text{eff}}}{z_1},$$
$$i_{2\text{eff}} = \frac{\mathfrak{V}_{\text{eff}}}{z_2},$$
$$i_{\text{eff}} = \frac{\mathfrak{V}_{\text{eff}}}{z},$$

dans lesquelles z_1, z_2 et z sont les impédances.

Mais ici, comme le montre l'expérience **62** *a*, on n'a généralement pas $i_{\text{eff}} = i_{1\text{eff}} + i_{2\text{eff}}$; par suite

$$\frac{1}{z} \neq \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}.$$

Digitized by Google

c. La cause en est, ici comme dans **62** *a*, la différence de phase entre i_1 et i_2. Le diagramme des vecteurs a généralement dans ce cas la forme de la figure 164.

d. Cas particulier. — La deuxième branche est sans induction, i_2 est de même phase que $\mathcal{V}$, et le diagramme de la figure 164 devient celui de la figure 165.

D'après les indications des trois ampèremètres (*fig.* 163), on peut construire le triangle OAB, et en déduire la différence de phase $\widehat{AOB}$

Fig. 164.

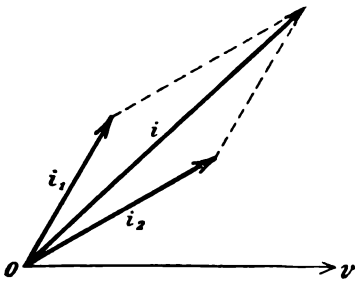
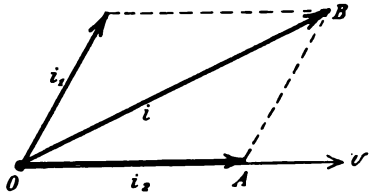


Fig. 165.



entre le courant i et la tension $\mathcal{V}$. Cette méthode de détermination de l'angle phase, entre le courant et la tension, porte le nom de *méthode des trois ampèremètres* (*).

Les chiffres donnés dans **62** par l'expérience précédente donnent comme différence de phase, entre la tension aux points de bifurcation et le courant dans la bobine, 73°45′.

93. Le courant à la fermeture d'un circuit à courant alternatif. — *a*. Les relations de **86** et **87** peuvent ne pas être valables au premier moment de la fermeture du circuit.

Une bobine de très faible résistance, mais de grand coefficient de self-induction, est reliée à deux bornes entre lesquelles règne une différence de tension alternative $\mathcal{V}$, et ce au moment précis où la tension entre les deux bornes est nulle. Comme, d'après **88** *b*, il existe entre le courant i dans la bobine et la tension $\mathcal{V}$ à ses extrémités une différence de phase de 90°, le courant i doit avoir son maximum i_0 au

(*) En réalité on s'arrange, aussi bien ici que dans la méthode des trois voltmètres, par un montage convenable, de manière à n'employer qu'un seul ampèremètre ou voltmètre.

Digitized by Google

moment de la fermeture. Mais ceci est évidemment impossible, car le courant dans la bobine était nul avant la fermeture, il doit l'être aussi au premier moment de la fermeture. D'ailleurs, le courant ne peut pas atteindre son maximum instantanément, c'est-à-dire avec une vitesse infiniment grande, car d'après **38** *e* une FEM infiniment grande, de sens opposé au courant, serait induite dans la bobine et s'opposerait à une telle élévation instantanée du courant.

b. Déjà, dans le cas le plus simple où la bobine est reliée aux deux bornes d'une tension constante $\mathfrak{V}$, le courant n'atteint pas au début la valeur i_0 donnée par la loi de Ohm $i_0 = \frac{\mathfrak{V}}{w}$. La FEM induite par suite de la fermeture a pour effet de permettre au courant de n'atteindre que graduellement cette valeur maxima i_0. La courbe de courant, qui indique de quelle manière le courant atteint son maximum i_0, dépend, comme le montre la théorie, de deux grandeurs : de $\frac{p}{w}$, constante du temps de la bobine (**86** *c*), et de la grandeur du maximum i_0. On a donc :

1° Plus la constante du temps $\frac{p}{w}$ est grande, plus l'élévation du courant est lente; plus la constante $\frac{p}{w}$ est petite, plus l'élévation du courant est rapide.

La figure 166 représente différentes courbes de courant :

La courbe A correspond à $\frac{p}{w} = \frac{1}{1500}$,

La courbe B correspond à $\frac{p}{w} = \frac{1}{300}$,

La courbe C correspond à $\frac{p}{w} = \frac{1}{30}$ (*),

le maximum i_0 étant égal à 1.

2° Si le maximum est différent de 1 mais égal à i_0, on changera les ordonnées des courbes dans le rapport $i_0 : 1$.

La relation, qui donne la valeur i du courant pour une certaine valeur de i_0 et de $\frac{p}{w}$ et correspondant à un certain temps après le lan-

(*) Dans le cas d'un courant alternatif d'une fréquence de 100/sec, la bobine A donnerait entre le courant et la tension une différence de phase d'environ 10°, B de 45° et C de 85° (86 *c*).

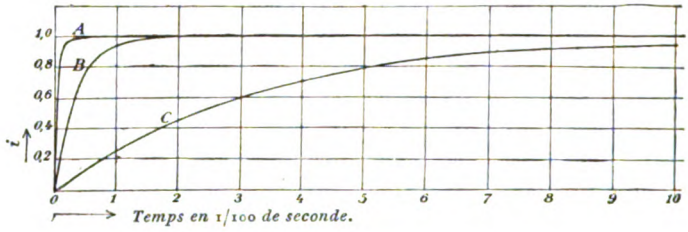
Digitized by Google

cement du courant, est

$$(1) \qquad i = i_0(1 - e^{-\frac{w}{p}t}) \quad (*).$$

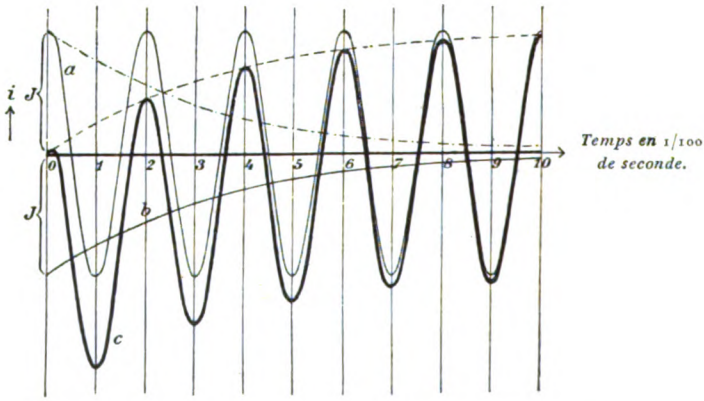
c. A l'aide de la relation donnée, on peut tracer la courbe du courant, dans le cas où la bobine est reliée aux deux bornes d'une tension

Fig. 166.



alternative ♀ ([61]). On trace d'abord la courbe du courant, telle qu'elle résulte de **86** et **87**. Celle-ci aurait au moment de la fermeture la valeur J (*fig.* 167 courbe *a*). On trace ensuite, de la manière indiquée dans *b*, la courbe de courant qui correspond à la valeur maximum J et à la constante propre à la bobine (*fig.* 167, courbe en traits). On

Fig. 167.



déplacera cette courbe d'une distance J, parallèlement à l'axe des ordonnées, de manière que le commencement de la courbe ne passe pas par l'origine, mais par le point — J (courbe *b* de la figure 167).

(*) A calculer à l'aide de la Table XV. *e* représente ici et dans la suite la base des logarithmes népériens.

Digitized by Google

Enfin, on construit la résultante des deux courbes (**62** *b*). C'est la courbe de courant cherchée (courbe *c* de la figure 167). On peut encore tout simplement tracer la courbe

$$i = Je^{-\frac{w}{p}t}$$

(*fig.* 167, courbe traits et points), on retranche les ordonnées de cette courbe de celles de la courbe *a*; la courbe obtenue est la courbe cherchée.

De la construction donnée, et de ce qui a été dit dans *b*, il résulte : La courbe de courant se confond avec une sinusoïde ordinaire d'autant plus rapidement :

1° Que la constante du temps de la bobine est plus petite;

2° Que la valeur de J est plus petite, valeur correspondant aux relations de **86** et **87** au moment de la fermeture.

Si la fermeture se produit précisément au moment où J est nul, dès l'origine la courbe est une sinusoïde ordinaire. La courbe *c* (*fig.* 167) correspond à la valeur extrême du rapport (*). Il est à remarquer que dans ce cas le courant, pour un court instant, peut avoir une amplitude à peu près double de celle qu'il aura plus tard.

94. Influence de la résistance inductive sur la courbe d'oscillations. — Si dans un circuit une FEM $\mathcal{E}$ non sinusoïdale agit, elle peut être décomposée en une oscillation fondamentale $\mathcal{E}_1$ (**54**) sinusoïdale et en d'autres supérieures également sinusoïdales. On peut alors écrire

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 + \ldots,$$

$\mathcal{E}_2$, $\mathcal{E}_3$ sont des forces électriques dont les fréquences sont deux, trois fois aussi grandes que la fréquence de l'oscillation fondamentale $\mathcal{E}_1$. Le courant *i*, produit par une telle FEM, peut être décomposé également

$$i = i_1 + i_2 + i_3 + \ldots$$

et les fréquences de i_2, i_3 sont à celle de i_1 comme celles de $\mathcal{E}_2$, $\mathcal{E}_3$ sont à celle de $\mathcal{E}_1$.

La forme des courbes de $\mathcal{E}$ et *i* dépend du rapport des amplitudes des oscillations supérieures à l'amplitude de l'oscillation fondamentale. Plus les amplitudes des oscillations supérieures sont petites par

(*) $\frac{p}{w} = \frac{1}{30}$ est relativement grand. *Voir* le premier nota de 93 *b*.

Digitized by Google

rapport à celle de l'oscillation fondamentale, plus les courbes de $\mathcal{E}$ et i sont voisines d'une sinusoïde.

a. Circuit sans induction (**88** *a*). — On a, si w est la résistance du circuit,

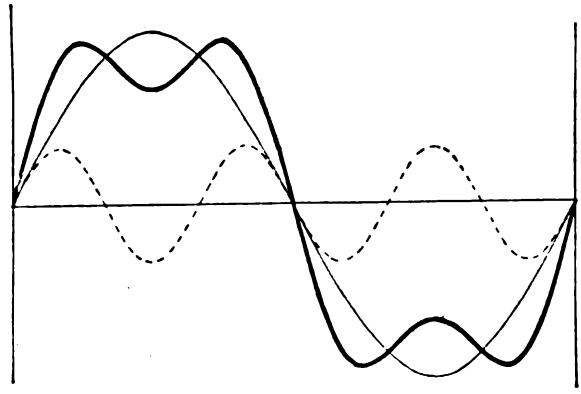
$$i_{10} = \frac{\mathcal{E}_{10}}{w}, \qquad i_{20} = \frac{\mathcal{E}_{20}}{w}, \qquad i_{30} = \frac{\mathcal{E}_{30}}{w}, \qquad \ldots;$$

donc

$$i_{10} : i_{20} : i_{30} \ldots = \mathcal{E}_{10} : \mathcal{E}_{20} : \mathcal{E}_{30} \ldots.$$

Les rapports des amplitudes des oscillations supérieures de i à l'amplitude de l'oscillation fondamentale i_1 sont les mêmes que ceux

Fig. 168.



des amplitudes des oscillations supérieures de $\mathcal{E}$ à l'amplitude de l'oscillation fondamentale $\mathcal{E}_1$. Ceci veut dire, d'après ce qui précède, que dans un circuit sans induction la forme de la courbe de courant est la même que celle de la FEM.

b. Résistance inductive. — Si la résistance du circuit est en partie inductive, l'impédance est d'autant plus grande que la fréquence est plus grande (**86** *c*). Donc plus la fréquence d'une oscillation supérieure sera grande, plus son amplitude diminuera. Il en résulte que les amplitudes des oscillations supérieures de i, vis-à-vis de l'oscillation fondamentale i_1, sont plus petites que les amplitudes des oscillations supérieures de $\mathcal{E}$, vis-à-vis de l'oscillation fondamentale $\mathcal{E}_1$, et d'autant plus que les oscillations supérieures sont d'un ordre plus élevé. Ce qui signifie :

Dans le cas de la résistance inductive, la courbe de courant se rapprochera plus d'une sinusoïde que celle de la FEM.

Digitized by Google

On a plus exactement (86 *c*) ([62])

$$i_{10} = \frac{\mathcal{E}_{10}}{\sqrt{w^2 + (\pi np)^2}}, \qquad \operatorname{tang}(i_1, \mathcal{E}_1) = \frac{\pi np}{w},$$

$$i_{20} = \frac{\mathcal{E}_{20}}{\sqrt{w^2 + (2\pi np)^2}}, \qquad \operatorname{tang}(i_2, \mathcal{E}_2) = \frac{2\pi np}{w}, \qquad \ldots.$$

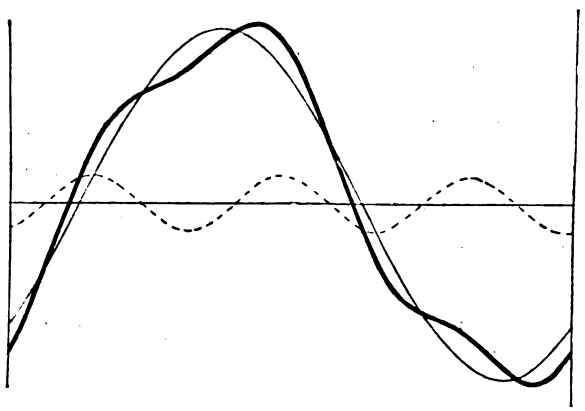
Si l'inductance est considérable par rapport à la résistance (88 *b*), on a, dans ce cas limite,

$$i_{10} : i_{20} : i_{30} \ldots = \mathcal{E}_{10} : \frac{1}{2}\mathcal{E}_{20} : \frac{1}{3}\mathcal{E}_{30} \ldots.$$

Exemple. — La figure 168 représente la courbe d'une FEM non sinusoïdale, qui se compose d'une oscillation fondamentale (courbe en trait fin) et d'une oscillation supérieure (courbe pointillée).

La courbe de courant que produirait cette FEM, dans un circuit

Fig. 169.



sans induction, serait identique à la précédente. La figure 169 représente la courbe du courant, qui serait produit par la FEM de la figure 168, dans un circuit dont l'inductance pour l'oscillation fondamentale est égale à la résistance.

La photographie de la figure 148 donne une preuve de la démonstration précédente. La courbe qui est déplacée vers la droite est reconnaissable pour une sinusoïde, tandis que la courbe de la FEM se rapproche d'une courbe à forme sinusoïdale.

Digitized by Google

III. — Relations relatives a l'énergie.

95. Quantité de chaleur développée. — D'après la définition de l'intensité efficace d'un courant (43 *a*), on a, pour l'effet calorifique L_w que le courant i produit dans une résistance w,

$$L_w = i_{eff}^2 w.$$

S'il s'agit d'un circuit entier on a

$$i_{eff} = \frac{\mathcal{E}_{eff}}{z} \qquad (90),$$

$$\frac{w}{z} = \cos(i, \mathcal{E}) = \cos\varphi \qquad (\textit{fig.}\ 149);$$

donc

$$(1) \qquad L_w = i_{eff}\mathcal{E}_{eff}\cos(i, \mathcal{E}) = i_{eff}\mathcal{E}_{eff}\cos\varphi.$$

De même, pour une portion de circuit entre les extrémités de laquelle règne une tension $\mathcal{V}$, on a (90)

$$(2) \qquad L_w = i_{eff}\mathcal{V}_{eff}\cos(i, \mathcal{V}) = i_{eff}\mathcal{V}_{eff}\cos\varphi.$$

96. L'énergie électrique. — L'énergie électrique totale L d'un courant alternatif est $i\mathcal{E}$ (42 *a*), donc d'après 85, égalité (1),

$$L = i\mathcal{E}_a + i\mathcal{E}_i = L_a - L_m \quad (*).$$

La première partie

$$L_a = i\mathcal{E}_a$$

est l'énergie électrique qui provient de la FEM extérieure $\mathcal{E}_a$, c'est-à-dire de la machine; la deuxième partie

$$-L_m = i\mathcal{E}_i$$

représente l'énergie électrique qui est due à la FEM induite. Comme cependant $\mathcal{E}_i$, d'après 85, présente avec i une différence de phase de 90°, la valeur moyenne de $i\mathcal{E}_i$ est nulle (70 *a*); L_m, pris en valeur moyenne temporaire ou *en durée,* ne représente donc aucune consommation d'énergie.

La première quantité $L_a = i\mathcal{E}_a$ peut (70 *c*) être décomposée en deux

(*) Pour le signe négatif de L_m, se reporter à 97.

Digitized by Google

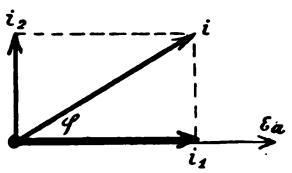
parties, et cela en partageant le courant i en deux composantes, une composante i_1 de même phase que $\mathcal{E}_a$ et d'amplitude

$$i_{10} = i_0 \cos(i, \mathcal{E}_a) = i_0 \cos\varphi \qquad (\textit{fig. } 170),$$

et une composante i_2 présentant avec $\mathcal{E}_a$ une différence de phase de 90° et d'amplitude $i_{20} = i_0 \sin\varphi$.

L'énergie de la deuxième composante est nulle en moyenne, à cause de cette différence de phase de 90°. On la nomme pour cette

Fig. 170.



raison *la composante du courant sans énergie* ou *composante sans watt.*

Au contraire, la première composante du courant est appelée *la composante watt,* son énergie électrique est en moyenne (70 *b*)

$$= \frac{1}{2} i_{10} \mathcal{E}_{a_0} = \frac{1}{2} i_0 \mathcal{E}_{a_0} \cos\varphi = i_{\text{eff}} \mathcal{E}_{a\text{eff}} \cos\varphi,$$

donc

$$\text{(1)} \qquad L = L_a = i_{\text{eff}} \mathcal{E}_{a\text{eff}} \cos\varphi.$$

Dans une portion de circuit, on a de même

$$\text{(2)} \qquad L = L_a = i_{\text{eff}} \mathcal{V}_{\text{eff}} \cos\varphi,$$

ce qui veut dire :

a. L'énergie électrique moyenne du circuit, c'est-à-dire le nombre de watts qui est emprunté en moyenne à la machine, n'est pas égale au produit du voltage efficace lu sur le voltmètre par le courant efficace lu sur l'ampèremètre, mais est égale à ce produit multiplié par le cosinus de l'angle de phase entre le courant et la FEM ou la tension.

On appelle souvent $\cos\varphi$ le *facteur d'énergie.*

b. L'identité de la valeur moyenne de L ou L_a avec L_w (95) montre que, *en durée,* l'énergie électrique provenant de la machine se détermine par la chaleur produite dans le circuit, par conséquent par la résistance ohmique et l'intensité de courant.

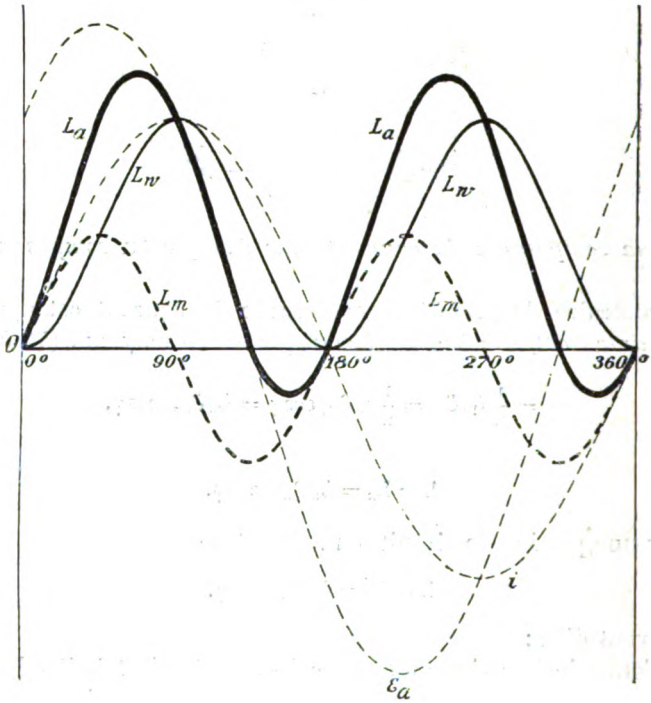
97. L'énergie magnétique. — Le dernier résultat n'était pas évident

Digitized by Google

a priori. Dans le voisinage de chaque circuit parcouru par un courant, il existe un champ magnétique (28). Ce champ possède une certaine énergie W_m (41 *b*); celle-ci doit en dernier ressort provenir de la machine, puisqu'il n'existe aucune autre source d'énergie dans le circuit. Il est tout à fait singulier que cette énergie ne se soit pas révélée dans les conditions de 96.

a. On en découvre la raison, en étudiant les déplacements de

Fig. 171.



l'énergie à chaque moment et non pas seulement sa valeur moyenne. A cet effet, on a tracé dans la figure 171, en outre des courbes $\mathcal{E}_a$ et i (*), les courbes L_a, L_m et L_w (*voir* 69).

La relation entre ces grandeurs s'obtient en écrivant qu'à chaque moment

(1) $$i^2 w = \mathcal{E}_a i + \mathcal{E}_i i \qquad [86, \text{égalité } (1)],$$

(*) Tracées en supposant $w = \pi np$, donc $z = w\sqrt{2}$ et $\varphi = 45°$.

Digitized by Google

donc

$$L = L_a - L_m$$

ou

$$L_a = L_w + L_m.$$

Ces courbes montrent que : pendant que le courant i s'accroît L_m est positif, $L_a > L_w$, la machine produit plus d'énergie qu'il n'en est transformé en chaleur, la différence est à chaque moment donnée par la courbe L_m. Quand le courant i décroît, on a $L_a < L_w$, il y a plus d'énergie changée en chaleur que la machine n'en produit. Pendant un certain temps L_a est négatif, ceci veut non seulement dire qu'il n'est emprunté aucune énergie à la machine, mais encore que le circuit lui en fournit.

b. Ce phénomène est dû à l'énergie du champ magnétique. Une augmentation de l'intensité du champ magnétique est corrélative de l'accroissement du courant. Pendant que le courant augmente, la machine doit produire, en dehors de l'énergie transformée en chaleur, une certaine quantité d'énergie magnétique. Si le courant diminue, le champ magnétique s'évanouit peu à peu. Il restitue complètement son énergie au circuit sous forme d'une FEM induite $\mathcal{E}_i$, produisant une énergie électrique L_m. Celui-ci transforme une partie de cette énergie en chaleur ($L_w > L_a$) et retourne l'autre partie à la machine (L_a est négatif).

L'énergie du champ magnétique est donc un facteur excessivement important de l'échange d'énergie entre la machine et le circuit, mais elle ne représente aucune perte durable d'énergie. Ceci a été exposé dans **96**.

c. D'après la notation donnée, la différence entre l'énergie électrique extérieure L_a du circuit et l'effet calorifique L_w, due à l'augmentation de l'énergie du champ magnétique W_m (si $L_a > L_w$), doit être ([63])

$$L_m = W'_m,$$

$W_m = \frac{1}{2} pi^2$ (**41** *b*) est le produit de deux grandeurs oscillatoires, $\frac{1}{2} pi$ et i, de même fréquence n et de même phase. Donc (**69** *b*)

$$\text{Fréquence de } W_m = 2n,$$

$$\text{Amplitude de } W_m = \frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\, pi_0 i_0 = \frac{1}{4} pi_0^2.$$

Pour W'_m, il résulte de **65** et **66** :

$$\text{Fréquence de } W'_m = \text{celle de } W_m = 2n,$$

$$\text{Amplitude de } W'_m = \pi 2n \times \text{amplitude de } W_m = \frac{\pi np}{2} i_0^2.$$

Digitized by Google

D'un autre côté,

$$L_m = -i\mathcal{E}_i = ipi' \qquad (38\ e)$$

est le produit des deux grandeurs oscillatoires i et pi' de même fréquence, entre lesquelles il y a une différence de phase de 90° (65). D'après **69** a, on a donc :

$$\text{Fréquence de } L_m = 2n,$$

$$\text{Amplitude de } L_m = \frac{1}{2} \times \text{amplitude de } i \times \text{amplitude de } pi'$$

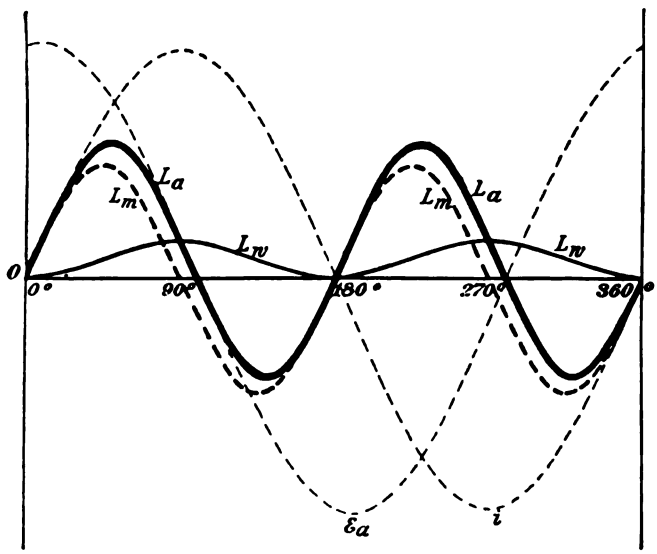
$$= \frac{1}{2} \times i_0 \times \pi n p i_0 \qquad (66)$$

$$= \frac{\pi n p}{2} i_0^2.$$

La fréquence et l'amplitude de W'_m et L_m sont les mêmes. Il en est de même de la phase, comme il est facile de le montrer.

98. **Cas limites.** — a. Dans un circuit à courant alternatif sans induction (**88** a), $\mathcal{E}$ et i sont de même phase : les courbes L_a et L_w

Fig. 172.



doivent coïncider. Toute l'énergie produite par la machine sera employée et transformée en chaleur.

b. Si la résistance ohmique est très petite vis-à-vis de l'inductance

Digitized by Google

on a (88 *b*) sensiblement

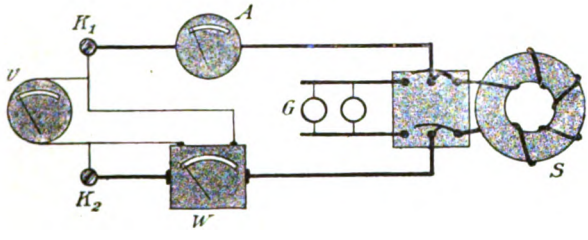
$$L_a = L_m$$

et l'on a la figure 172 au lieu de la figure 171. Presque toute l'énergie que la machine fournit au circuit pendant une demi-période lui sera rendue pendant la seconde moitié de la période. Il y a un échange continu d'énergie entre la machine et le circuit, mais il n'y a qu'une très faible quantité d'énergie de dépensée.

Plus on se rapproche de ce cas, plus la courbe L_a s'abaisse, de façon que sa partie négative devienne plus grande. Plus les relations dans le circuit sont voisines du cas *a*, plus la courbe L_a s'élève, de façon que sa partie négative diminue et que l'énergie dépensée soit plus grande.

99. Exemple. — *a*. Pour vérifier ce qui précède on fait l'expérience suivante (*fig.* 173). Aux deux bornes K_1 et K_2 d'un conducteur à cou-

Fig. 173.



rant alternatif ou triphasé sont reliés : la bobine S utilisée dans 84, un ampèremètre A et un wattmètre W. A la sortie des bornes se trouve un voltmètre V. A l'aide d'un commutateur on peut remplacer la bobine par une rangée de lampes G.

Dans l'expérience les indications des trois instruments sont les suivantes :

	$Amp_{eff.}$	$Volt_{eff.}$	Watt.	$Amp_{eff} \times Volt_{eff.}$
Avec la bobine.....	3	127	110	381
Avec les lampes	3,2	126	400	403

Dans le deuxième cas, où la résistance est réellement sans induction et la différence de phase entre le courant et la tension très faible, le nombre de watts est presque égal au produit du nombre d'ampères efficaces par le nombre de volts efficaces. Mais dans le premier cas, où la résistance est considérablement inductive et la différence de phase entre le courant et la tension très grande, les deux nombres

Digitized by Google

diffèrent beaucoup. La bobine consomme beaucoup moins d'énergie que les lampes.

b. Le rapport du nombre de watts consommés réellement, indiqué par le wattmètre, au nombre produit des ampères efficaces par les volts efficaces peut, à l'aide de **96**, servir à déterminer l'angle phase φ entre le courant et la tension.

On a, d'après **96**, égalité (2),

$$\cos\varphi = \frac{\text{nombre de watts}}{\text{amp}_{\text{eff}} \times \text{volt}_{\text{eff}}}.$$

Dans l'exemple précédent, on a obtenu :

Avec les lampes dans le circuit..... $\varphi = 6^\circ 58'$
Avec la bobine dans le circuit..... $\varphi = 73^\circ 21'$

La première valeur de φ montre qu'il est exact de considérer les lampes comme ayant une induction négligeable (**88** *a*). La deuxième valeur est d'accord avec **91** et **92** pour cette bobine déterminée.

c. De même que la mesure de l'énergie (nombre de watts) d'un courant alternatif peut servir à la détermination de l'angle phase, inversement toutes les méthodes qui mesurent l'angle phase (**89**, **91** et **92**) sont un moyen de déterminer l'énergie pour un courant et une tension efficaces connus. Les méthodes **91** et **92** étaient employées de préférence dans ce but, avant qu'il y eût de bons wattmètres.

IV. — Résistances inductives avec noyau de fer et leur utilisation pratique.

100. Avantage sur les résistances non inductives. — Le cas le plus fréquent, dans lequel les résistances inductives trouvent leur emploi pratique, est celui où une lampe à arc doit être allumée avec un courant alternatif de 120 volts ou d'une tension supérieure.

Comme les lampes à arc ont une résistance relativement faible (pour 10 amp. et un allumage normal la résistance est de 3 ohms), le courant aura une valeur beaucoup trop élevée si l'on emploie des connexions courtes et un conducteur à 120 volts.

On a recours à des résistances; mais on peut employer soit des résistances non inductives appelées *rhéostats de lampes à arc* et décrites dans **88** *a*, soit des résistances inductives appelées *bobines de réaction*.

L'emploi des bobines de réaction présente sur celui des rhéostats

Digitized by Google

un avantage sérieux, qui va être mis en évidence par l'expérience suivante :

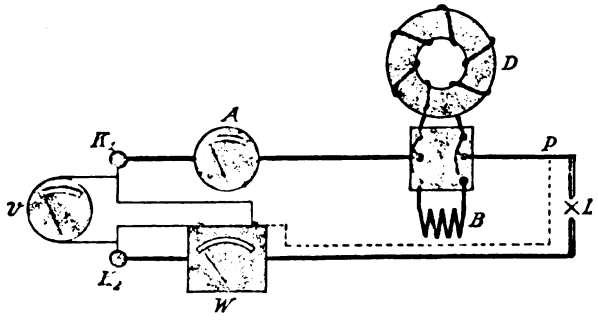
Entre les deux bornes K_1 et K_2 d'un courant alternatif ou triphasé est montée une lampe à arc L, et, comme dans la figure 174, un wattmètre W, un ampèremètre A et un voltmètre V. A l'aide d'un commutateur, on peut intercaler soit les résistances non inductives B, soit une bobine de réaction. Les indications des instruments dans une expérience furent les suivantes :

	$Volt_{eff}$	$Amp._{eff}$	Watts.
Rhéostat	122	10	1220
Bobine de réaction	122	10	580

On consomme, par l'emploi d'une bobine de réaction, moitié moins d'énergie, donc on a une dépense moitié moindre (*).

La cause résulte immédiatement de 96; par l'emploi de rhéostats de lampes à arc, le courant et la tension ont même phase, le nombre

Fig. 174.



de watts consommé est alors égal au produit des ampères efficaces par les volts efficaces. Par l'emploi de bobines de réaction, on obtient entre le courant et la tension une différence de phase considérable.

Le nombre de watts consommé n'est plus égal au produit

$$amp._{eff} \times volt_{eff},$$

mais il est beaucoup plus faible et égal à

$$amp._{eff} \times volt_{eff} \times \cos\varphi.$$

(*) A Strasbourg l'hectowattheure coûte 4,3 pfennigs, pour une durée d'allumage de 5 heures par jour, le coût mensuel est de 78,69 marks avec un rhéostat et de 37,41 marks avec une bobine de réaction (1 mark = 1fr,25).

Digitized by Google

La répartition de la consommation d'énergie, sur la lampe à arc et les résistances introduites, est intéressante dans la suite.

Pour obtenir la consommation d'énergie de la lampe à arc, on relie (**161**) le conducteur de tension du wattmètre, relié jusqu'ici avec K_1, au point P immédiatement à côté de la lampe à arc (conducteur pointillé de la figure 174). On obtient :

	Watts.
Lampe à arc	470
Rhéostat	750
Bobine de réaction	110

101. Consommation réelle d'énergie. — Si cette expérience montre que la bobine de réaction consomme environ sept fois moins d'énergie qu'une résistance aussi grande sans induction, la consommation d'énergie de la bobine de réaction est cependant singulière. Pour une résistance de 0,1 ohm et un courant de 10 amp., la consommation d'énergie aurait dû être par seconde $i^2 w = 10^2 . 0,1 = 10$ watts (**96** *b*).

Fig. 175.

Dans l'expérience de **99**, la bobine de réaction consomme aussi beaucoup trop d'énergie. Dans cette expérience la force du courant était de 3 amp., la consommation d'énergie par seconde aurait dû être $3^2 . 0,1 = 0,9$ watt, et elle était en réalité de 110 watts. Dans ces deux cas (**99** et **100**), on a des différences de plus de 100 watts qui nécessitent une explication.

La différence entre l'énergie calculée par la résistance ohmique et la force du courant et celle consommée réellement sera encore plus singulière, si l'on remplace dans l'expérience **99** la bobine de réaction S par une bobine à axe rectiligne ayant comme noyau un cylindre massif de fer (*fig.* 175). L'expérience donne comme énergie consommé 480 watts, tandis que de la résistance 0,6 ohm et de la force du courant 6,4 amp. on pouvait n'attendre que 24,6 watts.

102. Courant parasite ou de Foucault. — Il s'agit d'établir clairement ce qu'est devenu cet excédent d'énergie de 455 watts. Si on laisse passer quelques minutes seulement le courant dans la bobine, et

Digitized by Google

qu'on retire le noyau de la bobine, il est tellement chaud que, si on le plonge dans de l'eau froide, cette dernière bouillonne.

a. La raison en est la suivante : tant que le noyau de fer se trouvait à l'intérieur de la bobine traversée par le courant alternatif, il était soumis à un champ magnétique cylindrique (**30** *b*). Par suite (**38** *a*) un champ électrique cyclique se créait à l'intérieur du noyau, et par suite un courant cyclique y était induit (*fig.* 176). Le développement de chaleur dû à ce courant qu'on appelle *courant parasite,* ou *courant de Foucault,* était la cause de l'échauffement du noyau. Il était aussi pour la plus grande part cause de la perte d'énergie observée, par ce fait que l'énergie du champ magnétique alternatif ne retourne plus au circuit de courant alternatif, mais est en partie utilisée pour le courant parasite.

On ne peut pas s'étonner que ceci soit en contradiction avec **97** *b*. Les raisonnements de **97** reposent sur **86**. Ceux-ci ont été basés com-

Fig. 176.

Fig. 177.

plètement sur l'hypothèse **83** : qu'il ne se trouvait, dans le voisinage du circuit de courant alternatif, aucun conducteur dans lequel des courants pussent être induits. Or cette hypothèse n'est pas remplie dans le cas présent.

b. On peut réduire les courants dans le noyau au minimum en interrompant les lignes de courant de la figure 176 par des isolateurs. On peut, pour des appareils de laboratoire, former le noyau de fer de fils fins et isolés les uns des autres par de la laque (*). Il arrive constamment en technique que, lorsqu'un noyau de fer est soumis à un champ magnétique, on constitue ce noyau par des lames minces isolées les

(*) On se rend compte immédiatement que les courants de la figure 176 deviennent par cela même impossibles. Mais il n'en résulte nullement que la perte d'énergie par les courants parasites disparaisse ou soit plus faible que dans un noyau massif. Un courant est induit dans chacun des fils. Des développements sont nécessaires pour savoir dans quel rapport la perte d'énergie due à ces courants dans chacun des fils est vis-à-vis de celle qui a lieu pour le noyau massif. Il n'est nullement évident que la première soit dans tous les cas plus petite que la seconde, comme on l'a souvent prétendu. Ce n'est pas exact d'une façon générale (*voir* le développement de la question dans le Chapitre V, § III, en particulier 131).

Digitized by Google

les unes des autres par du papier. On appelle un tel noyau *un noyau lamellaire* ou *feuilleté* (*fig.* 177). Les plans de ces lames doivent être autant que possible parallèles aux lignes d'induction magnétique. On se rend compte que cette division du noyau agit efficacement, en remplaçant dans l'expérience **99** le noyau massif par un noyau de fils de fer de $0^{mm},4$ d'épaisseur. On obtient maintenant un échauffement très faible des fils, et pour 3,5 ampères une consommation d'énergie de 95 watts seulement; ce qui prouve que la grande consommation d'énergie provenait en grande partie des courants parasites.

Mais il subsiste encore une différence non négligeable de

$$95 - 3,5^2.0,6 = 88 \text{ watts.}$$

Il est vraisemblable que cette différence ne provient plus du courant dans les fils de fer; en effet, l'emploi de fils à fleurs les plus fins, au lieu de fils de $0^{mm},4$ d'épaisseur, abaisse à peine cette différence. Cette différence était observée aussi dans **99** et **100** avec la bobine de réaction; avec cette bobine, par une division en lamelles fines du noyau, la consommation d'énergie par courant parasite est presque entièrement évitée.

Il y a donc une autre cause prépondérante de cette différence.

103. Phénomène de l'hystérésis. — *a.* Il était généralement admis jusqu'ici que la perméabilité magnétique, pour un fer déterminé, était

Fig. 178.

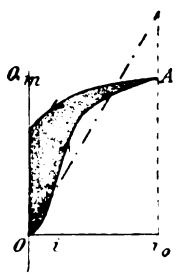
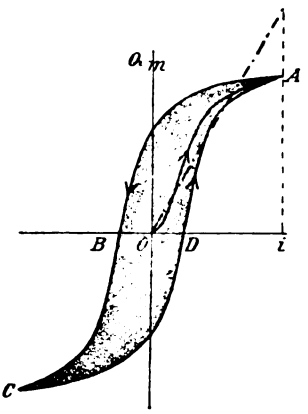


Fig. 179.



une constante. Si on lance, dans une bobine à noyau de fer, un courant que l'on fasse croître peu à peu de la valeur zéro à un maximum i_0, et décroître ensuite jusqu'à zéro, on s'attend, d'après **31** *c* et **27**, éga-

Digitized by Google

lité (1), à ce que le flux d'induction magnétique Q_m à travers la bobine croisse et décroisse proportionnellement à i. Si l'on porte en abscisses les valeurs de i, et en ordonnées celles de Q_m, on devrait obtenir une droite comme celle en traits et points de la figure 178.

En réalité on obtient des courbes (*fig.* 178) dont la branche inférieure OA correspond aux valeurs croissantes de i et la branche supérieure aux valeurs décroissantes de i.

b. Si l'on envoie dans la bobine un courant alternatif, la courbe de Q_m prend la forme de la figure 179; la branche OA correspond à l'accroissement initial du courant. Q_m n'est plus proportionnel au courant i, et ne repasse plus avec i par la valeur zéro; mais, au moment où Q_m s'annule, le courant a déjà atteint des valeurs OB ou OD. Le flux d'induction magnétique a un retard de phase sur le courant i : d'où le nom donné à ce phénomène, *hystérésis*. La courbe de la figure 179 est une courbe d'hystérésis.

104. Déperdition d'énergie par hystérésis. — *a.* Même si l'on ne tient pas compte que pour un courant i sinusoïdal Q_m n'est pas rigoureusement sinusoïdal (**107**), on voit déjà que cette différence de phase entre Q_m et i cause une perte d'énergie.

L'angle de phase entre Q_m et i est compris entre 0° et 90° (*fig.* 179). Pour la FEM induite $\mathcal{E}_i$ on a toujours $\mathcal{E}_i = -\frac{N}{v} Q'_m$ (**38** *d*). Elle est toujours (**65**) en retard sur Q_m de 90° dans la phase; par suite, dans le cas présent, elle l'est vis-à-vis de i d'un angle compris entre 90° et 180°. Pour l'énergie $L_m = -i\mathcal{E}_i$ (**96**), il en résulte que sa valeur moyenne n'est plus nulle, mais est une grandeur positive, savoir

$$= -i_{eff}\mathcal{E}_{ieff}\cos(\mathcal{E}_i, i) \qquad (70\ c),$$

dans laquelle $\cos(\mathcal{E}_i, i)$ est négatif.

Donc, dès que le flux d'induction magnétique est en retard sur le courant d'un angle de phase compris entre 0° et 90°, l'énergie qui est employée à la création du champ magnétique (**97**) produit une perte d'énergie sensible.

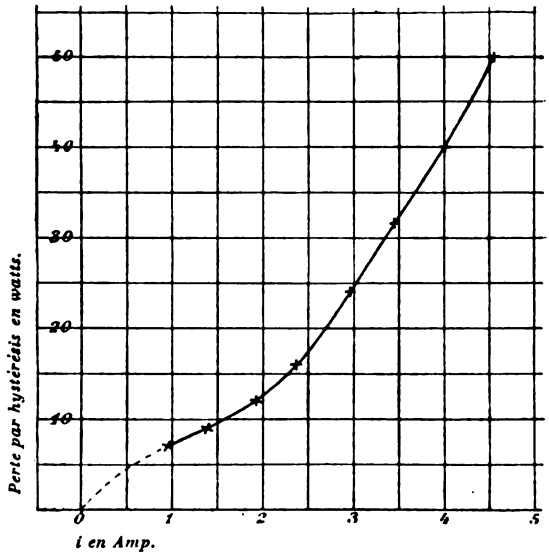
b. La théorie montre ([64]) que la consommation réelle, pendant une période de courant alternatif, est proportionnelle à la surface teintée de la figure 179, quelle que soit la forme des courbes oscillatoires de i et de Q_m. Cette perte d'énergie était surtout celle observée dans les expériences **99**, **100** et **102** *b*.

c. L'étude théorique est rendue plus difficile par ce fait que la

Digitized by Google

perte d'énergie par hystérésis n'est pas proportionnelle à i^2_{eff}. Ceci résulte de la courbe de la figure 180, qui a été trouvée expérimentalement avec la bobine de réaction de la figure 186. Si l'hystérésis était

Fig. 180.



proportionnelle à i^2_{eff}, égale par exemple à hi^2_{eff}, la perte d'énergie par hystérésis et effet Joule (95) serait

$$= (w + h) i^2_{eff}$$

et il serait possible, le plus souvent, de considérer la consommation d'énergie due à l'hystérésis comme provenant d'un accroissement h de la résistance w.

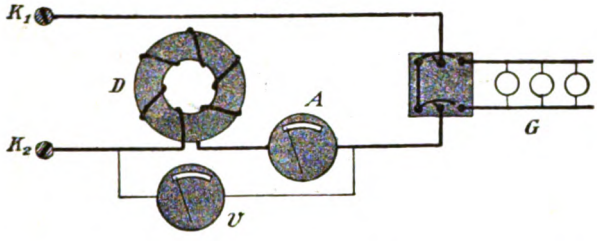
105. Influence de l'hystérésis sur l'inductance. — D'après **103** *a*, le rapport $\frac{Q_m}{i}$ n'est pas constant. D'après **34** *b*, $\frac{Q_m}{i}$ n'est autre que vp, p étant le coefficient de self-induction de la bobine. On peut donc dire d'après **103** *a* et **86** *c* :

L'impédance ([65]) *dans les bobines à noyau, pour une même fréquence, n'est pas une valeur constante, mais dépend de l'amplitude du courant.*

Digitized by Google

Une expérience simple est la suivante (*fig.* 181). La bobine de réaction (*) employée dans les expériences précédentes est reliée à un voltmètre V en dérivation, à un ampèremètre A en série et aux deux

Fig. 181.



bornes K_1 et K_2 d'un courant alternatif. A l'aide d'un commutateur, on peut intercaler dans le circuit des lampes G.

Une expérience a donné :

	Volt_{eff}.	Amp_{eff}.	$z = \frac{\text{volt}_{\text{eff}}}{\text{amp}_{\text{eff}}}$ (90).
Les lampes étant dans le circuit	60	5	12 ohms
Les lampes étant isolées.....	125	12,2	10,3 ohms

L'impédance de la bobine de réaction est donc différente suivant les différentes intensités de courant.

106. Influence de l'hystérésis sur la différence de phase. — Une bobine de réaction, dont le noyau se compose de deux moitiés entre lesquelles on peut intercaler des feuilles de carton (**108**) (*fig.* 186), est disposée à la place de la bobine S dans la figure 173. Des indications des instruments de mesure on peut déduire d'une part l'impédance de la bobine (**90**), de l'autre la différence de phase entre le courant alternatif dans la bobine et la tension aux bornes extérieures (**99**).

a. D'après **27** *d*, **34** *c* et **86** *c*, l'inductance πnp et par suite l'impédance z de la bobine de réaction doivent être maxima si le noyau est fermé, et d'autant plus petites que les deux parties du noyau sont plus éloignées l'une de l'autre. L'expérience le vérifie. On a employé la bobine de la figure 186 et un courant de 3 amp., on a obtenu la courbe z de la figure 182.

b. D'après la relation (**86** *c*),

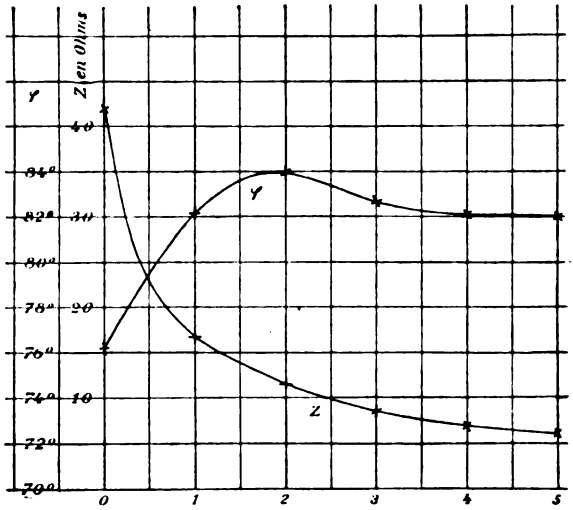
$$\text{tang}\,\varphi = \frac{\pi np}{w}, \tag{1}$$

(*) Mais avec des feuilles de carton entre les deux parties du noyau de fer (108).

Digitized by Google

on peut s'attendre à ce que l'angle de phase φ, entre le courant et la tension, soit maximum avec un noyau fermé, et d'autant plus petit qu'il y a plus de feuilles de carton séparant les deux moitiés du noyau. L'expérience (courbe φ, *fig.* 182) montre exactement le contraire : la différence de phase est minima avec un noyau fermé. Elle est plus grande qu'avec un noyau fermé lorsque les deux moitiés

Fig. 182.



sont séparées l'une de l'autre par cinq feuilles de carton, ce qui correspond à une distance entre les deux moitiés de 1^{cm} environ.

La contradiction de ce résultat expérimental avec l'égalité (1) n'est nullement fondée sur ce que l'égalité [**96**, égalité (2)]

$$\cos\varphi = \frac{L}{i_{eff}\,\mathcal{V}_{eff}}, \tag{2}$$

sur laquelle la détermination de l'angle de phase φ repose dans le cas présent, n'est plus valable. Cette égalité est la conséquence de **42**, égalité (2), **70** *c* et **71**. La première de ces relations s'applique à tout circuit linéaire de courant quasi stationnaire; la seconde, qui est purement mathématique, est applicable à tous les cas où i et $\mathcal{V}$ sont sinusoïdaux.

Or ce n'est pas exactement le cas ici (**107**), mais la divergence avec la forme sinusoïdale n'est pas suffisamment grande pour que la con-

Digitized by Google

tradiction avec le calcul puisse provenir de cette divergence. La raison de cette différence est surtout que l'emploi de l'égalité $\tang\varphi = \frac{\pi np}{w}$, pour le cas présent, est inadmissible. Dans les conclusions de cette relation (**85**, **86**), on avait fait l'hypothèse (*) que le champ magnétique du courant alternatif était à chaque moment proportionnel au courant alternatif, ce qui d'après **103** n'est plus réalisé avec des bobines à noyau de fer.

c. Les relations précédentes ne permettent pas d'expliquer pourquoi, dans l'expérience *a*, l'angle de phase augmente, tandis que l'impédance diminue. L'explication repose sur ce fait, établi d'une façon tout empirique, que dans un noyau fermé la perte par hystérésis L_h est plus grande, par rapport au flux d'induction magnétique et par suite [**34**, égalité (1)] au coefficient de self-induction et à l'inductance de la bobine, que dans un noyau ouvert. Comme dans le cas présent l'énergie L utilisée dans la bobine est sensiblement identique à la perte due à l'hystéréris dans le noyau de fer (**101** et **104**), et que de plus on a approximativement $\mathfrak{V}_{eff} = i_{eff}\,\pi np$ (**88** *b*), l'égalité (2) devient

$$\cos\varphi = \frac{1}{i_{eff}^2}\,\frac{L_h}{\pi np},$$

c'est-à-dire que $\cos\varphi$ sera d'autant plus grand que la perte due à l'hystérésis sera plus grande par rapport à l'inductance; φ sera donc plus petit dans un noyau fermé que dans un noyau ouvert.

d. Les règles pratiques qui en résultent sont les suivantes :

1° On obtient une grande inductance et par suite une grande impédance avec un noyau de fer fermé, et une grande différence de phase avec un noyau de fer ouvert.

2° Dans les bobines à noyau de fer, on ne peut pas calculer l'angle de phase, d'après l'inductance et la résistance, par la relation

$$\tang\varphi = \frac{\pi np}{w}\ (^{**}).$$

(*) Cette hypothèse repose sur ce que, pour $\mathfrak{E}_i$ dans 85, on a employé l'égalité $\mathfrak{E}_i = -pi'$ de 38 *e*.

(**) Avec la bobine à noyau de fer fermé employé dans l'expérience de 106 *a* ($w = 0,1$ ohm) il résulterait de cette relation que

$$\tang\varphi = \frac{42}{0,1} = 420, \qquad \varphi = 89°52',$$

tandis que par les mesures on obtient $\varphi = 76°14'$ correspondant à $\tang\varphi = 4,1$.

Digitized by Google

107. Influence de l'hystérésis sur la courbe des oscillations. — Comme le flux d'induction magnétique Q_m n'est pas proportionnel au courant, la courbe de Q_m ne peut pas être une sinusoïde si la courbe de courant en est une. Elle présenterait beaucoup plus la forme de la courbe de la figure 183 (*), la courbe d'hystérésis étant celle de la

Fig. 183.

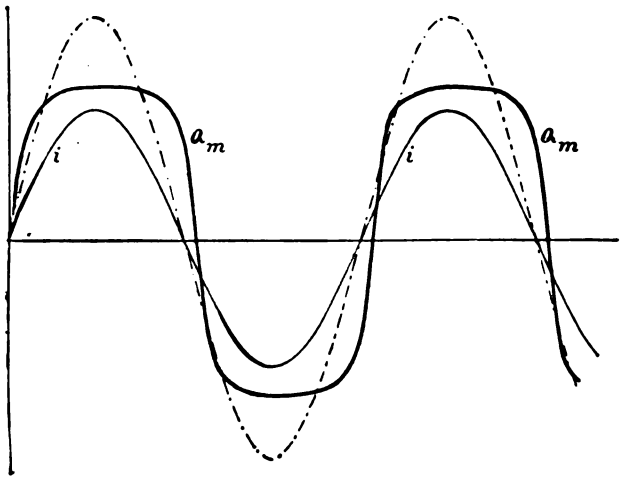


figure 179. Si Q_m n'est pas sinusoïdal, la FEM $\mathcal{E}_i$ induite par Q_m n'est pas sinusoïdale. Mais comme à chaque moment, d'après **86**, égalité (1),

$$iw = \mathcal{E}_a + \mathcal{E}_i,$$

il en résulte qu'on devrait employer une FEM extérieure $\mathcal{E}_a$ non sinusoïdale, afin que la FEM $\mathcal{E}_a + \mathcal{E}_i$ soit sinusoïdale, et d'après l'hypothèse elle produirait un courant sinusoïdal. Inversement, si la FEM extérieure est sinusoïdale, comme c'est presque toujours le cas dans les machines à courant alternatif, on n'obtient pas, à cause de l'hystérésis, une courbe sinusoïdale pour le courant.

Cette déformation de la courbe de courant peut être montrée directement, si l'on relève la courbe de courant par le procédé indiqué dans 59. On obtient des courbes analogues à celles de la figure 184.

(*) La courbe en traits et points correspond à la droite en traits et points de la figure 179.

Digitized by Google

Indirectement, la déformation est mise en évidence par le dispositif donné dans la figure 155. Si l'on emploie comme résistance inductive une bobine à noyau, on n'obtient pas d'ellipse comme avec un courant

Fig. 184.

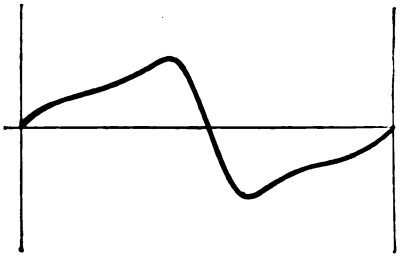


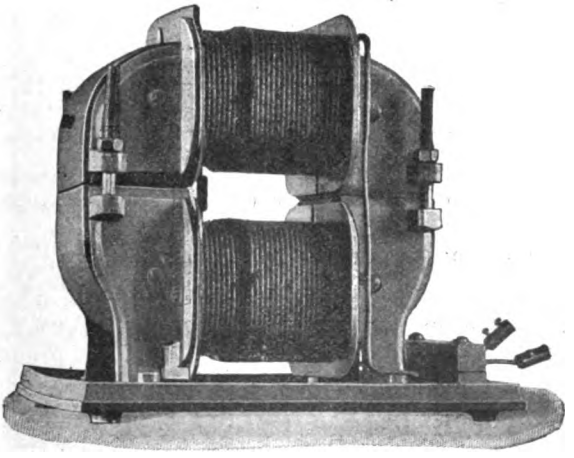
Fig. 185.

sinusoïdal (**60**), mais des courbes comme celle de la figure 185 qui indique une déformation du courant ([66]).

108. Réalisation technique d'une bobine de réaction. — *a*. Les efforts de la technique ont pour but de construire des bobines de réaction absorbant le moins possible d'énergie.

1° Pour rendre très faible la chaleur de Joule (**43** et **25** *b*), on donne

Fig. 186.



aux bobines un très petit nombre de spires, et l'on emploie du fil de cuivre très gros.

2° La consommation d'énergie par les courants de Foucault sera

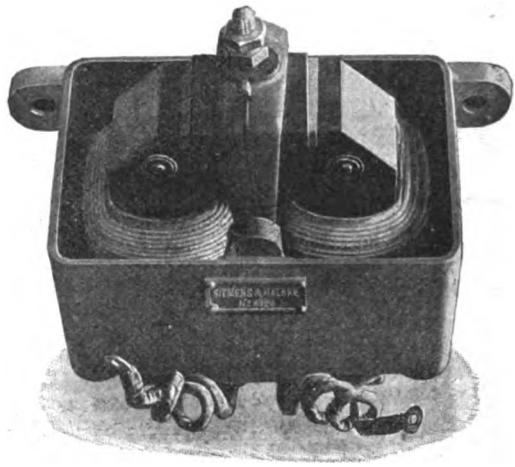
Digitized by Google

rendue faible par l'emploi de plaques de fer isolées les unes des autres (**102**).

3° Pour que la perte due à l'hystérésis inévitable soit très faible, les noyaux des bobines sont construits avec un fer suffisamment doux pour que les bobines, en usage courant (**100**), aient une impédance suffisante, et cela même si les noyaux ne forment pas un anneau fermé et que leurs deux moitiés soient séparées l'une de l'autre par des feuilles de carton.

b. Les figures 186 et 187 représentent des bobines de réaction de

Fig. 187.



cette sorte. La bobine de la figure 186 est construite par la S.G.E., celle de la figure 187 par Siemens et Halske.

La première est employée pour toutes les expériences de laboratoire.

c. L'impédance d'une telle bobine peut être réglée en faisant varier le nombre et l'épaisseur des feuilles de carton entre les deux moitiés du noyau. Plus l'espace qui sépare les deux moitiés est grand, plus la résistance magnétique du circuit magnétique est grande (**27** *d*) et conséquemment plus l'impédance de la bobine est petite (**106** *a*).

Digitized by Google

CHAPITRE V[67].

CIRCUIT MAGNÉTIQUE DE FAIBLE FRÉQUENCE (*).

I. — Relations relatives au flux magnétique.

109. Contradiction apparente des circuits magnétiques avec la loi de Ohm. — Un anneau formé de fils de fer fins est entouré par une bobine S_1 (*fig.* 188). Si on lance un courant dans la bobine, le flux d'induction Q_m de l'anneau sera (27)

$$(1) \qquad Q_m = \frac{\mathfrak{M}}{w_m},$$

dans laquelle $\mathfrak{M} = \frac{N_1 i_1}{c}$ (32 *c*) est la FMM, N_1 et i_1 le nombre de spires et le courant dans S_1, w_m la résistance magnétique de l'anneau.

Ceci devrait être encore vrai si i_1 est un courant alternatif et si, par conséquent, $\mathfrak{M}$ est une FMM oscillatoire.

L'amplitude de Q_m devrait rester la même si l'amplitude de i_1 et par suite celle de $\mathfrak{M}$ restent constantes. L'expérience suivante paraît être en contradiction avec ceci.

Soit une bobine S_1, sur le circuit alternatif dont elle fait partie sont montées quelques lampes et un ampèremètre A ; on monte sur l'anneau deux autres bobines : l'une S_2 qui se compose d'un très petit nombre de spires d'un gros fil de cuivre et qui peut être fermée ou ouverte par un commutateur, l'autre S_3 qui peut par un commutateur être reliée soit à un voltmètre thermique V, soit à une petite lampe G (**), et qui sert seulement à donner une mesure de l'amplitude du flux d'induction dans l'anneau (67).

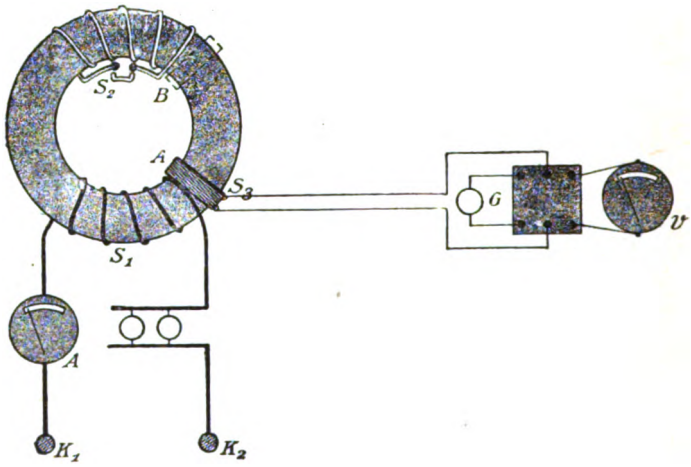
Le courant est lancé dans S_1, S_2 étant ouverte : la lampe G s'allume ; dans l'expérience faite le voltmètre indiquait 114 volts. Mais si S_2

(*) Dans tout le Chapitre il n'a pas été tenu compte de l'hystérésis.
(**) 5 bougies, 120 volts.

Digitized by Google

est fermée, la lampe s'éteint presque complètement; le voltmètre tombe à 71 volts. Ceci montre que l'amplitude du flux d'induction Q_m dans l'anneau était considérablement plus faible (*), quoique le courant dans S_1, comme le montrait l'ampèremètre A, fût tenu réelle-

Fig. 188.



ment constant et que la résistance magnétique ne pût pas avoir changé sensiblement.

En réalité, cette expérience, tout comme celle de 84, n'est pas en contradiction avec l'égalité (1). L'égalité est aussi applicable dans ce cas si elle est employée correctement.

110. La FMM induite. — *a*. Tant que la bobine S_2 était ouverte, la FMM qui s'exerçait dans le circuit magnétique était celle qui provenait du courant dans S_1 (**). On avait donc

$$Q_m w_m = \mathfrak{M}, \tag{1}$$

$$\mathfrak{M} = \frac{N_1 i_1}{v}. \tag{2}$$

Le flux d'induction magnétique Q_m [en analogie avec le cas d'un circuit électrique à courant alternatif et sans induction (**88** *a*)] est

(*) Par le dispositif de 60, on montre que Q_m est retardé dans la phase par l'introduction de S_2.

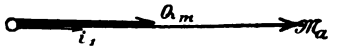
(**) Le faible courant qui parcourt S_3 n'intervient nullement.

Digitized by Google

de même phase que la FMM, c'est-à-dire que i_1. (*Voir* le diagramme des vecteurs, *fig.* 189.)

b. Quand la bobine S_2 est fermée, une FEM $\mathcal{E}_2$ et par suite un courant i_2 y sont induits par le flux d'induction Q_m. Ce courant donne naissance dans le circuit magnétique à une FMM. Elle doit être consi-

Fig. 189.



dérée comme une FMM induite $\mathfrak{M}_i$, par opposition à celle qui est née du courant i_1 qui est une FMM extérieure $\mathfrak{M}_a$.

Maintenant donc, la FMM $\mathfrak{M}$ de l'égalité (1) n'est plus identique à la $\mathfrak{M}_a$ produite par le courant i, mais elle est donnée par

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_a + \mathfrak{M}_i,$$

donc

(3) $$Q_m w_m = \mathfrak{M} = \mathfrak{M}_a + \mathfrak{M}_i.$$

c. La valeur de $\mathfrak{M}_i$ ne s'obtient pas directement; on a

(4) $$\mathcal{E}_2 = -\frac{N_2}{v} Q'_m \qquad (38\ d)\ (^*),$$

d'ou

$$\mathcal{E}_{20} = \frac{\pi n N_2}{v} Q_m, \qquad (66),$$

$$\sphericalangle(\mathcal{E}_2, Q_m) = 90^\circ \qquad (65).$$

Par ailleurs on a

(5) $$\mathfrak{M}_i = \frac{N_2 i_2}{v}.$$

L'amplitude et la phase de $\mathfrak{M}_i$ se déduisent directement de l'amplitude et de la phase de i_2 qui, d'après **86** *c*, est à déterminer d'abord par l'amplitude et la phase de $\mathcal{E}_2$ (**).

111. Flux d'induction magnétique et FMM extérieure. — *Cas simple.*

(*) N_2 = nombre de spires de la bobine S_2.

(**) En outre de cette FMM induite, qui provient du courant dans la bobine S_2, il faut admettre en toute rigueur l'existence d'une autre FMM. Le circuit magnétique oscillatoire induit, d'après 37, un champ électrique oscillatoire. Celui-ci, d'après 35, doit donner naissance à un champ magnétique oscillatoire et par suite à une FMM le long du circuit magnétique. Avec les faibles fréquences de la technique, cette FMM a une grandeur négligeable (*voir* 83), mais avec des oscillations rapides elle a une influence.

Digitized by Google

— Les relations les plus simples correspondent au cas où la bobine S_2 est mise en court-circuit, ou qu'un conducteur sans induction relie ses extrémités. Dans cette hypothèse, il est admis que toutes les lignes d'induction du courant S_2 courent sensiblement à l'intérieur de l'anneau de fer.

a. Dans le circuit de S_2, il existe une certaine FEM $\mathcal{E}_2$ et l'on a

$$(1) \qquad i_2 = \frac{\mathcal{E}_2}{w_2}.$$

De l'égalité précédente et des égalités (5) et (4) de **110**, il résulte

$$\mathfrak{M}_i = -\frac{1}{\rho^2}\frac{N_2^2}{w_2}Q'_m,$$

ou si

$$(2) \qquad \frac{1}{\rho^2}\frac{N_2^2}{w_2} = p_m,$$

$$\mathfrak{M}_i = -p_m Q'_m.$$

ce qui donne pour l'amplitude (**66**)

$$\mathfrak{M}_{i_0} = \pi n p_m Q_{m_0}$$

et pour la phase (**65**)

$$\measuredangle(\mathfrak{M}_i, Q_m) = 90^\circ.$$

La FMM induite est en retard sur le flux d'induction Q_m d'un angle phase de 90° (*voir* figure 190).

b. Pour le flux d'induction Q_m dans le circuit magnétique, il en résulte

$$\begin{aligned} Q_m w_m &= \mathfrak{M}_a + \mathfrak{M}_i \qquad [\textbf{110}, \text{ égalité } (3)] \\ &= \mathfrak{M}_a - p_m Q'_m; \end{aligned}$$

exactement comme dans le cas du courant électrique alternatif où l'on avait

$$\begin{aligned} iw &= \mathcal{E}_a + \mathcal{E}_i \qquad [\textbf{86}, \text{ égalité } (1)] \\ &= \mathcal{E}_a - pi' \qquad [\textbf{87}, \text{ égalité } (2)]. \end{aligned}$$

Le vecteur-diagramme pour le circuit magnétique doit par suite avoir la forme de la figure 191, correspondant à celle de la figure 145 et de la figure 146 pour les circuits de courant alternatif. De ces diagrammes de vecteurs on déduit, comme dans **86** *c*, les relations

$$(3) \qquad \left\{ \begin{aligned} Q_{m_0} &= \frac{\mathfrak{M}_{a_0}}{z_m}, \\ z_m &= \sqrt{w_m^2 + (\pi n p_m)^2}, \\ \operatorname{tang}\varphi_m &= \operatorname{tang}(Q_m, \mathfrak{M}_a) = \frac{\pi n p_m}{w_m}. \end{aligned} \right.$$

Digitized by Google

Ces égalités expriment que par la réaction du courant dans la bobine S_2 (**86** *b*) :

1° Le flux d'induction présente une différence de phase avec la FMM extérieure ;

2° L'amplitude du flux d'induction diminue. Si l'on désigne par (Q_m)

Fig. 190.

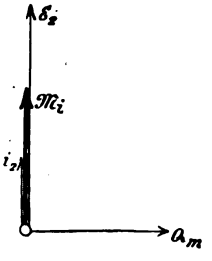
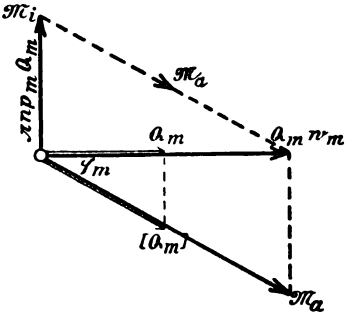


Fig. 191.



le flux d'induction correspondant à la bobine S_2 ouverte, et par Q_m celui correspondant à la bobine fermée, on a

$$Q_{m_0} = (Q_{m_0}) \cos \varphi_m.$$

L'expérience de **109** le vérifie parfaitement.

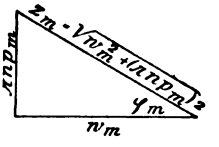
c. On simplifie les applications qui suivent en introduisant, comme dans **86** *c*, les dénominations suivantes :

p_m = Coefficient de self-induction magnétique,
$\pi n p_m$ = résistance inductive magnétique ou inductance magnétique,
w_m = résistance magnétique ou résistance magnétique ohmique ou réluctance,
z_m = résistance magnétique apparente ou impédance magnétique.

Les relations entre ces grandeurs sont exposées dans la figure 192, dérivant de la figure 149.

d. Pour une partie d'un circuit magnétique, entre les extrémités

Fig. 192.



de laquelle règne une tension magnétique $\mathcal{V}_m$, il résulte, de la même manière que dans **87**,

$$Q_{m_0} = \frac{\mathcal{V}_{m_0}}{z_m},$$

Digitized by Google

Q_m étant le flux magnétique dans cette portion de circuit, et z_m l'impédance magnétique.

Il en résulte (*voir* **87** *b*), pour une bifurcation du circuit magnétique oscillatoire, la loi suivante :

Les amplitudes du flux d'induction dans les deux branches sont inversement proportionnelles à l'impédance magnétique des branches.

112. Flux d'induction magnétique et FMN extérieure. *Cas général.* — *a.* Soit un conducteur réuni à la bobine S_2, soit w_2 la résistance de la bobine et du conducteur. Le conducteur extérieur ne doit pas être sans induction, mais doit créer un champ magnétique énergique dont les lignes d'induction ne courent pas dans l'anneau de fer. Ceci signifie qu'il doit avoir un coefficient p_2 de self-induction considérable.

On a, par conséquent,

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{N_2}{v} Q'_m,$$

ce qui montre que $\mathcal{E}_2$ retarde sur Q_m d'un angle phase de 90°, et

$$\mathfrak{M}_i = \frac{N_2 i_2}{v},$$

c'est-à-dire que $\mathfrak{M}_i$ a même phase que i_2.

Mais on n'a plus

$$i_2 = \frac{\mathcal{E}_2}{w_2};$$

i_2 n'a plus (86) même phase que $\mathcal{E}_2$, mais est en retard dans la phase; en outre, son amplitude est plus petite que celle qui correspond à la résistance w_2.

Si l'amplitude de i_2 dans une résistance sans induction est (i_{20}), on a maintenant

$$i_{20} = (i_{20}) \cos \varphi_2,$$

$$\operatorname{tang} \varphi_2 = \operatorname{tang}(i_2, \mathcal{E}_2) = \frac{\pi n p_2}{w_2} \qquad (\textit{voir} \text{ fig. } 193),$$

$\mathfrak{M}_i$ ne diffère plus de Q_m de 90°, mais de $90° + \varphi_2$, comme les vecteurs-diagrammes des figures 194 ou 195 le montrent pour Q_m, $\mathfrak{M}_a$ et $\mathfrak{M}_i$ (lignes en gros traits).

b. Comme le triangle OAB n'est plus rectangle (*fig.* 195), l'angle de phase $\measuredangle(Q_m, \mathfrak{M}_a)$ et le rapport des amplitudes de Q_m et $\mathfrak{M}_a$ ne sont plus liés par des relations simples comme dans **111**.

Digitized by Google

On peut obtenir les relations de la manière suivante :

Dans la figure 195, les diagrammes-vecteurs des figures 191 et 194

Fig. 193.

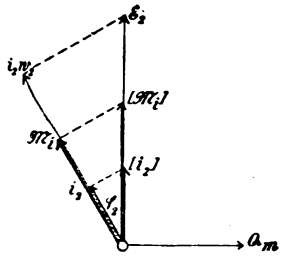
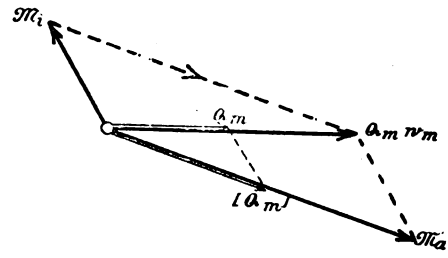


Fig. 194.



sont réunis (les lettres de la figure 191 sont entre crochets) :

$$OB = O[B]\cos\varphi_2 = \pi n p_m Q_{m_0}\cos\varphi_2 \qquad (\text{voir } \textit{fig.}\ 191).$$

En abaissant de B la normale BC sur le prolongement de OA, on a

$$BC = OB\cos\varphi_2 = \pi n p_m \cos^2\varphi_2 Q_{m_0},$$
$$OC = OB\sin\varphi_2 = \pi n p_m \sin\varphi_2\cos\varphi_2 Q_{m_0};$$

donc

$$AC = AO + OC = (w_m + \pi n p_m \sin\varphi_2\cos\varphi_2)Q_{m_0}.$$

En posant

(1) $$\mathfrak{w}_m = w_m + \pi n p_m \sin\varphi_2\cos\varphi_2,$$

(2) $$\pi n \mathfrak{p}_m = \pi n p_m \cos^2\varphi_2,$$

on a

$$AC = \mathfrak{w}_m Q_{m_0},$$
$$BC = \pi n \mathfrak{p}_m Q_{m_0}.$$

Les relations entre Q_m et $\mathfrak{M}_a$ se déduisent non du triangle obliquangle OAB, mais du triangle rectangle BAC (*fig.* 196), et l'on a, comme dans **111**,

(3) $$\left\{\begin{aligned} Q_{m_0} &= \frac{\mathfrak{M}_{a_0}}{\mathfrak{z}_m}, \\ \mathfrak{z}_m &= \sqrt{\mathfrak{w}_m^2 + (\pi n \mathfrak{p}_m)^2}, \\ \operatorname{tang}(Q_m, \mathfrak{M}_a) &= \operatorname{tang}\varphi_m = \frac{\pi n \mathfrak{p}_m}{\mathfrak{w}_m}. \end{aligned}\right.$$

Digitized by Google

c. Les grandeurs w_m et $\pi n p_m$ jouent respectivement le rôle de résistance magnétique et d'inductance magnétique. Si l'on compare leur valeur [égalités (1) et (2) ou *fig.* 197] avec la résistance magnétique

Fig. 195.

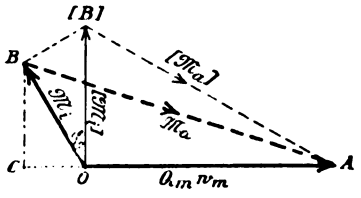
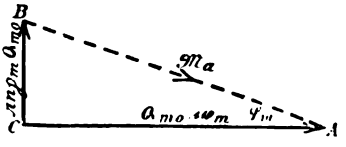


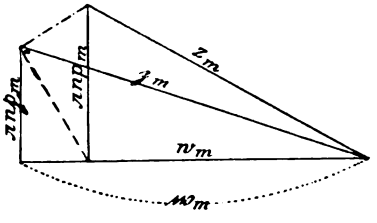
Fig. 196.



réelle w_m et l'inductance magnétique $\pi n p_m$ de **111**, on peut énoncer :

A l'opposé du cas **111**, la résistance magnétique du circuit magnétique a éprouvé un accroissement sensible; l'inductance magnétique

Fig. 197



et, par suite, le coefficient de self-induction magnétique de ce circuit ont éprouvé une diminution.

113. Résultat général. — *a*. La bobine S_2 a, en toutes circonstances, l'action suivante sur le circuit magnétique :

1° Le flux d'induction Q_m est en retard sur la FMM extérieure d'un angle φ_m dans la phase;

2° L'amplitude du flux d'induction est diminuée. Si elle est égale à (Q_{m_0}) lorsque S_2 n'existe pas ou n'est pas fermée, et à Q_{m_0} lorsqu'un conducteur est fermé sur S_2, on a

$$Q_{m_0} = \eta(Q_{m_0}),$$

égalité dans laquelle

$$\eta = \frac{w_m}{z_m}.$$

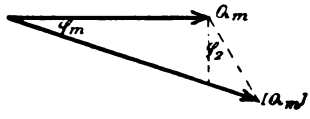
La relation entre Q_m et (Q_m) résulte du vecteur-diagramme de la

Digitized by Google

figure 198. Dans celui-ci, l'angle obtus correspondant à Q_m est, dans le cas général, égal à $90° + \varphi_2$; dans les conditions de **111**, il est égal à 90° et par suite $\eta = \cos\varphi_m$.

b. On peut expliquer ainsi cette action : Que ce soit le cas de **111** ou de **112** qui se présente, la réaction de la bobine S_2 a pour effet

Fig. 198.



d'ajouter une inductance magnétique à la résistance magnétique du circuit. En outre, la résistance magnétique reste la même si les lignes d'induction magnétique du circuit de S_2 appartiennent toutes au circuit magnétique primitif. Si ce n'est pas le cas, il en résulte un accroissement de la résistance magnétique [**112**, égalité (1)].

114. Relations de l'énergie. — *a.* Dans un circuit électrique alternatif, l'énergie dépensée par unité de temps est égale à wi^2_{eff} (**43**).

Pendant une demi-période, l'énergie empruntée et rendue au circuit, *l'échange d'énergie,* est égale à $\frac{1}{2} pi_0^2$ (**41** *b* et **97**), donc dans une seconde

$$= \frac{1}{2} npi_0^2 = \frac{1}{2\pi} \pi npi_0^2 = \frac{1}{\pi} \pi npi^2_{\text{eff}}.$$

On détermine ainsi l'énergie absorbée par la résistance et l'énergie échangée sans perte par l'inductance.

b. Dans un circuit magnétique oscillatoire, les rapports sont exactement inverses. L'échange d'énergie dépend de la résistance magnétique; l'inductance magnétique est une mesure de la consommation d'énergie, c'est à-dire de l'énergie fournie à l'extérieur.

c. Les relations générales de **112** permettent de le démontrer. Le circuit magnétique de l'anneau de fer renferme, au moment où le flux d'induction Q_m règne en lui, l'énergie $\frac{1}{2} w_m Q_m^2$ (**41** *a*). L'énergie qui lui est empruntée pendant une demi-période et restituée ensuite est donc égale à $\frac{1}{2} w_m Q^2_{m_0}$. Donc l'échange d'énergie par seconde

$$= n \frac{1}{2} w_m Q^2_{m_0} = w_m n Q^2_{m\text{eff}} \ (^{68}).$$

Digitized by Google

D'un autre côté, dans le cas présent, l'énergie utilisée est identique à celle rendue au circuit de S_2 et consommée par celui-ci, donc (**95** et **96**)

$$= i_{2\text{eff}} \mathcal{E}_{2\text{eff}} \cos\varphi_2,$$

$$= \frac{\mathcal{E}_{2\text{eff}}^2}{z_2} \cos\varphi_2 = \frac{\mathcal{E}_{2\text{eff}}^2}{w_2} \cos^2\varphi_2 \qquad (86\ c).$$

D'après **110** *c*,

$$\mathcal{E}_{20} = \frac{N_2 \pi n}{v} Q_{m_0};$$

d'après cela, l'énergie consommée

$$= \pi n \left(\frac{1}{v^2} \frac{N_2^2}{w_2} \cos^2\varphi_2 \right) \pi n Q_{m\text{eff}}^2.$$

L'expression entre parenthèses n'est autre [**112**, égalité (2), et **111**, égalité (2)] que $\mathfrak{p}_m$.

L'énergie consommée en une seconde est donc

$$\pi n \mathfrak{p}_m \pi n Q_{m\text{eff}}^2.$$

Cette expression est particulièrement précieuse, parce qu'elle n'est pas seulement applicable dans le cas de **112** pour lequel elle fut établie, mais dans tous les cas où il existe une relation de la forme de l'égalité (3) de **112** (*) entre le flux d'induction magnétique Q_m et la FMM extérieure $\mathfrak{M}_a$. Il est indifférent que l'inductance magnétique et la variation de la résistance magnétique soient occasionnées par le courant induit par le circuit magnétique (comme dans **111** et **112**) dans une bobine ou un autre conducteur, ou bien par les courants parasites (**102**) dans le circuit magnétique lui-même.

II. — Généralisation.

115. Bobine en court-circuit dans un champ magnétique alternatif. — *a*. L'hypothèse que le circuit magnétique est formé par un anneau de fer fermé avait été faite dans **110** à cause de sa simplicité. La résistance magnétique w_m change si l'anneau de fer contient une coupure étroite (**27** *d*) et si celle-ci est enfermée par la bobine S_2 (*fig.* 199).

L'intérieur de la bobine présente, en dehors de sa résistance magné-

(*) La démonstration se fait en s'appuyant sur 104 *a* ([69]).

Digitized by Google

tique, une inductance magnétique dont la valeur est donnée dans **111**. Un accroissement de la résistance magnétique se produit en outre, si toutes les lignes d'induction magnétique de la bobine n'appartiennent pas au circuit magnétique de l'anneau de fer (*fig.* 200).

b. L'anneau de fer, dans ce cas, ne joue pas d'autre rôle que de forcer toutes les lignes d'induction à traverser la bobine dans la direction de son axe. Si l'on a soin de placer la bobine dans un champ alternatif, choisi sensiblement égal au précédent, l'axe orienté parallèlement aux lignes d'induction, on obtiendra qualitativement les

Fig. 199.

Fig. 200.

mêmes résultats. Si l'on place enfin la bobine dans un champ alternatif tel que l'axe de la bobine ne soit pas parallèle à ses lignes d'induction, ce qui a été dit est encore sensiblement applicable à la composante du flux d'induction dirigée suivant l'axe de la bobine.

Le résultat est donc : Une bobine en court-circuit agit, dans un champ alternatif déterminé, comme si l'intérieur de la bobine avait produit une augmentation de la résistance magnétique pour la composante du flux d'induction dans la direction de l'axe de la bobine. Cet accroissement consiste, pour les bobines à spires peu nombreuses, en ce qu'à la résistance magnétique ohmique s'ajoute une inductance magnétique.

c. La valeur de cette inductance magnétique, dans le cas particulier où la bobine est à noyau, a été donnée. C'était [**111**, égalité (2)]

$$\pi n p_m = \pi n \frac{1}{v^2} \frac{N^2}{w}, \tag{1}$$

où N est le nombre de spires et w la résistance électrique de la bobine. Le coefficient de self-induction électrique d'une bobine est, dans ce cas particulier (**34** *c*),

$$p = \frac{1}{v^2} \frac{N^2}{w_m},$$

où w_m représente la résistance magnétique du noyau.

Digitized by Google

En portant cette expression dans l'égalité (1), on a

$$\pi n p_m = \pi n p \frac{w_m}{w}, \tag{2}$$

et pour l'impédance magnétique

$$z_m = w_m \sqrt{1 + \left(\frac{\pi n p}{w}\right)^2}. \tag{3}$$

Les égalités (2) et (3), qui sont strictement valables dans le cas particulier pour lequel elles sont établies, sont sensiblement applicables aux bobines placées dans un champ magnétique alternatif quelconque ([70]). Dans ce cas, l'amplitude du flux d'induction magnétique dans la direction de l'axe de la bobine se détermine, comme si la résistance magnétique à l'intérieur de la bobine avait varié dans le rapport de $\sqrt{1 + \left(\frac{\pi n p}{w}\right)^2}$ à 1. En outre le flux d'induction magnétique, par suite de l'inductance magnétique de la bobine, présente une différence de phase.

116. Tubes métalliques dans un champ magnétique alternatif. — Rien d'essentiel n'est changé dans les dispositifs de **111** et **112**, et dans celui des figures 199 et 200, si au lieu de la bobine on dispose un tube métallique entourant le noyau de fer ou la coupure. Un tube peut être considéré comme une bobine à spire unique, ou à nombre infini de spires couplées en quantité.

Les lignes de courant induites dans la paroi du tube doivent être des cercles, dont l'axe est celui du tube (**38** *a*). Pour un tel courant, il résulte de **25** que la résistance électrique du tube est

$$w = \frac{\text{longueur d'une ligne de courant}}{\text{conductibilité} \times \text{section}} = \frac{2\pi r}{\sigma l d} \quad ([71]),$$

r étant le rayon, d l'épaisseur de la paroi, l la longueur du tube, σ la conductibilité du tube.

L'expression précédente est d'autant plus exacte que les parois du tube sont plus minces.

L'inductance magnétique de l'intérieur du tube se déduit de **111**, égalité (2); elle est

$$\pi n p_m = \frac{\pi n l}{\rho^2} \frac{d\sigma}{2\pi r},$$

c'est-à-dire que les tubes métalliques présentent, dans un champ magnétique alternatif, une inductance magnétique dans la direction

Digitized by Google

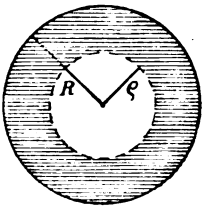
de leur axe. Cette inductance est proportionnelle à leur épaisseur (pour une paroi suffisamment mince) et à leur conductibilité.

117. Disque métallique dans un champ magnétique alternatif. — Dans le dispositif de la figure 199, la coupure est remplie par un disque métallique massif. Dans ce disque un courant cyclique sera induit (**38** *a*).

La réaction de ce courant, sur le champ magnétique alternatif dans le disque ou le noyau de fer, doit se manifester exactement de la même manière que le courant cyclique de la bobine (**111** et **112**) ou du tube (**116**). Dans tous les cas, le disque doit ajouter à la résistance magnétique une inductance magnétique.

Seulement, d'après le résultat de **112**, on peut s'attendre à ce que dans ce cas il s'ensuive une augmentation de la résistance magnétique

Fig. 201.



ohmique. Pour le comprendre, on détache, par la pensée, du disque de métal de rayon R un cylindre de rayon ρ. Le champ magnétique alternatif de ce cylindre induit un courant électrique dans le tube en hachures (*fig.* 201). Les lignes d'induction magnétique de ce courant (**30**) ne courent pas toutes dans le cylindre de rayon ρ, mais une grande partie en sort et court dans le tube hachuré. Le flux d'induction dans le cylindre de rayon ρ résulte qualitativement des relations de **112** : il doit, en outre de l'inductance magnétique, produire un accroissement de la résistance magnétique. Ceci est applicable à tout le disque métallique.

118. Conducteur quelconque dans un champ magnétique alternatif. — *a*. Ce qui a été démontré dans **117**, pour les disques métalliques circulaires, doit être qualitativement applicable aux plateaux métalliques limités d'une façon quelconque. Ils doivent donc, pour les lignes d'induction d'un champ magnétique alternatif qui arrivent normalement à leur surface, ou pour la composante du flux d'induc-

Digitized by Google

tion normale à leur surface, présenter une certaine impédance magnétique, d'autant plus grande que leur conductibilité est elle-même plus grande.

Des plateaux de cuivre sont un moyen commode de modifier le trajet des lignes d'induction d'un champ magnétique alternatif; on peut ainsi soit les concentrer à l'intérieur d'un corps, un cylindre de fer par exemple, soit les en détourner.

b. On obtiendra des relations qualitativement analogues, en plaçant un conducteur d'une forme quelconque dans un champ magnétique alternatif, de telle manière qu'un courant y soit induit. La réaction de ce courant produira, en général, un affaiblissement et une différence de phase du flux d'induction au point considéré; c'est-à-dire que les conducteurs produisent une élévation de la résistance magnétique pour les lignes d'induction du champ magnétique les traversant, tout comme une résistance en partie inductive. Bien que la valeur de cette résistance ne puisse être donnée pour un conducteur d'une forme quelconque, il est cependant vraisemblable qu'elle doit être d'autant plus grande que le courant induit dans le conducteur est plus grand. Toutes choses égales d'ailleurs, ces courants induits sont d'autant plus forts que la conductibilité du conducteur est plus grande, et que la fréquence du champ alternatif et par suite la FEM induite sont plus grandes.

119. Vérification expérimentale. — *a*. Un anneau de fils de fer fins (*), qui porte un enroulement parcouru par un courant alternatif, est sectionné en un point. Dans la coupure (*fig.* 202) on place symétriquement deux bobines semblables S_1 et S_2. Devant S_1 on peut disposer une plaque de cuivre (**), ou une bobine en court-circuit (***). Avec ce dispositif on vérifie les propriétés énoncées plus haut.

1° Si la plaque de cuivre ou la bobine en court-circuit produisent une augmentation de la résistance magnétique dans l'espace qu'elles remplissent ou entourent, l'amplitude du flux d'induction à travers S_1 doit être diminuée si l'on place la plaque de cuivre, ou la bobine en court-circuit, devant S_1 (*fig.* 202).

L'expérience le démontre : un voltmètre thermique étant en circuit sur S_1, avant que le plateau ou la bobine soient interposés devant S_1, indiquait la graduation 36; la bobine interposée devant S_1, il indi-

(*) Diamètre de l'anneau 30^{cm}, épaisseur $5^{cm},5$, largeur de la fente 11^{cm}.

(**) Épaisseur $3^{cm},5$.

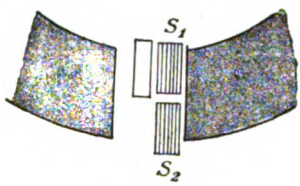
(***) Cinq cercles parallèles en fil de cuivre de 5^{mm} de diamètre. Rayon des cercles $4^{cm},5$.

Digitized by Google

quait 29; et lorsque le plateau était devant S_1, il n'indiquait plus que 17.

2° Attendu que le flux d'induction à travers S_2 se comporte à l'inverse de celui à travers S_1, tout comme l'impédance magnétique que rencontrent les lignes d'induction sur le parcours à travers S_2 se comporte vis-à-vis de l'impédance magnétique que rencontrent les lignes d'induction sur le parcours à travers S_1 (**111** *d*), une plaque de métal placée devant S_1, ou une bobine en court-circuit, produira une augmentation du flux d'induction à travers S_2, si le flux d'induction dans l'anneau de fer est maintenu constant. En réalité le voltmètre fermé sur S_2, avant qu'on ait placé le plateau ou la bobine devant S_1, indique 35 divisions; si la bobine est placée devant S_1 37, et si c'est

Fig. 202.



le plateau 39. Il ne faut pas être surpris que ces nombres ne concordent pas avec ceux de 1°, si l'on songe qu'il ne s'agit pas dans ce phénomène d'une simple ramification du flux d'induction entre S_1 et S_2, comme il est démontré dans **111** *d*.

3° La résistance magnétique de la bobine ou du plateau étant dans ce cas en partie inductive, le flux d'induction à travers S_1 doit avoir une phase différente de celle du flux à travers S_2, lorsqu'on a placé devant S_1 la bobine ou le plateau.

La différence de phase doit être relativement grande si la bobine se trouve devant S_1, car elle présente, d'après **115** *b*, une résistance magnétique inductive prépondérante, sans produire une grande augmentation de la résistance magnétique ohmique. La différence de phase doit être relativement petite, et en revanche la différence dans l'amplitude de l'induction relativement grande, si la plaque de cuivre est devant S_1; car elle apporte non seulement une résistance magnétique inductive, mais surtout augmente considérablement la résistance magnétique ohmique (**117**).

La démonstration en est facile. On annexe à S_1 et S_2 une paire de bobines semblables, dans le dispositif de la figure 64 (**60**). S'il n'y a ni plaque de métal ni bobine devant S_1, la figure 203 apparaît sur

Digitized by Google

l'écran du tube, les courants S_1 et S_2 ayant même phase. La figure 204 correspond à une différence de phase relativement faible et à une différence assez forte de l'amplitude, avec le plateau de métal interposé. La figure 205 correspond à une plus grande différence de phase, mais

Fig. 203. Fig. 204. Fig. 205.

à une plus faible différence d'amplitude, avec la bobine en court-circuit devant S_1.

b. Écran électromagnétique. — La propriété des bobines, des tubes, des plaques métalliques, d'opposer une grande impédance magnétique aux lignes d'induction d'un champ magnétique alternatif dans la direction de leur axe, les fera fréquemment désigner sous le nom d'*écrans magnétiques*.

Pour démontrer cette propriété, on fait habituellement l'expérience suivante : dans la bobine S_1, employée dans les expériences de 45 *a* et qui est à noyau de fils de fer fins, on lance un courant alternatif (*fig.* 206). Au voisinage de son extrémité se trouve une deuxième bobine S_2, à nombreuses spires, fermée sur une petite lampe à incandescence. Si le courant est lancé dans S_1 la lampe s'allume; les lignes d'induction magnétique émanant de S_1 oscillent en grande densité à travers S_2 et induisent une puissante FEM. Si une plaque de cuivre P, ou une bobine en court-circuit, est placée entre S_1 et S_2, la lampe s'éteint presque complètement par suite de la grande impédance magnétique que la plaque de cuivre, ou la bobine en court-circuit (*), oppose au champ alternatif; le flux d'induction dans S_2 est réduit au minimum.

Dans ce cas, la désignation d'écran caractérise bien l'idée que la

(*) Les dimensions sont données dans les notes de 119 *a*. Un simple anneau en fil de cuivre de 1^{mm} de rayon n'exerce aucune action sensible, car sa résistance est trop grande relativement à son inductance pour que l'impédance magnétique de l'anneau (115 *c*) puisse produire une action sensible. L'expérience ne réussit pas mieux avec un disque de zinc (épaisseur $1^{mm},5$; rayon 14^{cm}).

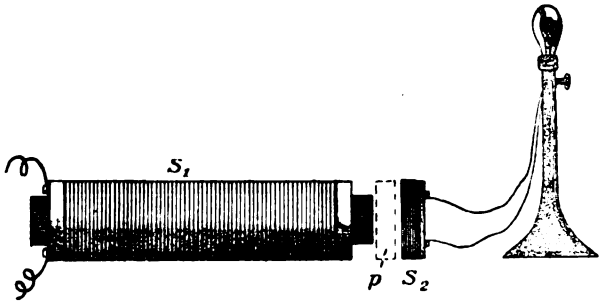
Digitized by Google

plaque de cuivre abrite la bobine S_2 contre les lignes d'induction magnétique émanant de la bobine S_1.

Les remarques suivantes vont à l'encontre de cette conception :

1° Si l'on place la plaque de cuivre derrière la bobine S_2, par rapport à S_1, la lampe est beaucoup moins brillante (*). Ce phénomène, en considérant que la plaque de cuivre offre une très grande impé-

Fig. 206.



dance magnétique, s'explique; mais il serait singulier d'en déduire que la plaque joue le rôle d'écran.

2° Dans les expériences décrites dans *a*, l'idée de l'écran n'aurait apporté d'éclaircissement qu'à l'expérience *a* (1°).

3° Il y a un phénomène, différent de celui déjà cité, pour lequel l'expression *écran* est réellement justifiée. Au sujet de ce dernier phénomène, qui sera décrit plus tard, l'expression d'*écran électromagnétique* devra être restreinte.

120. Réflexion apparente des lignes d'induction magnétique. — Le dispositif de **119** *b* doit être modifié de la manière suivante ([72]) :

La lampe est remplacée par un voltmètre thermique (sans rhéostat). La bobine S_2 est placée dans le champ magnétique de S_1, de façon que son plan coïncide avec la direction des lignes d'induction magnétique; par suite aucune ligne d'induction magnétique ne traverse S_2 (*fig.* 207), et aucune FEM n'est induite dans S_2. Le voltmètre n'accuse aucune déviation. On place maintenant une plaque de cuivre dans le champ,

(*) Si l'on remplace la lampe à incandescence par un voltmètre, on observe par exemple :

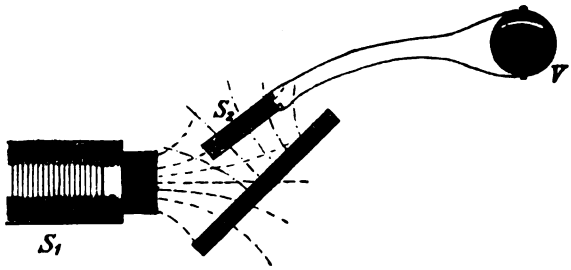
	volts
Sans la plaque de cuivre	42
Avec la plaque devant S_2	3,5
Avec la plaque derrière S_2	28

Digitized by Google

comme l'indique la figure 207 ; le voltmètre dévie (dans une expérience il donna 17). Les lignes d'induction magnétique traversent donc maintenant la bobine S_2.

La raison en est que des courants sont induits dans la plaque de cuivre par le champ magnétique alternatif; les lignes d'induction ma-

Fig. 207.

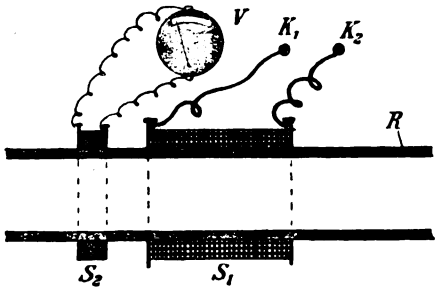


gnétique de ces courants induits (*fig.* 207) traversent la bobine S_2. Mais l'action est la même que si les lignes d'induction magnétique étaient réfléchies par la plaque de cuivre. En réalité, l'exemple cité n'a rien de commun avec la réflexion d'une onde électromagnétique.

III. — Cylindre métallique dans un champ magnétique alternatif.

Une étude particulière s'impose dans le cas où un cylindre métallique se trouve dans un champ magnétique homogène (homogène

Fig. 208.



avant l'introduction du cylindre métallique) dont la direction est parallèle à l'axe du cylindre.

Ces conditions sont sensiblement remplies en plaçant un cylindre

Digitized by Google

métallique à axe rectiligne, à la place du noyau, dans une bobine parcourue par un courant alternatif (32 *d*).

Elles sont aussi sensiblement réalisée en enroulant, sur un anneau métallique fermé, une bobine parcourue par un courant alternatif, lorsque le rayon de l'anneau est grand relativement à son épaisseur (32 *c*).

121. Expérience. — *a*. Une bobine rectiligne S_1 est mise en circuit aux deux bornes d'un courant alternatif. Son noyau est un tube de fer R, sur lequel se trouve une seconde bobine S_2, qui est reliée à un voltmètre thermique V de grande résistance (*fig.* 208). Si un courant alternatif est lancé dans S_1, le voltmètre indique 115 volts; le courant de S_1 crée un champ magnétique cylindrique dans le tube de fer, lequel induit dans S_2 une FEM.

En introduisant maintenant dans l'intérieur du tube un noyau de fer massif, il semble que l'amplitude du flux d'induction magnétique dans S_1 et S_2, et par suite l'indication du voltmètre, devrait être sensiblement plus grande; car, sous l'influence du noyau de fer, la résistance magnétique à l'intérieur de S_1 et S_2 est devenue considérablement plus faible (27). En réalité, l'expérience n'indique aucune variation appréciable dans l'indication du voltmètre. Ce qui veut dire que l'amplitude du flux d'induction magnétique de S_1 et S_2 ne peut pas s'accroître par l'introduction d'un noyau de fer.

b. Ceci résulte de l'expérience suivante. On enroule en larges spires, sur un noyau de fer, un conducteur en fil de cuivre mince; on réunit ses deux extrémités à un voltmètre et l'on introduit le noyau de fer porteur de l'enroulement dans le cylindre (*fig.* 209). Le voltmètre n'indique aucune déviation si le courant est lancé dans S_1, même si le voltmètre est employé sans rhéostat, c'est-à-dire s'il est très sensible (1 graduation = 0,1 volt). Ceci montre que la FEM induite dans l'enroulement du noyau de fer massif, et l'amplitude du flux d'induction, dans le noyau de fer massif, doivent être extraordinairement petites (*).

c. Ceci doit se produire aussi quand le noyau de fer et le tube forment une masse cylindrique unique. Il n'y a donc rien de changé, ni au champ magnétique, ni au champ électrique induit. Le champ magnétique est, par raison de symétrie, cylindrique et le champ électrique induit cyclique (38 *a*), aussi bien quand le tube et le noyau

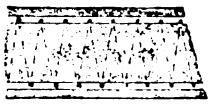
(*) Lorsque le cylindre massif se trouve avec son enroulement dans l'intérieur de la bobine S_1, mais sans le tube de fer, le voltmètre indique 30 volts.

Digitized by Google

sont séparés que lorsqu'ils sont réunis; l'espace interstitiel n'est pas franchi par les lignes d'induction. Le noyau conserve après la réunion du tube et du noyau ses lignes d'induction magnétique et ses lignes de courant; il en est de même du tube.

Si, dans le cas d'un courant stationnaire dans S_1, le champ magné-

Fig 209.



tique à l'intérieur est sensiblement homogène (**32** *d*), le partage des lignes d'induction magnétique pour un courant oscillatoire est tout autre. En particulier, le champ magnétique à l'intérieur doit être presque nul.

122. Nécessité d'une répartition inégale de l'induction magnétique. — *a*. La différence qui existe entre les champs statiques et oscillatoires est surtout basée sur ce fait que, dans l'état stationnaire du champ statique, le champ magnétique est exclusivement déterminé par le courant dans la bobine S_1. Dans le champ oscillatoire, des courants sont eux-mêmes induits dans le cylindre de fer; le champ magnétique ne dépend plus exclusivement du courant dans la bobine S_1, mais aussi de ces courants induits.

b. Pour traiter la question de l'inégalité de l'induction magnétique due à ces courants, on doit supposer que le cylindre de fer de rayon r n'est pas rectiligne, mais qu'il forme un anneau de rayon R, très grand par rapport à r, entouré par la bobine S_1. Un court élément de l'anneau de fer peut cependant être considéré comme un cylindre rectiligne, le champ magnétique en lui comme cylindrique, et le courant induit comme cyclique (*).

On imagine deux tubes à parois très minces, de rayons r_1 et r_2 (*fig.* 210), découpés dans ce cylindre de fer, et l'épaisseur des parois (d_1 et d_2) telle que la section q des deux tubes soit la même :

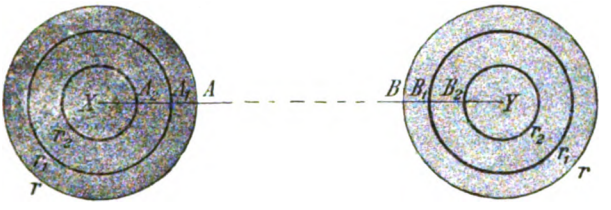
$$\left(\frac{d_1}{d_2} = \frac{r_2}{r_1}\right).$$

(*) Les résultats obtenus avec un cylindre annulaire sont encore rigoureusement exacts avec un cylindre rectiligne infini, et sensiblement exacts pour les parties médianes d'un cylindre rectiligne suffisamment long (*voir* 32 *d*).

Digitized by Google

Pour ces deux tubes, la résistance magnétique w_m et la FMM extérieure $\mathfrak{M}_a$ provenant du courant dans S_1 sont semblables; mais dans ces deux tubes les FMM induites $\mathfrak{M}_{i_1}$ et $\mathfrak{M}_{i_2}$, qui sont produites par le courant induit dans l'anneau, sont différentes. $\mathfrak{M}_{i_1}$ se détermine par le nombre de lignes de courant qui traversent l'anneau formé par le tube r_1 (*), soit Q_{s_1}, c'est-à-dire par les lignes de courant qui courent dans l'espace entre le tube r_1 et la surface de l'anneau, et $\mathfrak{M}_{i_2}$ par les

Fig. 210.



lignes de courant qui traversent l'anneau formé par le tube r_2. Q_{s_1} et Q_{s_2} diffèrent du nombre de lignes de courant Q_s qui se trouvent dans l'espace entre les deux tubes r_1 et r_2.

On a (**31** a)

$$(1)\quad \begin{cases} \mathfrak{M}_{i_1} = \frac{1}{\rho} Q_{s_1}, \\ \mathfrak{M}_{i_2} = \frac{1}{\rho} Q_{s_2} = \frac{1}{\rho}(Q_{s_1} + Q_s) = \mathfrak{M}_{i_1} + \frac{1}{\rho} Q_s. \end{cases}$$

Pour le flux d'induction magnétique Q_{m_1} et Q_{m_2} dans les tubes, on a [**110**, égalité (3)]

$$(2)\quad \begin{cases} Q_{m_1} w_m = \mathfrak{M}_a + \mathfrak{M}_{i_1}, \\ Q_{m_2} w_m = \mathfrak{M}_a + \mathfrak{M}_{i_2} = \mathfrak{M}_a + \mathfrak{M}_{i_1} + \frac{1}{\rho} Q_s. \end{cases}$$

On désigne plus loin par $\mathfrak{M}_1$ et $\mathfrak{M}_2$ l'induction magnétique à la dis-

(*) Il faut interpréter cela de la manière suivante : On fait passer par le milieu de l'anneau un plan (section XY dans la figure 210). Ce plan coupe les tubes r_1 et r_2 suivant des cercles dont les sections sont les points A_1B_1 et A_2B_2. Q_{s_1} et Q_{s_2} sont le nombre de lignes de courant qui traversent les cercles A_1B_1 A_2B_2 (dans le sens de 31 a). L'expression précédente se justifie par ce fait que, par suite de la forme cyclique du champ de courant, ce nombre de lignes de courant traverse chacun des cercles qu'on a tracés parallèlement au plan de l'anneau sur les tubes r_1 et r_2.

Digitized by Google

tance r_1 et r_2 de l'axe; donc

$$Q_{m_1} = q\mathfrak{M}_1, \qquad Q_{m_2} = q\mathfrak{M}_2.$$

Des égalités (2) il résulte

$$(3) \qquad \frac{\mathfrak{M}_2}{\mathfrak{M}_1} = \frac{\mathfrak{M}_a + \mathfrak{M}_{i_1} + \frac{1}{\nu} Q_s}{\mathfrak{M}_a + \mathfrak{M}_{i_1}},$$

c'est-à-dire que l'induction magnétique aux distances r_1 et r_2 est différente, et d'autant plus, toutes choses égales d'ailleurs, que Q_s est plus grand.

123. Influence de la conductibilité, de la perméabilité et de la fréquence. — Le nombre de lignes de courant Q_s, qui courent dans l'espace entre les tubes de rayons r_1 et r_2, se détermine de la manière suivante :

Soient ρ le rayon d'une ligne de courant, $\mathcal{E}$ la FEM, E l'intensité du champ électrique et $\mathfrak{S}$ le courant le long de cette ligne. On a

$$\mathcal{E} = -\frac{1}{\nu} Q'_m \qquad (37\ c),$$

si Q_m est le nombre de lignes d'induction magnétique qui traversent la ligne de courant.

De plus,

$$\mathcal{E} = 2\pi\rho E \qquad (4),$$
$$\mathfrak{S} = \sigma E \qquad (22);$$

donc

$$(1) \qquad \mathfrak{S} = -\frac{1}{\nu}\frac{\sigma}{2\pi\rho} Q'_m.$$

De ceci il résulte que :

a. Puisque le courant le long d'une ligne de courant est proportionnel à la conductibilité σ du cylindre, le nombre Q_s de lignes de courant dans l'espace entre les tubes r_1 et r_2 est, toutes choses égales d'ailleurs, proportionnel à la conductibilité.

b. Pour l'amplitude du courant $\mathfrak{S}$ le long d'une ligne de courant, l'égalité (1) et 66 donnent

$$\mathfrak{S}_0 = \frac{1}{\nu}\frac{\pi n \sigma}{2\pi\rho} Q_{m_0}.$$

Elle est, toutes choses égales d'ailleurs, proportionnelle à la fréquence. Donc l'amplitude de Q_s dépend aussi de la fréquence.

c. Enfin, le flux d'induction magnétique Q_m, traversant une ligne de courant, est proportionnel à la perméabilité de l'anneau pour une

Digitized by Google

même intensité du champ magnétique. La perméabilité doit donc jouer un rôle pour la grandeur de Q_s, et par suite pour la répartition de l'induction magnétique dans la section du cylindre.

124. Répartition de l'induction magnétique. Généralités. — Il résulte des considérations de **123** que la répartition de l'induction magnétique, sur une section transversale, est d'autant moins uniforme que le produit, composé de la conductibilité, de la perméabilité et de la fréquence, est plus grand. On ne peut étudier d'une façon élémentaire comment est faite la répartition de ce produit.

La théorie générale démontre ceci ([73]) :

a. L'amplitude de l'induction magnétique est maxima à la surface du cylindre et décroît d'une façon continue vers l'axe (*). Dans la phase, l'induction magnétique à l'intérieur retarde sur celle de la surface et la différence de phase croît continuellement vers l'intérieur du cylindre.

b. L'influence de la conductibilité σ, de la perméabilité μ et de la fréquence n, sur l'amplitude et la phase, ne peut être calculée que si ces grandeurs sont reliées à une seule grandeur $\varkappa$ par une relation unique. Cette grandeur $\varkappa$ est définie par

$$\varkappa = r\sqrt{\frac{\pi n \sigma \mu}{8\rho^2}}, \tag{1}$$

r étant le rayon de l'anneau ou du cylindre.

Pour le calcul numérique, il est recommandé d'écrire l'égalité (1) sous la forme

$$\varkappa = \mathfrak{t}.r\sqrt{n}, \tag{2}$$

dans laquelle

$$\mathfrak{t} = \sqrt{\frac{\pi\sigma\mu}{8\rho^2}} = \pi\sqrt{\frac{\sigma}{2}\,\frac{\mu}{\mu_0}}\ \text{C.G.S.} \tag{3}$$

(*) On dit très souvent que les lignes d'induction magnétique sont refoulées de l'intérieur du cylindre vers la surface extérieure par le courant induit. Ce serait exact si les lignes d'induction à la surface étaient plus denses, sous l'action de ce courant induit, qu'avant son existence. Il résulte de 122, égalité (1), que ce n'est pas le cas. Si l'on suppose que le rayon du tube r_1 croisse jusqu'à devenir égal à r, le nombre de lignes de courant Q_{s_1}, qui courent entre la surface de l'anneau et le tube, devient peu à peu nul et l'on a pour le flux d'induction dans le tube (ou à la surface) $Q_{m_1} w_m = \mathfrak{M}_a$ [122, égalités (1) et (2)]; c'est-à-dire que le flux d'induction a la surface se détermine comme pour un champ stationnaire. Les lignes d'induction magnétique n'y sont donc pas plus denses, mais elles ont exactement la même densité que si le courant induit n'existait pas à l'intérieur.

Digitized by Google

dépend seulement de la matière du cylindre; pour les matières les plus importantes, la valeur en est donnée par la Table IV, à la fin du Tome II.

125. Répartition de l'induction magnétique. — I. Cas limite. — La théorie ne donne de formule simple, pour la répartition de l'induction magnétique dans une section de cylindre, que dans deux cas limites : lorsque $\varkappa$ est un nombre très grand, ou très petit.

Si $\varkappa$ est grand par rapport à 1, au moins égal à 6, il existe, entre l'amplitude $\mathfrak{M}_1$ de l'induction magnétique à la surface du cylindre et celle $\mathfrak{M}_\beta$ à la profondeur de β centimètres sous cette surface, la relation

$$(1) \qquad \frac{\mathfrak{M}_\beta}{\mathfrak{M}_1} = e^{-\frac{2\varkappa}{r}\beta}.$$

La formule suppose que β est très petit vis-à-vis de r; elle représente, avec une exactitude suffisante pour la couche superficielle, le rapport $\frac{\mathfrak{M}_\beta}{\mathfrak{M}_1}$ et par suite l'induction magnétique (*).

a. Quel est le rayon du cylindre pour lequel la condition de validité de cette formule est remplie, c'est-à-dire $\varkappa \geqq 6$? Cela dépend de la fréquence et de la matière (**124** *b*). Pour la valeur de la fréquence technique $n = 100$/sec., pour un fer de perméabilité moyenne

$$\mu : \mu_0 = 1000$$

et d'une conductibilité moyenne

$$\sigma : \sigma_{Hg} = 8,$$

on a

$$\varkappa = 6,5r;$$

pour le cuivre,

$$\varkappa = 0,54r.$$

Donc l'égalité (1) représente exactement l'induction magnétique, dans le cas des fréquences techniques, pour un cylindre de fer d'au moins 1^{cm}, ou pour un cylindre de cuivre d'au moins 12^{cm} de rayon.

b. On obtient une figure remarquable de la décroissance de l'ampli-

(*) Si $\frac{\beta}{r} = 0,1$, l'erreur qui provient de ce fait sera d'environ 5 pour 100. La formule peut donc être encore employée sur une couche superficielle dont l'épaisseur est $\frac{1}{10}$ du rayon.

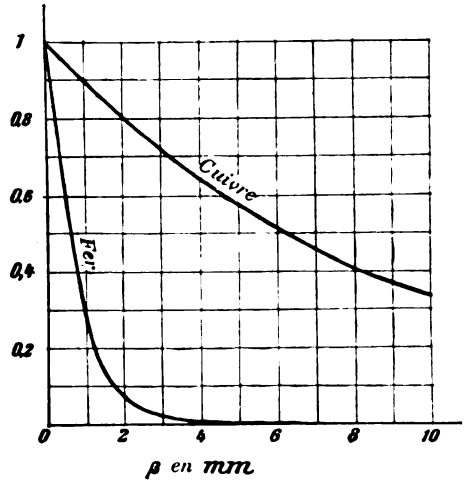
Digitized by Google

tude de l'induction magnétique, de la surface d'un cylindre à son axe, en représentant la relation $\frac{\mathfrak{M}_\beta}{\mathfrak{M}_1}$, d'après l'égalité (1), par une courbe dont les abscisses sont les valeurs de β et les ordonnées celles de $\frac{\mathfrak{M}_\beta}{\mathfrak{M}_1}$.

Les ordonnées de cette courbe doivent être, d'après (1), proportionnelles à une puissance de e, dont l'exposant est proportionnel à l'abscisse considérée β. On appelle de telles courbes des *courbes exponentielles*. Elles se présentent, dans le cas des oscillations électromagnétiques, aux endroits les plus divers (*). Leur construction est rendue possible, sans calcul, avec l'aide de la Table XV.

c. Dans la figure 211, on donne la courbe de la diminution de l'induction magnétique $\frac{\mathfrak{M}_\beta}{\mathfrak{M}_1}$, dans l'hypothèse d'une fréquence de

Fig. 211.



100/sec, pour du fer de $\mu : \mu_0 = 1000$ et de $\sigma : \sigma_{Hg} = 8$, et pour du cuivre.

La courbe du fer montre que, dans les cylindres de fer dont le rayon est plus grand que 1^{cm} (a), le champ magnétique pratique n'existe que dans une couche superficielle très mince. Une vérification en est donnée par l'expérience de **121**; elle prouve que les tubes

(*) Déjà les courbes de 93, figure 166, dérivent immédiatement de courbes exponentielles.

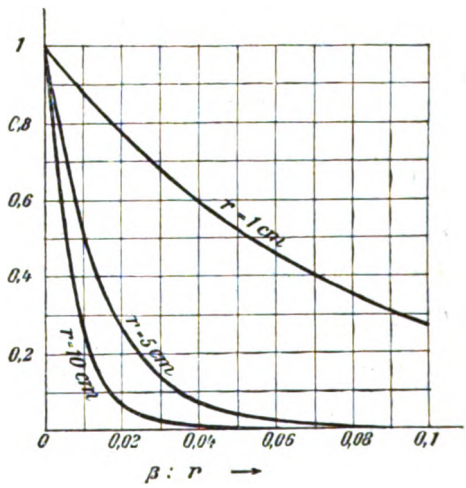
Digitized by Google

de fer à noyau, qui d'après **121** *c* se comportent comme un cylindre de fer massif, ne présentent pas à leur intérieur un champ magnétique appréciable.

On nomme fréquemment ce phénomène *action périphérique, action superficielle* ou *de peau.*

d. Une conséquence remarquable de la relation (1) est la suivante : Comme $\frac{x}{r} = t\sqrt{n}$ [**124**, égalité (2)] dépend seulement de la matière et de la fréquence, l'induction magnétique $\mathfrak{M}_\beta$, relativement à celle de $\mathfrak{M}_1$ à la surface, doit être la même à la même profondeur β, pour une même matière et une même fréquence, quelque grand que soit le

Fig. 212.



rayon du cylindre, la condition de la validité de l'égalité (1) étant supposée remplie (*a*). Pour le fer, par exemple, pour une fréquence de 100/sec, à la profondeur de 1^{mm} de la surface, l'induction magnétique est égale au quart de celle à la surface (*fig.* 211), que le rayon du cylindre soit de 1^{cm} ou de 10^{cm}. La courbe de la figure 211 représente l'affaiblissement de l'induction magnétique, dans un cas comme dans l'autre.

Les relations obtiennent une autre apparence remarquable, si l'on se demande comment se comporte la diminution de l'induction relativement au rayon. A ce point de vue, dans le cas précisément traité, le résultat est le suivant :

Pour un cylindre de fer de 1^{cm} de rayon, l'induction magnétique est

Digitized by Google

le quart de celle de la surface à une profondeur égale à $\frac{1}{10}$ du rayon, et pour un cylindre de 10^{cm} de rayon à une profondeur égale à $\frac{1}{100}$ du rayon. Si l'on porte en abscisses la profondeur β en partie du rayon, c'est-à-dire la valeur de $\frac{\beta}{r}$, les courbes $\frac{\mathfrak{M}_\beta}{\mathfrak{M}_1}$ sont toutes différentes suivant le rayon des différents cylindres.

Dans la figure 212, les courbes sont celles de cylindres de fer de 1^{cm}, 5^{cm} et 10^{cm} de rayon ($\mu : \mu_0 = 1000$, $\sigma : \sigma_{Hg} = 8$).

De plus, ces courbes montrent que la divergence de la répartition uniforme de l'induction magnétique, toutes choses égales d'ailleurs, est d'autant plus grande que le rayon du cylindre est plus grand.

126. Répartition de l'induction magnétique. — II. Cas limite. — x est notablement plus petit que 1.

a. On a sensiblement

$$\frac{\mathfrak{M}_\rho}{\mathfrak{M}_2} = 1 + x^4 \left(\frac{\rho}{r}\right)^4,$$

$\mathfrak{M}_\rho$ étant l'amplitude de l'induction magnétique à la distance ρ de l'axe du cylindre, $\mathfrak{M}_2$ celle sur l'axe.

De ceci résulte pour l'amplitude $\mathfrak{M}_1$ de l'induction magnétique à la surface

$$\frac{\mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_2} = 1 + x^4.$$

Comme x est beaucoup plus petit que 1, x^4 est encore beaucoup plus petit que 1. La différence entre l'amplitude de l'induction magnétique à la surface et celle sur l'axe est insignifiante; la répartition de l'induction magnétique est presque uniforme dans toute la section.

b. Si l'on emploie la fréquence technique $n = 100$/sec, la relation précédente est applicable, en dernière limite, pour les fils de fer ($\mu : \mu_0 = 1000$, $\sigma : \sigma_{Hg} = 8$) d'un rayon d'environ $0^{mm},5$.

Si le rayon $r = 0^{cm},1$, alors (125 *a*) $x = 0,65$, $x^4 = 0,18$; par suite

$$\frac{\mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_2} = 1,18.$$

Pour $r = 0^{cm},05$, $x = 0,32$, $x^4 = 0,01$; donc

$$\frac{\mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_2} = 1,01.$$

La différence entre l'induction magnétique à la surface et celle sur l'axe n'est plus dans ce dernier cas que de 1 pour 100; elle est pratiquement négligeable.

Digitized by Google

Pour les fils de $0^{mm},5$ de rayon, au moins dans le cas des fréquences techniques, l'induction magnétique peut être considérée comme uniforme dans la section.

127. Résistance magnétique et inductance magnétique d'un cylindre métallique dans un champ alternatif magnétique. — Le flux d'induction magnétique total Q_m, à travers une section du cylindre, est souvent plus intéressant que la répartition de l'induction magnétique sur une section du cylindre.

La théorie montre qu'on peut représenter ce flux d'induction, en fonction de la FMM extérieure $\mathfrak{M}_a$, par des égalités de la forme de celles de **112** *b* :

$$(1)\quad \begin{cases} Q_{m_0} = \dfrac{\mathfrak{M}_{a_0}}{\mathfrak{z}_m}, \qquad \mathfrak{z}_m = \sqrt{\mathfrak{w}_m^2 + (\pi n \mathfrak{p}_m)^2}, \\ \tan(Q_m, \mathfrak{M}_a) = \dfrac{\pi n \mathfrak{p}_m}{\mathfrak{w}_m}. \end{cases}$$

Les grandeurs $\mathfrak{w}_m$ et $\mathfrak{p}_m$ jouent, en l'espèce, le rôle d'une résistance magnétique ou d'une inductance magnétique; on appellera désormais $\pi n \mathfrak{p}_m$ *inductance magnétique et* $\mathfrak{w}_m$ *résistance magnétique effective* (*) *du cylindre pour une fréquence déterminée.*

a. Relativement à la grandeur de $\mathfrak{w}_m$ et de $\pi n \mathfrak{p}_m$, on voit que :

1° Si aucun courant n'est induit dans le cylindre métallique, les relations de **27** sont alors applicables au flux d'induction magnétique; on aura donc

$$\mathfrak{w}_m = w_m, \qquad \pi n \mathfrak{p}_m = 0.$$

Le fait que $\mathfrak{w}_m$ est différent de w_m et $\pi n \mathfrak{p}_m$ de zéro provient des courants induits et de leur action magnétique.

Il est à supposer que la valeur de $\pi n \mathfrak{p}_m$ et la différence entre w_m et $\mathfrak{w}_m$ sont d'autant plus grandes que l'action magnétique du courant induit est plus grande. D'après **122**, égalité (3), on ne peut pas mesurer l'inégalité de l'induction magnétique sur la section du cylindre (**). On peut s'attendre à ce que, dans le cas limite II, où l'induction magnétique est sensiblement uniforme sur la section, $\pi n \mathfrak{p}_m$ soit petit et $\mathfrak{w}_m$ voisin de w_m; tandis que, dans le cas limite I, il existe une

(*) *Voir* le calcul de Lord Kelvin pour les grandeurs correspondantes du domaine électrique (233 *a*).

(**) Toutes choses égales d'ailleurs, Q_m est d'autant plus grand que $\frac{\mathfrak{M}_2}{\mathfrak{M}_1}$ est plus grand, c'est-à-dire que les variations de l'induction magnétique aux différentes distances de l'axe du cylindre sont plus grandes.

Digitized by Google

grande différence entre w_m et $\mathfrak{w}_m$, $\pi n \mathfrak{p}_m$ a une valeur élevée, car dans ce cas les lignes d'induction magnétique sont réparties très inégalement dans la section.

2° La répartition des lignes d'induction magnétique dans la section du cylindre dépend, d'après **123**, de la conductibilité et de la perméabilité du cylindre et de la fréquence de l'oscillation, et aussi, d'après **125** *d*, du rayon du cylindre. Il est donc vraisemblable qu'il en est de même des valeurs $\mathfrak{w}_m$ et $\pi n \mathfrak{p}_m$.

b. Ceci est conforme au résultat de la théorie ([67]), qui permet de calculer, par les règles suivantes, la résistance effective et l'inductance magnétique $\pi n \mathfrak{p}_m$.

On calcule d'abord la résistance magnétique w_m (**27** *a*) et la grandeur $\varkappa$ (**124**). Si $\varkappa$ a une valeur élevée, on est d'autant plus voisin du cas limite I (**125**) qu'il est plus grand :

$$\mathfrak{w}_m = \pi n \mathfrak{p}_m = \varkappa w_m, \tag{2}$$

donc

$$\mathfrak{z}_m = w_m \varkappa \sqrt{2}.$$

Si $\varkappa$ est considérablement plus petit que 1, on se trouve dans le cas II (**126**), et d'autant plus exactement que $\varkappa$ est plus petit :

$$\left\{\begin{aligned} \mathfrak{w}_m &= w_m \left(1 + \frac{\varkappa^4}{3}\right), \\ \pi n \mathfrak{p}_m &= \varkappa^2 w_m \left(1 - \frac{\varkappa^4}{6}\right); \end{aligned}\right. \tag{3}$$

ou, si $\varkappa$ est suffisamment petit pour qu'on puisse négliger $\frac{\varkappa^4}{3}$ vis-à-vis de 1,

$$\left\{\begin{aligned} \mathfrak{w}_m &= w_m, \\ \pi n \mathfrak{p}_m &= \varkappa^2 w_m, \end{aligned}\right. \tag{3a}$$

donc sensiblement

$$\mathfrak{z}_m = w_m.$$

Si l'on ne se trouve dans aucun de ces cas, $\pi n \mathfrak{p}_m$ et $\mathfrak{w}_m$ sont cependant toujours proportionnels à w_m. Les facteurs de proportionnalité, c'est-à-dire les grandeurs $\frac{\mathfrak{w}_m}{w_m}$ et $\frac{\pi n \mathfrak{p}_m}{w_m}$, sont déduits des courbes de la Table V à la fin du Tome II; les courbes A donnent $\frac{\mathfrak{w}_m}{w_m}$, et les courbes B donnent $\frac{\pi n \mathfrak{p}_m}{w_m}$ pour les différentes valeurs de $\varkappa$.

Digitized by Google

c. De ces règles et de l'allure de ces courbes il résulte :

1° La résistance effective magnétique pour une oscillation est toujours plus grande que la résistance magnétique w_m pour un champ stationnaire.

2° Si x est très petit, l'impédance magnétique $\mathfrak{z}_m$ diffère très peu de la résistance magnétique w_m; l'amplitude du flux d'induction magnétique est donc sensiblement la même que dans un champ stationnaire. La différence de phase entre le flux d'induction magnétique et la FMM extérieure est très petite. Plus x est grand, plus l'impédance magnétique est grande, et plus l'amplitude du flux d'induction magnétique est petite; plus aussi la différence de phase entre le flux d'induction et la FMM extérieure est voisine de 45° (*).

128. Exemple : Barreau de fer et fil de fer. — *a*. D'après **125** *a*, le cas limite I (x grand) se présente, avec les fréquences techniques, pour des barreaux de fer d'un rayon au moins égal à 1^{cm}. Pour un cylindre de fer, par exemple de 5^{cm} de rayon

$$(\mu : \mu_0 = 1000,\ \sigma : \sigma_{Hg} = 8,\ n = 100/\text{seconde}),$$

on a sensiblement

$$\mathfrak{w}_m = \pi n \mathfrak{p}_m = 32,5\, w_m,$$
$$\mathfrak{z}_m = 50\, w_m,$$
$$\measuredangle(Q_m, \mathfrak{M}_a) = 45^\circ.$$

Un tel cylindre présente donc une résistance magnétique 50 fois plus grande, pour ce champ oscillatoire, que pour un champ stationnaire.

b. Avec des fils de fer mince d'au plus 1^{mm} de rayon, on se trouve, d'après **126** *b*, dans le cas limite II, x petit vis-à-vis de 1. Par exemple, dans des circonstances analogues à celles de *a*, on a pour des fils de fer de :

	1^{mm}.	$0^{mm},5$ de rayon.
$\mathfrak{w}_m$	$1,06\ w_m$	$1,004\ w_m$
$\pi n \mathfrak{p}_m$	$0,4\ w_m$	$0,105\ w_m$
$\mathfrak{z}_m$	$1,13\ w_m$	$1,01\ w_m$
$\measuredangle(Q_m, \mathfrak{M}_a)$	17°	6°

Un tel fil, ou un faisceau de tels fils (**), se comporte dans un

(*) tang $(Q_m, \mathfrak{M}_a) = \frac{\pi n \mathfrak{p}_m}{\mathfrak{w}_m}$ [ég. (1)] devient, dans le cas limite I [ég. (2)], tang $(Q_m, \mathfrak{M}_a) = 1$.

(**) Une simple réflexion montre que les relations 127, égalités (1) et (2), étant valables pour un barreau ou un fil unique, le sont aussi pour un faisceau de fils ou de barreaux isolés.

Digitized by Google

champ oscillatoire comme dans un champ stationnaire; l'action du courant est tout à fait insignifiante.

129. Augmentation du flux d'induction magnétique dans les bobines par des noyaux métalliques. — *a*. Il résulte déjà de ces nombres que l'action des noyaux de fer dans les bobines peut être très différente lorsqu'il s'agit de courants oscillatoires ou de courants constants.

Avec un courant constant, on a, pour le flux d'induction magnétique Q_m dans une bobine en anneau ou une bobine rectiligne très longue,

$$Q_m = \frac{\mathfrak{M}_a}{w_m} \qquad (27\ a).$$

Si l'on représente la résistance magnétique de l'intérieur de la bobine sans noyau par w_{m_0}, et avec noyau par w_m, l'accroissement G du flux d'induction magnétique dû au noyau sera

$$G = \frac{w_{m_0}}{w_m} = \frac{\mu}{\mu_0} \qquad (27\ a),$$

μ étant la perméabilité du noyau.

Avec des courants alternatifs, l'amplitude du flux d'induction magnétique sans noyau métallique est égale à $\frac{\mathfrak{M}_{a_0}}{w_{m_0}}$ (27), avec le noyau $\frac{\mathfrak{M}_{a_0}}{\mathfrak{z}_m}$ [127, égalité (1)]; par suite, l'accroissement G de l'amplitude du flux d'induction magnétique à travers le noyau sera

$$(1) \qquad G = \frac{w_{m_0}}{\mathfrak{z}_m} = \frac{w_{m_0}}{w_m \frac{\mathfrak{z}_m}{w_m}} = \frac{\mu}{\mu_0} \frac{1}{\frac{\mathfrak{z}_m}{w_m}}.$$

On peut en conclure que le noyau agit avec les courants alternatifs comme s'il présentait, non pas sa perméabilité μ, mais une perméabilité plus petite $\mu : \frac{\mathfrak{z}_m}{w_m}$.

b. En employant des fils de fer ou des barreaux, on obtient les résultats suivants :

Avec des fils de fer minces (cas limite II de 126 et 127 *b*), $\frac{\mathfrak{z}_m}{w_m}$ est voisin de 1. On a très sensiblement

$$(2) \qquad G = \frac{\mu}{\mu_0}.$$

Digitized by Google

Les fils de fer minces sont presque aussi avantageux avec les courants alternatifs qu'avec les courants stationnaires.

Pour des cylindres de fer plus épais, $\frac{\mathfrak{z}_m}{w_m}$ est voisin de $x\sqrt{2}$ (cas limite I de **125** et **127** *b*); donc

$$(3) \qquad G = \frac{\mu}{\mu_0} \frac{1}{x\sqrt{2}}.$$

L'action d'un tel noyau peut, dans le cas d'un courant alternatif, être beaucoup plus faible que dans le cas d'un courant continu (dans l'exemple de **128** *a*, environ 50 fois moins). Aussi n'emploie-t-on jamais, comme noyau de bobines à courants variables, des barreaux de fer massif, mais toujours des faisceaux de fils de fer; c'est non seulement pour diminuer la perte d'énergie due aux courants parasites (**102**), mais surtout parce que les noyaux massifs, avec les courants alternatifs, remplissent, d'une manière extrêmement défectueuse, leur but qui est d'accroître le flux d'induction magnétique.

c. Pour les noyaux de métal non ferromagnétique [$\mu = \mu_0$ (**15** *e*)], on a sensiblement

$$(4) \qquad G = \frac{1}{\frac{\mathfrak{z}_m}{w_m}}.$$

Donc G est plus petit que 1. De tels noyaux diminuent l'amplitude du flux d'induction magnétique. Ils se comportent, vis-à-vis d'un champ alternatif magnétique, comme si leur perméabilité était égale à $\mu_0 : \frac{\mathfrak{z}_m}{w_m}$, c'est-à-dire plus petite que celle de l'air. Ils se comportent, en un mot, comme des corps diamagnétiques (**15** *e*).

d. Une vérification expérimentale de ces actions s'obtient très simplement de la manière suivante. On détermine, par le dispositif **90** (*fig.* 156), l'impédance électrique et, par suite, si la résistance est connue, l'inductance électrique d'une bobine, d'abord sans noyau, ensuite avec les différents noyaux dont on veut déterminer l'action. L'inductance électrique est le coefficient de self-induction (**86** *c*) et le flux d'induction magnétique dans la bobine lui est proportionnel (**34** *a*). L'inductance électrique dans la bobine donne donc une mesure de l'amplitude du flux d'induction magnétique et par suite de l'impédance magnétique du noyau de la bobine dans les différents cas.

Une expérience, avec la bobine rectiligne déjà employée dans **101** et **102** et une fréquence de 100/sec, a donné les résultats suivants :

Digitized by Google

	Inductance en ohms.	G.
Bobine sans noyau	2,1	
Noyau de fer massif	20,5	9,7
Fil de fer de rayon $0^{mm},9$	46,6	22,1
» $0^{mm},35$	41,6	19,7
Noyau de cuivre massif	1,7	0,81
Noyau de limaille de fer	5,5	2,7

Qualitativement (*), ces nombres confirment les relations précédentes; le flux d'induction magnétique est très grand avec des noyaux de fils de fer, considérablement plus petit avec des noyaux de fer massif et très petit avec des noyaux de cuivre, inférieur même à celui obtenu sans noyau. Le noyau formé par de la limaille de fer enfermée dans un tube de verre sera étudié plus tard; les relations précédentes ne donnent aucune idée sur son action.

130. Plateau métallique. — Ces considérations simples et ces relations, données dans le cas d'anneaux métalliques ou de cylindres de fer très longs, sont aussi applicables aux plateaux métalliques, si ceux-ci sont placés dans un champ magnétique alternatif, de façon que l'induction magnétique soit dirigée normalement à leur surface et soit homogène sans l'existence du plateau.

a. Les relations sont très simples dans le cas où un plateau métallique non ferromagnétique remplit simplement, comme dans la bobine de la figure 199, la coupure d'air d'un anneau de fer lamellaire excité par une bobine à courant alternatif. D'après **27** *d*, la résistance magnétique du circuit magnétique est sensiblement identique à celle du plateau. Pour la répartition de l'induction magnétique sur la section, et pour l'amplitude du flux d'induction magnétique, les relations de **124** et de **127** sont applicables, en introduisant, dans la formule de x [**124**, égalité (1)], la conductibilité et la perméabilité du plateau (74).

b. Un cas moins simple, mais pratiquement plus important, est celui où le plateau métallique est dans l'air, c'est-à-dire dans un cir-

(*) On ne peut pas s'attendre à une concordance quantitative avec les résultats déduits précédemment, car ils sont obtenus dans le cas d'une bobine annulaire à noyau fermé et les expériences sont faites avec une bobine relativement courte et un noyau court. Dans ce cas, l'amplitude du flux d'induction magnétique ne dépend pas seulement de l'impédance magnétique du noyau de la bobine, mais aussi de la résistance magnétique du champ magnétique extérieur à la bobine. En outre, la perméabilité du fer n'était pas la même; c'est pour cela que G est plus grand avec des fils relativement épais qu'avec des fils plus minces.

Digitized by Google

cuit magnétique dont la résistance magnétique ne peut pas être négligée vis-à-vis de celle du plateau et éventuellement de son impédance magnétique. L'uniformité de l'induction magnétique doit être troublée par l'action du courant dans le plateau de métal, et l'amplitude du flux d'induction magnétique doit être diminuée par le plateau. On peut *a priori* s'attendre à ce que tout se passe, dans une mesure beaucoup plus faible, comme dans le dispositif *a*.

Le calcul de l'action d'un plateau suppose que le circuit magnétique, dont les lignes d'induction traversent le plateau, a partout la même section. La théorie ([75]) montre qu'on obtient la répartition des lignes d'induction magnétique et l'amplitude du flux d'induction magnétique presque exactement, en employant les relations de **124** et **127**, en introduisant dans l'expression de $\varkappa$ la conductibilité du plateau, et en remplaçant la perméabilité par la grandeur

$$\mu \frac{1}{1 + \frac{l}{d}\frac{\mu_0}{\mu}},$$

dans laquelle d est l'épaisseur du plateau et l la longueur moyenne d'une ligne d'induction magnétique dans l'air. Si le plateau est fait d'un métal non ferromagnétique $\mu = \mu_0$, cette grandeur, comme dans tous les cas se présentant dans la pratique où l sera très grand vis-à-vis de d, se réduira sensiblement à

$$\mu_0 \frac{d}{l}.$$

Donc [**124**, égalité (1)],

$$\varkappa = r\sqrt{\frac{\pi n \sigma \mu_0 d}{8 l v^2}},$$

et il résulte de **124** et **127** que :

L'action du plateau sur le champ magnétique alternatif sera, toutes choses égales d'ailleurs, d'autant plus considérable que la fréquence du champ, la conductibilité et l'épaisseur du plateau seront plus grandes. Il est très vraisemblable que cette proposition n'est pas seulement vraie dans le cas particulier pour lequel elle a été établie, mais aussi d'une façon générale.

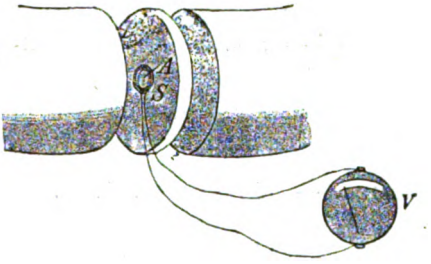
c. Vérification expérimentale. — Un plateau de cuivre, d'une épaisseur de 2^{cm} à 3^{cm}, est placé dans la coupure d'air de l'anneau de fer employé dans **119** *a* (*fig.* 213). On lance un courant alternatif dans l'enroulement de l'anneau. Une petite bobine S, qui est formée d'un grand nombre de spires fines et renfermant dans son circuit un volt-

Digitized by Google

mètre thermique, peut être placée en un point quelconque du plateau de cuivre. Si elle est placée au point A, au milieu du disque, le voltmètre indique 17; au point B au bord du disque, il indique 18; donc 6 pour 100 en plus qu'au milieu. Si l'on enlève le disque de cuivre et qu'on place aux points A et B la bobine S seule, le voltmètre indique dans ces deux positions 45. L'expérience montre donc que le disque de cuivre modifie le champ magnétique homogène, de façon que le flux d'induction magnétique, à l'intérieur du disque, soit plus faible qu'au bord; c'est analogue à ce qui fut établi dans **121** pour les cylindres de métal plus longs.

Cette expérience montre en outre que le disque de métal diminue l'amplitude du flux d'induction magnétique dans le circuit magné-

Fig. 213.



tique. Bien que le courant dans l'enroulement de l'anneau de fer et par suite la FMM extérieure le long du circuit magnétique fussent maintenus constants, l'amplitude du flux d'induction magnétique, aussi bien au point A qu'au point B, était, dans le rapport de 17 ou 18 à 45, plus faible que sans la présence du disque. Cette action du disque métallique est mise en évidence d'une façon plus frappante que par le dispositif de **119**.

131. Perte d'énergie par les courants parasites dans les cylindres ou les anneaux métalliques ([76]). — *a*. Le flux d'induction magnétique dans les cylindres métalliques, qui se trouvent dans les conditions de **122** *b* dans un champ alternatif magnétique, peut être déduit d'après **127** de la FMM extérieure par des relations de la forme de **112**, égalité (3); de même les relations de **114** doivent être applicables à un circuit magnétique qui est formé d'un tel cylindre métallique :

(1) $$L = \pi n \mathfrak{p}_m \pi n Q^2_{m\,\text{eff}},$$

Digitized by Google

L représentant dans ce cas la perte d'énergie due aux courants parasites. Donc, pour une fréquence déterminée et le même flux d'induction magnétique, la perte d'énergie par courant parasite est proportionnelle à l'inductance magnétique du noyau.

Si l'on introduit la FMM extérieure $\mathfrak{M}_a$ [**127**, égalité (1)], l'égalité (1) devient

$$(2) \qquad L = \frac{\pi n \mathfrak{p}_m}{\mathfrak{z}_m^2} \pi n \mathfrak{M}_{a\,\text{eff}}^2.$$

Cette égalité permet de comparer les pertes d'énergie correspondant à une même FMM extérieure, c'est-à-dire à un même courant dans la bobine magnétisante. Pour une même FMM extérieure, la perte d'énergie ne croît en aucune façon avec l'inductance magnétique du noyau. Si par exemple le cas limite I (**125**) se présente, l'égalité (2) devient

$$(2\,a) \qquad L = \frac{1}{2\pi n \mathfrak{p}_m} \pi n \mathfrak{M}_{a\,\text{eff}}^2 \qquad [\textbf{127}, \text{ égalité } (2)],$$

c'est-à-dire que la perte d'énergie sera d'autant plus petite que l'inductance magnétique sera plus grande.

b. Cas particulier. — *Fils de fer minces*. — On a sensiblement dans ce cas

$$\pi n \mathfrak{p}_m = \varkappa^2 w_m.$$

On déduit la valeur de $\varkappa$ de **124** *b*, celle de w_m de **27** *a*, et si l'on désigne la longueur du noyau par l, la section par q, il résulte de l'égalité (1)

$$L = r^2 n^2 \mathfrak{t}^2 \pi w_m Q_{m\,\text{eff}}^2 = r^2 (\pi n)^2 \sigma \frac{l}{q} \frac{1}{8\rho^2} Q_{m\,\text{eff}}^2 \quad (*).$$

La consommation d'énergie dans des fils minces est proportionnelle au carré du rayon, toutes choses égales d'ailleurs.

(*) En introduisant les unités C.G.S. (48 et 49) et en remarquant que $\pi^2\sigma$ est sensiblement égal à 10^{-3} (Table III), la consommation d'énergie pour un segment de noyau de 1^{cm} ($l = 1$) et de 1^{cm^2} de section ($q = 1$) sera approximativement

$$L = r^2(\pi n)^2 . 2\, Q_{m\,\text{eff}}^2 . 10^{-3}\ \text{C.G.S.} = r^2(\pi n)^2 Q_{m_0}^2 . 10^{-3}\ \text{C.G.S.}$$
$$= r^2(\pi n)^2 Q_{m_0}^2 . 10^{-10}\ \text{watt.}$$

Si l'on pose $4\pi Q_{m_0} = \mathfrak{B}_0$ égal au nombre maximum de lignes d'induction techniques, on aura la formule, employée en technique,

$$L = \left(\frac{r n \mathfrak{B}_0}{4 . 10^5}\right)^2 \text{watt} \quad (**).$$

Digitized by Google

Si l'on choisit des fils de plus en plus minces, la consommation d'énergie par les courants parasites décroît très rapidement. Malgré cela, l'avantage retiré de la diminution du rayon des fils de fer peut être pratiquement illusoire, car déjà, pour des fils médiocrement minces, la perte par hystérésis l'emporte sur celle due aux courants parasites; cette dernière peut donc être totalement indifférente.

c. Exemple. — Dans **128** sont données les valeurs de l'inductance magnétique $\pi n \mathfrak{p}_m$ et de l'impédance $\mathfrak{z}_m$ pour un cylindre de fer massif et pour un faisceau de fils de fer de 1^{mm} ou $0^{mm},5$ de rayon. De ces valeurs et de a, égalité (1), il résulte :

Pour un même flux d'induction, les consommations d'énergie sont dans les trois cas comme

$$325 : 4 : 1,$$

lorsque la résistance magnétique w_m du faisceau de fil est la même, pour un champ stationnaire, que celle du cylindre massif. La consommation d'énergie est donc, avec un cylindre massif, extraordinairement plus grande qu'avec des faisceaux de fils.

Les relations pour une même FMM, c'est-à-dire un même courant dans la bobine magnétisante, sont tout autres.

Les consommations d'énergie dans les trois cas sont, d'après l'égalité (2) et les nombres de **128**, comme

$$\frac{32,5}{50^2} : \frac{0,42}{1,14^2} : \frac{0,1}{1,01^2} = 13 : 32 : 10.$$

Le noyau massif consomme moins que le noyau de fils de 1^{mm} de rayon. La raison en est naturellement que, d'après **129**, le flux d'induction magnétique dans le noyau massif est beaucoup plus faible que dans les fils.

d. *Vérification expérimentale.* — La bobine utilisée dans **129** *d* est montée aux bornes d'un courant alternatif et pourvue d'une série de noyaux; la consommation d'énergie est déterminée par un wattmètre, le courant étant maintenu constant à l'aide d'un rhéostat (dans l'expérience suivante 2,70 amp.). Les nombres qui étaient lus directement sur le wattmètre sont réunis dans la colonne I du Tableau suivant. La bobine sans noyau consomme 5 watts. Si l'on retranche ce nombre des nombres de la colonne I, on obtient la consommation d'énergie avec les différents noyaux, mais avec le même courant dans la bobine, colonne II. Ces valeurs, divisées enfin par les nombres de **129**, donnent une mesure de la consommation d'énergie des

Digitized by Google

différents noyaux pour un même flux d'induction, colonne III :

	I.	II.	III.
	watts	watts	watts
Bobine sans noyau	5		
Noyau de fer massif	112	107	12
Fil de fer de rayon $0^{mm},9$	127	122	5,5
Fil de fer de rayon $0^{mm},35$	91	86	4,4
Noyau de cuivre massif	6	1	1,2
Noyau de limaille de fer	7	2	0,73

Ces nombres fournissent une vérification qualitative des propositions précédentes.

132. Lame de fer. — Comme les noyaux des bobines de réaction et des transformateurs sont presque toujours formés de lames de fer, il est intéressant de savoir comment des lames de fer se comportent dans un champ alternatif magnétique dont les lignes d'induction sont parallèles au plan de la lame.

a. Les résultats, auxquels on arrive par la théorie ([77]), sont tout à fait semblables à ceux obtenus avec les cylindres de fer.

Pour des plaques de fer épaisses, l'induction magnétique est maxima à la surface, et elle diminue vers l'intérieur de la plaque. L'impédance magnétique, avec des plateaux épais, est par suite beaucoup plus grande que la résistance magnétique dans un champ constant.

Avec des lames de fer minces, la répartition de l'induction magnétique sur une section n'est pas très différente de celle correspondant à un champ stationnaire; par suite, l'impédance magnétique est sensiblement égale à la résistance magnétique.

b. L'inductance magnétique d'une lame mince peut, comme pour des fils fins, être mise sous la forme

$$\pi n \mathfrak{p}_m = \varkappa_1^2 \omega_m,$$

$\varkappa_1$ ayant même forme que dans le cas des fils;

$$\varkappa_1 = 0,8\, d \sqrt{\frac{\pi n \sigma \mu}{8 v^2}},$$

d étant l'épaisseur de la lame; pour les fils, on avait

$$\varkappa = r \sqrt{\frac{\pi n \sigma \mu}{8 v^2}}.$$

c. On peut déduire la consommation d'énergie due aux courants

Digitized by Google

parasites des formules de **131** *b*, en remplaçant r par $0,8\,d$ (*). On a donc pour une lame mince :

La consommation d'énergie par les courants parasites est, toutes choses égales d'ailleurs, proportionnelle au carré de l'épaisseur de la lame.

(*) La consommation d'énergie dans 1^{cm^3} du noyau, déduite des relations du nota de 131 *b*, est

$$L = (0,8\,d)^2(\pi n)^2 Q^2_{m_0}.10^{-3}\ \text{C.G.S.},$$
$$L = (0,8\,d)^2(\pi n)^2 Q^2_{m_0}.10^{-10}\ \text{watt}.$$

Digitized by Google

CHAPITRE VI.

LES TRANSFORMATEURS TECHNIQUES ([78]).

133. Éléments d'un transformateur. — Le dispositif de **109** présente tous les éléments essentiels d'un transformateur :

a. Une ou plusieurs bobines dans lesquelles un courant alternatif est lancé de l'extérieur : bobine primaire ou enroulement primaire.

b. Un noyau de fer dans lequel un champ magnétique alternatif est créé par le courant primaire : noyau du transformateur.

c. Une deuxième bobine, ou plusieurs bobines, dans laquelle une FEM oscillatoire est induite par le champ magnétique alternatif : bobine secondaire ou enroulement secondaire.

Un transformateur idéal serait tel que toutes les lignes d'induction magnétique de la bobine primaire et de la bobine secondaire courent dans le noyau de fer, ce noyau étant lui-même sans hystérésis. Dans ce qui suit, on envisage toujours le transformateur idéal.

I. — Le transformateur a vide.

134. Rapport de la tension secondaire à la tension primaire. — Les relations dans un transformateur sont très simples, tant que le transformateur est *à vide* ou insensiblement chargé, c'est-à-dire tant que l'enroulement secondaire n'est parcouru par aucun courant ou, tout au plus, par un courant si faible que son action sur le champ magnétique du transformateur soit insignifiante. D'un tel transformateur on dit fréquemment, comme d'un moteur non chargé, qu'il marche à vide.

On appelle souvent le courant du circuit primaire, correspondant à la bobine secondaire non chargée, *courant de marche à vide.* Si ce courant de marche à vide est égal à i_1, et qu'il produise dans le noyau du transformateur un flux d'induction magnétique égal à Q_m, lequel induira dans le circuit secondaire une FEM égale à $\mathcal{E}_2$, il résultera

Digitized by Google

de **38** *d* que

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{1}{v} N_2 Q'_m,$$

$$\mathcal{E}_{20} = \frac{\pi n N_2}{v} Q_{m_0} \qquad (66).$$

Pour la FEM induite $\mathcal{E}_i$, dans le primaire,

$$\mathcal{E}_i = -\frac{1}{v} N_1 Q'_m,$$

$$\mathcal{E}_{i_0} = \frac{\pi n N_1}{v} Q_{m_0},$$

N_2 étant le nombre de spires du secondaire et N_1 du primaire.

Pour les transformateurs, construits tant soit peu correctement, l'inductance du transformateur à vide l'emporte de beaucoup sur la résistance. Pour le primaire, le cas de **88** *b* se présente donc, et l'on a avec une grande approximation

(1) $$\mathcal{E}_{i_0} = \mathcal{V}_{10},$$

$\mathcal{V}_1$ étant la tension entre les deux extrémités du primaire. Si, d'un autre côté, on place un voltmètre aux extrémités du secondaire, ou une autre grande résistance, on aura sensiblement, pour la tension $\mathcal{V}_2$ entre les deux pôles secondaires (*),

(2) $$\mathcal{V}_{2\text{eff}} = \mathcal{E}_{2\text{eff}},$$

donc

(3) $$\frac{\mathcal{V}_{2\text{eff}}}{\mathcal{V}_{1\text{eff}}} = \frac{N_2}{N_1}.$$

On appelle $\frac{\mathcal{V}_{2\text{eff}}}{\mathcal{V}_{1\text{eff}}}$ *le rapport de transformation*. Il est, pour un transformateur à vide, égal au rapport des nombres de spires du secondaire et du primaire.

Si donc le secondaire présente plus de spires que le primaire, le courant sera changé en un autre de plus grande tension. Dans le cas contraire, la tension du nouveau courant sera réduite.

135. Vérification expérimentale. — Presque tous les phénomènes qui se présenteront dans la suite peuvent être démontrés à l'aide du

(*) Si W_2 est cette résistance, w_2 la résistance de l'enroulement secondaire, on a

$$\mathcal{V}_{2\text{eff}} = i_{2\text{eff}} W_2 \quad \text{et} \quad \mathcal{E}_{2\text{eff}} = i_{2\text{eff}}(W_2 + w_2) \qquad (88\ a \text{ et } 90).$$

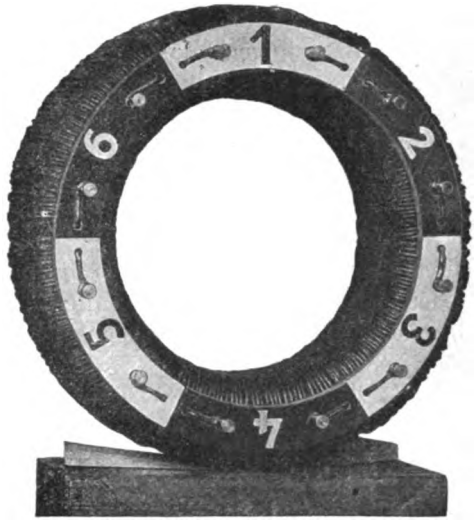
Tant que w_2 est petit vis-à-vis de W_2, on a sensiblement $\mathcal{V}_{2\text{eff}} = \mathcal{E}_{2\text{eff}}$.

Digitized by Google

modèle de transformateur (*) représenté par la figure 214. Il se compose essentiellement de six bobines semblables, enroulées sur un noyau lamellaire.

a. L'expérience suivante va démontrer que la tension secondaire est sensiblement proportionnelle au nombre de spires du secondaire, la bobine et la tension primaires restant les mêmes. La bobine primaire est constituée par une des six bobines du modèle de la figure 214

Fig. 214.



qui est reliée à une machine à courant alternatif de 120 volts. Le secondaire ne comprend qu'une seule bobine; une petite lampe de 5 bougies et 120 volts (**) brûle aussi bien qu'une lampe de même valeur placée directement sur le circuit alternatif de 120 volts. Si le secondaire se compose de 2, 3, 4, 5 bobines montées en série, c'est-à-dire comprend un nombre de spires 2, 3, 4, 5 fois plus grand, 2, 3, 4 ou 5 lampes de 120 volts, montées en série, brûleront aussi bien qu'une lampe unique de 120 volts, montée directement sur le circuit de la machine de 120 volts. Il en résulte que, pour des nombres de spires

(*) Ce modèle convient aussi aux expériences avec les champs tournants et les moteurs à courant triphasé (*voir* 167).

(**) Le courant dans ces petites lampes est si faible, qu'il ne donne aucune charge sensible à l'enroulement secondaire.

Digitized by Google

2, 3, 4, 5 fois plus grands, la tension secondaire devient aussi 2, 3, 4, 5 fois plus grande.

Si inversement on utilise deux bobines comme primaire et une comme secondaire, une lampe de 120 volts ne brûlera plus sur le secondaire. Elle devra être remplacée par une lampe de 60 volts. Deux de ces lampes brûleront aussi bien sur le primaire qu'une seule sur le secondaire.

b. On peut vérifier les relations de **134**, égalité (3), en plaçant des voltmètres aux extrémités du primaire et du secondaire. Avec le modèle de la figure 214 on obtient, de cette manière, les chiffres qui figurent au Tableau ci-dessous.

La tension secondaire étudiée est donc, dans tous les cas, approximativement 90 pour 100 de la tension prévue par la relation de **134**. La raison de cette divergence sera donnée plus tard (**143**). Avec les transformateurs techniques, une telle divergence est presque ou même tout à fait supprimée.

Nombre des bobines.			V_{2eff}		
Primaire.	Secondaire.	V_{1eff}.	d'après le voltmètre.	d'après le calcul.	Pour 100.
		volts	volts	volts	
5	1	129	22,5	25,8	87
4	1	129	28	32,2	87
3	1	129	38,5	43	88
2	1	129	56,5	64,5	88
1	1	129	119,5	129	93
1	2	129	230	258	89
1	3	129	340	387	88
1	4	129	451	516	87,5
1	5	129	572	645	89
2	4	129	234	258	91
4	2	129	56,5	64,5	88

c. Le Tableau précédent montre aussi que le rapport de transformation dépend seulement du rapport des nombres de spires.

On obtient presque la même tension secondaire, si l'on emploie un primaire et deux secondaires, ou deux primaires et quatre secondaires; il en est de même pour des rapports inverses.

d. Avec un transformateur présentant un très grand enroulement secondaire, on obtient de très hautes tensions. Toute bobine d'induction peut être employée dans ce but, en envoyant le courant alternatif dans le primaire. On obtient facilement de cette manière, avec des bobines d'induction de grandeur moyenne, des étincelles de 1^{cm} entre des boules d'environ 1^{cm} de rayon, réalisant ainsi une tension d'en-

Digitized by Google

viron 30000 volts (Table XIX) (*). On peut obtenir des courants secondaires sensiblement plus grands, à l'aide d'une FEM constante et d'un interrupteur. Si l'on peut employer des conducteurs de capacité beaucoup plus grande, on obtient alors des effets lumineux assez considérables, quand on relie au secondaire des tubes où l'on a fait le vide (**).

136. Rapport de phase. — Avec un circuit secondaire à vide, on a, pour le flux d'induction Q_m dans le noyau du transformateur, w_m

Fig. 215.

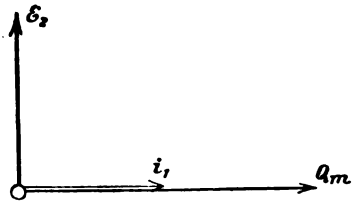
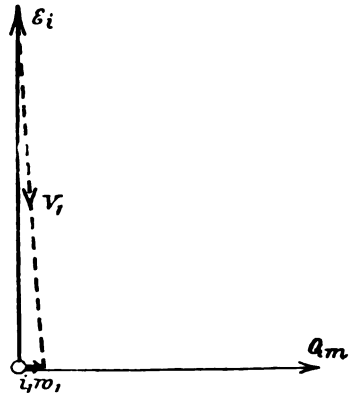


Fig. 216.



étant la résistance magnétique (**110** *a*) :

$$Q_m = \frac{\mathfrak{M}_a}{w_m} \quad \text{et} \quad \mathfrak{M}_a = \frac{N_1 i_1}{v},$$

c'est-à-dire que Q_m a même phase que la FMM $\mathfrak{M}_a$ et que i_1. Donc :

a. Pour le circuit secondaire

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{N_2}{v} Q'_m,$$

(*) Il est bien préférable d'employer des fréquences supérieures à celles usitées dans la Technique. L'amplitude du courant dans la bobine primaire est à peu près inversement proportionnelle à la fréquence pour la même tension primaire (88 *b*). On peut donc demander à la bobine primaire des tensions d'autant plus grandes que la fréquence est plus élevée. Avec 1000 alternances par seconde, on obtient au moins les mêmes tensions secondaires qu'en employant un courant continu interrompu (78 *a*).

(**) Ne pas oublier que les électrodes des tubes sont très chaudes et que les courants alternatifs à haute tension sont mortels!

Digitized by Google

donc

$$\measuredangle(\mathcal{E}_2, Q_m) = \measuredangle(\mathcal{E}_2, i_1) = 90^\circ \qquad (\textit{fig. } 215),$$

$\mathcal{E}_2$ diffère de i_1 de 90° dans la phase.

b. Pour le circuit primaire

$$\mathcal{E}_i = -\frac{N_1}{\varphi} Q'_m,$$

donc

$$\measuredangle(\mathcal{E}_i, i_1) = 90^\circ$$

et

$$\mathcal{E}_{i_0} = \frac{\pi n N_1}{\varphi} Q_{m_0} = \frac{\pi n}{\varphi^2} \frac{N_1^2}{w_m} i_{10} = \pi n p_1 i_{10} \qquad (34\ c).$$

Comme la résistance w_1 du primaire est, dans tous les cas, très petite vis-à-vis de l'inductance, le vecteur-diagramme se présente sous la forme donnée par la figure 216.

II. — Le transformateur en charge ([79]).

137. Flux d'induction dans le noyau du transformateur. — Quand le transformateur est en charge, un courant sensible passe dans la bobine secondaire, et le champ magnétique alternatif dans le noyau du transformateur est influencé par ce courant; des phénomènes analogues à ceux de **111** se présentent. Les effets du circuit secondaire (*voir* figure 198) (**113**) sont les suivants :

a. Le flux d'induction Q_m est en retard sur la FMM extérieure $\mathfrak{M}_a$, et par suite sur le courant primaire i_1, d'un angle de phase φ_m.

b. Pour un même courant primaire, l'amplitude du flux d'induction sera plus petite que dans le fonctionnement à vide. Si, pour un transformateur marchant à vide et un courant primaire déterminé, elle est égale à $(Q_m)_0$, dans le fonctionnement en charge et le même courant primaire elle est égale à Q_{m_0}; on a

$$Q_{m_0} = \eta (Q_m)_0.$$

Dans **111** on a donné la manière de calculer les grandeurs η et φ_m (ou à leur place $\mathfrak{w}_m$ et $\mathfrak{p}_m$), en partant des grandeurs du circuit secondaire. Lorsqu'elles sont déterminées, il est inutile alors de se préoccuper du circuit secondaire.

138. La FEM secondaire. — Relativement au circuit secondaire, il faut encore étudier comment agissent les variations du flux d'induction sur la FEM induite $\mathcal{E}_2$ dans le circuit secondaire.

Digitized by Google

On a généralement (**38** *d*)

$$(1) \qquad \mathcal{E}_2 = -\frac{N_2}{v} Q'_m,$$

$\mathcal{E}_2$ est en retard sur Q_m d'un angle phase de 90°; il en résulte que $\mathcal{E}_2$ est en retard sur $\mathfrak{M}_a$ et sur le courant primaire, non plus comme dans un transformateur à vide de 90°, mais de $90° + \varphi_m$.

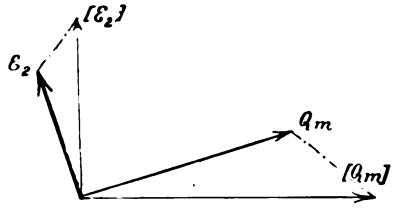
Pour l'amplitude de $\mathcal{E}_2$, on a (**66**)

$$(2) \qquad \mathcal{E}_{20} = \frac{\pi n N_2}{v} Q_{m_0} = \eta \frac{\pi n N_2}{v} (Q_m)_0 = \eta (\mathcal{E}_2)_0,$$

$(\mathcal{E}_2)$ représentant la FEM dans la marche à vide.

C'est-à-dire que, pour un même courant primaire, l'amplitude de la FEM secondaire est, par rapport à celle de la marche à vide, dimi-

Fig. 217.



nuée dans la proportion de η à 1. Inversement on obtiendra, avec un transformateur en charge, la même FEM secondaire que dans la marche à vide, en prenant un courant primaire plus fort dans le rapport de 1 à η.

Dans la figure 217, les diagrammes sont donnés pour des transformateurs en charge (traits forts) et à vide (traits fins), et ce pour un même courant primaire.

139. Le circuit primaire. — *a*. La FEM induite $\mathcal{E}_i$ (*fig.* 218) se déduit (**134**) de la relation

$$(1) \qquad \mathcal{E}_i = -\frac{N_1}{v} Q'_m.$$

L'angle phase, dont elle est en retard sur i_1, n'est pas de 90°, mais comme pour $\mathcal{E}_2$ de $90° + \varphi_m$. Son amplitude est

$$(2) \qquad \mathcal{E}_{i_0} = \frac{\pi n N_1}{v} Q_{m_0} = \eta (\mathcal{E}_i)_0 = \eta \pi n p_1 i_{10},$$

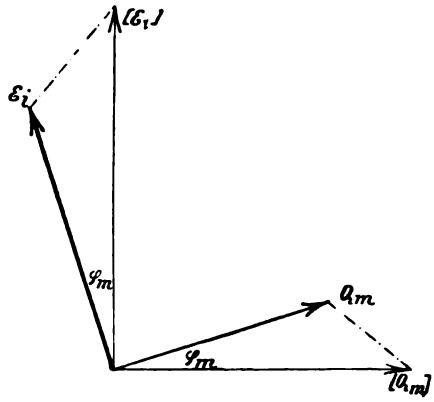
c'est-à-dire qu'elle est, pour un même courant primaire, η fois plus

Digitized by Google

petite que dans la marche à vide. Donc, pour obtenir la même FEM induite $\mathcal{E}_i$, on doit augmenter le courant primaire, dans le fonctionnement en charge, dans le rapport de 1 à η.

b. Le vecteur-diagramme, qui dans le primaire donne la relation

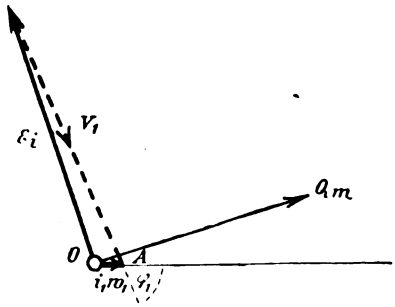
Fig. 218.



entre le courant i_1, la tension $\mathcal{V}_1$ et la FEM induite $\mathcal{E}_i$, a la forme de la figure 219. Ces relations sont toutes différentes de celles des circuits de courant alternatif habituels (*fig.* 151), ou, ce qui revient au même, de celles relatives à un transformateur dans la marche à vide. Elles sont tout à fait analogues aux relations de **112** ([80]).

Un examen des diagrammes des figures 216 et 219 montre immé-

Fig. 219.



diatement que la charge de la bobine secondaire entraîne une diminution de la différence de phase φ_1 entre le courant primaire i_1 et la tension primaire $\mathcal{V}_1$.

c. Si l'on veut rétablir les mêmes relations sommaires entre le

Digitized by Google

courant i_1 et la tension $\mathcal{V}_1$, analogues à celles déduites de la figure 215 ou 142, il suffit de suivre le procédé donné dans **112**.

On combine les diagrammes des vecteurs des figures 216 et 219 dans la figure 220.

Fig. 220.

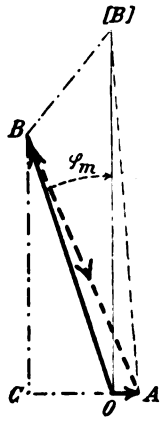
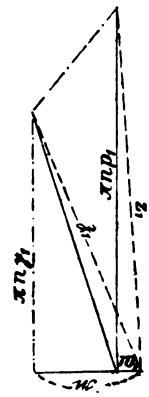


Fig. 221.



On a alors [**139**, égalité (2)]

$$OC = \mathcal{E}_{i_0} \sin\varphi_m = \pi n p_1 \eta \sin\varphi_m i_{10},$$
$$BC = \mathcal{E}_{i_0} \cos\varphi_m = \pi n p_1 \eta \cos\varphi_m i_{10}.$$

On pose

$$(3) \qquad \begin{cases} \mathfrak{w}_1 = w_1 + \pi n p_1 \eta \sin\varphi_m, \\ \pi n \mathfrak{p}_1 = \pi n p_1 \eta \cos\varphi_m; \end{cases}$$

donc

$$AC = \mathfrak{w}_1 i_{10},$$
$$BC = \pi n \mathfrak{p}_1 i_{10},$$

et les relations entre i_1 et $\mathcal{V}_1$ (**87** *a* et *fig.* 151) se déduisent du triangle ABC, comme pour les circuits de courant alternatif habituels ou un transformateur à vide :

$$(4) \qquad \begin{cases} i_{10} = \dfrac{\mathcal{V}_{10}}{\mathfrak{z}_1}, \\ \mathfrak{z}_1 = \sqrt{\mathfrak{w}_1^2 + (\pi n \mathfrak{p}_1)^2}, \\ \operatorname{tang}\varphi_1 = (\operatorname{tang} i_1, \mathcal{V}_1) = \dfrac{\pi n \mathfrak{p}_1}{\mathfrak{w}_1}. \end{cases}$$

Par analogie avec **112** *c*, on peut ainsi traduire la relation de la résistance effective actuelle $\mathfrak{w}_1$ et de l'inductance actuelle $n\pi\mathfrak{p}_1$ avec les précédentes w_1 et $\pi n p_1$, qui sont représentées dans la figure 221.

Digitized by Google

La charge de la bobine secondaire a pour effet de faire subir à la bobine primaire un accroissement sensible de sa résistance

$$(\pi n p_1 \eta \sin \varphi_m)$$

et une diminution sensible de son inductance et par suite de son coefficient de self-induction (dans le rapport de $\eta \cos \varphi_m$ à 1).

L'intérêt de cette remarque apparaîtra plus tard.

140. Rapport d'utilisation réelle des transformateurs techniques. — *a.* Les conditions dans lesquelles les transformateurs sont utilisés en technique sont principalement caractérisées par les points suivants :

a_1. La bobine primaire est parcourue par un courant alternatif d'une amplitude de tension constante : $\mathcal{V}_{10}$ constant.

a_2. La résistance w_1 de la bobine primaire est si petite que, non seulement dans la marche à vide comme on l'avait supposé jusqu'à présent (**134**), mais aussi pour la charge maxima, c'est-à-dire pour les courants les plus intenses qu'on puisse admettre, $i_{1\text{eff}} w_1$ est toujours très petit vis-à-vis de $\mathcal{V}_{1\text{eff}}$.

a_3. Ceci est exactement applicable à la bobine secondaire.

La résistance est si faible que, même pour la charge maxima, $i_{2\text{eff}} w_2$ est très petit vis-à-vis de $\mathcal{V}_{2\text{eff}}$.

Le Tableau suivant permet une vérification de a_2 et a_3. Les trois transformateurs, dans cette expérience, appartiennent à trois types tout à fait différents. Il en est de même pour tous les transformateurs employés.

b. Il résulte de a_2 que, dans le triangle OAB (*fig.* 219 ou 220), étant donné l'angle possible, le côté OA est toujours très petit par rapport au côté AB et par suite les côtés OB et AB doivent être presque égaux, AB représentant le vecteur de $\mathcal{V}_1$ et OB celui de $\mathcal{E}_i$. Ceci signifie que, dans l'hypothèse de a_1, l'amplitude de la FEM $\mathcal{E}_i$ induite dans l'enroulement primaire doit être toujours sensiblement la même.

TABLEAU I.

	Primaire.				Secondaire.			
	w_1.	$i_{1\text{eff}}$ maximum.	$i_{1\text{eff}} w_1$.	$\mathcal{V}_{1\text{eff}}$.	w_2.	$i_{2\text{eff}}$ maximum.	$i_{2\text{eff}} w_2$.	$\mathcal{V}_{2\text{eff}}$ pour la charge maxima.
	ohms	amp.		volts	ohm	amp.		volts
Transformateur Westinghouse de 6500 watts	5,95	2,77	16,5	2400	0,011	64,7	0,71	98,6
Transformateur Kapp de 4000 watts	11,38	1,75	19,9	2400	0,024	40,89	0,83	97,1
Transformateur à hérisson de Swinburne de 3000 watts	24	1,57	37,6	2400	0,051	30,2	1,54	99

Digitized by Google

D'où il résulte, d'après **139**, égalité (2), que l'amplitude du flux d'induction Q_m dans le noyau du transformateur doit être sensiblement constante. L'amplitude de $\mathcal{E}_2$ doit être aussi, d'après **138**, égalité (2), sensiblement constante. D'après les conditions a_3, l'amplitude de $\mathcal{E}_2$ diffère seulement très peu de celle de $\mathcal{V}_2$, tension aux extrémités de la bobine secondaire. Ce qui est applicable à $\mathcal{E}_2$ doit donc être applicable à $\mathcal{V}_2$, avec à peu près la même exactitude.

Le résultat est le suivant : dans un transformateur technique, dont le primaire est soumis à une tension d'amplitude constante, l'amplitude du flux d'induction dans le noyau du transformateur et la tension entre les extrémités du secondaire sont sensiblement constantes, pour toutes les charges admissibles.

c. Le Tableau II permet de vérifier ces résultats. On a utilisé les mêmes transformateurs que ceux qui ont servi à calculer le Tableau I. Ce qui précède est applicable à tous les transformateurs techniques.

TABLEAU II.

	Westinghouse, 6500 watts.	Kapp, 4000 watts.	Swinburn 3000 watts.
	volts	volts	volts
Marche à vide.....	101	99	101,8
Charge moyenne.....	100	98,1	100,3
Charge maxima.....	98,6	97,1	99

d. Avec les hypothèses données, les relations des transformateurs se simplifient.

Par exemple, les relations (3) de **139**, pour une charge en quelque sorte considérable, deviennent

$$\mathfrak{w}_1 = \pi n p_1 \mathfrak{r}_1 \sin\varphi_m,$$
$$\pi n \mathfrak{p}_1 = \pi n p_1 \mathfrak{r}_1 \cos\varphi_m,$$

d'où

$$\mathfrak{z}_1 = \mathfrak{r}_1 \pi n p_1,$$
$$\operatorname{tang}\varphi_1 = \frac{1}{\operatorname{tang}\varphi_m},$$
$$\varphi_1 = 90^\circ - \varphi_m \quad (*).$$

L'impédance effective $\mathfrak{z}_1$ et l'angle de phase φ_1 dans le primaire se déterminent donc à l'aide des grandeurs $\mathfrak{r}_1$, définie dans **113**, et φ_m d'une manière extrêmement simple.

(*) Cela résulte immédiatement aussi de la figure 220 lorsque OA est très petit par rapport à AB.

Digitized by Google

Dans le cas d'une charge sans induction dans la bobine secondaire, les relations se simplifient encore davantage.

Comme maintenant $\eta = \cos\varphi_m$ (**113** *a*), tout s'exprime en fonction de l'angle φ_m :

$$\mathfrak{w}_1 = \pi n p_1 \sin\varphi_m \cos\varphi_m,$$
$$\pi n \mathfrak{p}_1 = \pi n p_1 \cos^2\varphi_m,$$
$$\mathfrak{z}_1 = \pi n p_1 \cos\varphi_m$$

et

$$(1) \qquad i_{10} = \frac{\mathfrak{V}_{10}}{\pi n p_1} \frac{1}{\cos\varphi_m}.$$

En outre, il résulte de **111**, égalités (2) et (3), et de **88** *a* que, pour une amplitude constante de la tension secondaire, on a

$$(2) \qquad \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{tang}\varphi_m \sim i_{2\text{eff}}, \\ \qquad\quad \sim L_2 \qquad (96). \end{array} \right.$$

L'angle φ_m sera donc d'autant plus grand que la charge de la bobine secondaire sera elle-même plus grande.

141. Influence de l'hystérésis. — *a*. La négligence de la perte d'énergie, due à l'hystérésis (**104**) dans le noyau du transformateur, ne constitue pas une grande faute dans le cas d'un transformateur à noyau de fer ouvert (**106** *c*), par exemple un transformateur à hérisson (**149**). Pour ce transformateur, avec les chiffres de **140**, Tableaux I et II, on a pour la marche à vide

$$\cos\varphi_1 = 0{,}07,$$
$$\varphi_1 = 86^\circ \text{ environ.}$$

Le diagramme de marche à vide (*fig.* 216) en donne les relations importantes. La différence de phase φ_1, pour la marche à vide, est voisine de 90°. La différence de phase diminue, comme dans **140** *d*, avec une charge croissante (sans induction). Pour la charge maxima (sans induction), $\cos\varphi_1$ n'atteint pas tout à fait la valeur 0,9, φ_1 ne s'abaisse pas au-dessous de 25° (*fig.* 222, courbe I).

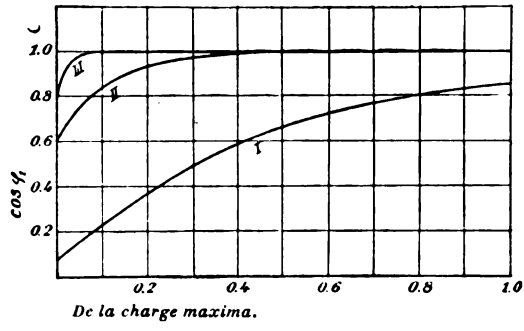
b. Pour les transformateurs à noyau de fer fermé, les pertes d'énergie dues à l'hystérésis doivent, d'après **106** *c*, être importantes. Tant que le transformateur n'est pas chargé, elles jouent le rôle prépondérant dans la consommation d'énergie, aux lieu et place du développement de chaleur du courant de marche à vide. Il en résulte (**106** *c*) que l'angle de phase, dans la marche à vide ou pour une très faible charge, dépend dans une large mesure de la perte d'énergie due à l'hystérésis et est beaucoup plus petit qu'on ne s'y attendait,

Digitized by Google

d'après **136** *b*. Pour les transformateurs à noyau fermé, $\cos\varphi_1$ oscille, dans la marche à vide, entre 0,5 et 0,8 correspondant à un angle phase de 60° à 37°.

Une conséquence est que, dans ces transformateurs, s'ils sont chargés sans induction, $\cos\varphi_1$ est, pour une charge moyenne, pratiquement égal à 1. Le courant et la tension dans le circuit primaire ont pratiquement même phase. La figure **222**, dans laquelle $\cos\varphi_1$ est

Fig. 222.



représenté en fonction de la charge (sans induction) pour des transformateurs de Westinghouse ou de Kapp (**140**, Tableaux I et II), montre que cela a lieu pour le transformateur Kapp (courbe II) dans la moitié de la charge maxima, et pour le transformateur Westinghouse (courbe III) pour environ $\frac{1}{10}$ de la charge maxima. Cet état une fois atteint, les relations dans le transformateur deviennent simples. Le courant primaire est sensiblement proportionnel au secondaire, comme on peut s'en rendre compte facilement.

142. Relations de l'énergie. Régulation automatique du transport d'énergie. — *a*. Il est évident que toute l'énergie, utilisée dans le circuit secondaire, provient finalement de la machine à courant alternatif sur laquelle est branché le circuit primaire. Seule la machine à courant alternatif peut produire, d'une façon durable, de l'énergie électrique.

Les relations dans les transformateurs doivent être telles que, plus on utilise d'énergie dans le circuit secondaire, plus il sera consommé d'énergie de la machine dans le primaire. Le transformateur doit donc régler automatiquement le transport d'énergie d'après les besoins de la consommation.

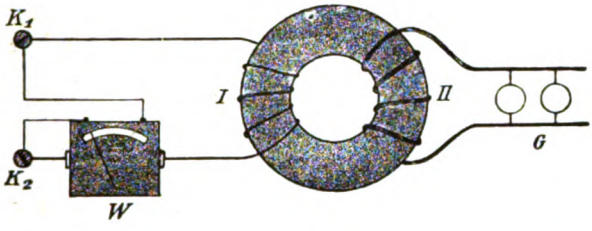
b. Une expérience simple montre que c'est ce qui se produit. L'enroulement primaire I (quatre bobines du modèle représenté figure 214)

Digitized by Google

est relié à un wattmètre de démonstration W et aux deux bornes K_1 et K_2 d'un courant alternatif de 120 volts.

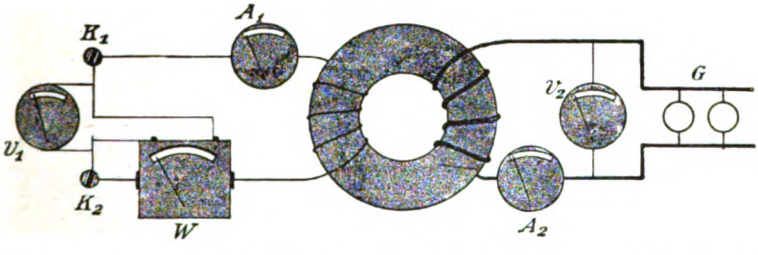
Sur l'enroulement secondaire II (deux bobines) peuvent être montées des lampes à incandescence de 60 volts. Si aucune lampe n'est

Fig. 223.



montée sur le circuit, le wattmètre indique 40 watts, perte d'énergie qui est causée en première ligne par l'hystérésis. Si l'on introduit, l'une après l'autre, les lampes dans le circuit secondaire, l'indication du wattmètre croît à chaque nouvelle lampe introduite. Bien qu'il n'y

Fig. 224.



ait rien de changé au circuit primaire, le transport d'énergie s'accroît de lui-même si l'on prend plus d'énergie à la bobine secondaire.

Pour des mesures exactes, faites avec un wattmètre de précision (*fig.* 224), on obtient le Tableau suivant qui montre la régulation automatique quantitative du transport d'énergie :

TABLEAU III.

Nombre de lampes.	$\mathcal{V}_{2\text{eff}}$.	$i_{2\text{eff}}$.	L_2 (*) $= i_{2\text{eff}}\mathcal{V}_{2\text{eff}}$.	$\mathcal{V}_{1\text{eff}}$.	$i_{1\text{eff}}$.	$i_{1\text{eff}}\mathcal{V}_{1\text{eff}}$.	L_1.	$\cos\varphi_1 = \frac{L_1}{i_{1\text{eff}}\mathcal{V}_{1\text{eff}}}$.	φ_1.	$L_1 - L_2$.
	volts	amp.	watts	volts	amp.	watts	watts		°	watts
0	64	0	0	128	0,41	52	35	0,67	52	35
1	60,5	0,96	58	126	0,86	108	98	0,90	25	40
2	59	1,61	95	126	1,20	151	140	0,93	22	45
3	56	2,29	128	128	1,53	196	181	0,94	19	53

(*) *Voir* 88 *a* et 96.

Digitized by Google

La chute rapide de la tension secondaire montre que le modèle ne donne les relations réelles (**140** *c*) des transformateurs techniques que d'une manière tout à fait imparfaite. Pour donner une idée des divergences des résultats obtenus avec un tel transformateur, qui est pourtant à noyau fermé, on a annexé le Tableau suivant relatif au transformateur Kapp (**140**) :

TABLEAU IV.

$\mathcal{V}_{2\text{eff}}$.	$i_{2\text{eff}}$.	L_2.	$\mathcal{V}_{1\text{eff}}$.	$i_{1\text{eff}}$.	$i_{1\text{eff}}\mathcal{V}_{1\text{eff}}$.	L_1.	$\cos\varphi_1 = \frac{L_1}{i_{1\text{eff}}\mathcal{V}_{1\text{eff}}}$.	φ_1.	$L_1 - L_2$.	Rendement $\frac{L_2}{L_1}100$.
volts	amp.	watts	volts	amp.	watts	watts			watts	pour 100
99,0	0	0	2400	0,145	348	152	0,61	52	152	0
99,0	1,00	99	»	0,160	384	265	0,66	49	166	37,4
98,9	2,89	286	»	0,229	549	445	0,81	36	159	64,3
98,8	4,87	481	»	0,304	729	640	0,88	28	159	75,2
98,8	7,17	708	»	0,374	897	868	0,97	14	160	81,6
98,0	10,81	1060	»	0,519	1245	1225	0,98	11	165	86,5
98,6	14,63	1443	»	0,675	1620	1609	0,99	8	166	89,7
98,2	18,52	1819	»	0,831	1994	1988	1,00	0	169	91,5
98,0	22,25	2183	»	0,981	2354	2358	1,00	0	178	92,5
97,9	25,95	2541	»	1,136	2726	2745	1,01 (*)	0	204	92,6
97,7	29,80	2912	»	1,288	3091	3100	1,00	0	188	94,0
97,4	35,27	3436	»	1,520	3648	3658	1,00	0	222	93,9
97,1	40,89	3971	»	1,750	4200	4207	1,00	0	236	94,4

On peut, à l'aide de ce Tableau, suivre la régulation automatique du transport d'énergie dans le circuit primaire, d'après les consommations d'énergie dans le circuit secondaire.

c. Une simple réflexion permet de se rendre compte comment cette régulation automatique se produit.

L'énergie électrique L_1 qui est empruntée au circuit primaire de la machine est

$$L_1 = i_{1\text{eff}}\mathcal{V}_{1\text{eff}}\cos\varphi_1 \qquad (96).$$

La charge de la bobine secondaire, pour une tension primaire $\mathcal{V}_1$ restant la même, entraîne les conséquences suivantes :

1° $i_{1\text{eff}}$ devient plus grand (**139** *a* et **140** *b*), donc $\mathfrak{z}_1$ devient plus petit [**139**, égalité (4)].

2° φ_1 devient plus petit (**139** *b*), donc $\cos\varphi_1$ devient plus grand. Les deux agissent donc, dans le même sens, pour augmenter le transport d'énergie du circuit primaire. La diminution de l'impédance effec-

(*) Cette valeur impossible montre simplement que les observations ne sont pas assez exactes pour donner $\cos\varphi_1$ à 1 pour 100 près.

Digitized by Google

tive $\mathfrak{z}_1$ et de l'angle phase φ_1 est donc le moyen par lequel la régulation automatique est obtenue. Dans les Tableaux III et IV précédents, qui donnent tous deux les relations pour une charge essentiellement sans induction, on peut étudier la diminution de l'angle de phase et l'augmentation du courant primaire.

d. La preuve quantitative qu'un noyau de fer, abstraction faite de l'hystérésis, transmet du circuit primaire autant d'énergie qu'il en est consommé dans le circuit secondaire est élémentaire à faire.

L'expression de L_1, en employant les égalités (4) de **139**, sera

$$L_1 = i_{1\text{eff}}^2 \mathfrak{w}_1. \tag{1}$$

La consommation d'énergie dans le circuit primaire sera aussi bien déterminée par la résistance effective $\mathfrak{w}_1$ que, dans le cas d'un circuit de courant alternatif habituel, par la résistance ohmique w_1 (**96** *b*).

Si l'on tire la valeur de $\mathfrak{w}_1$ de **139**, égalité (3), on a

$$L_1 = i_{1\text{eff}}^2 w_1 + \pi n p_1 \eta \sin\varphi_m i_{1\text{eff}}^2.$$

La première quantité est l'énergie consommée dans l'enroulement primaire sous forme de chaleur de Joule; la deuxième quantité n'est autre que l'énergie du circuit secondaire.

On a en effet

$$\pi n p_1 \eta \sin\varphi_m i_{1\text{eff}}^2 = \pi n p_1 \eta i_{1\text{eff}} \times \sin\varphi_m i_{1\text{eff}},$$

$$\pi n p_1 \eta i_{1\text{eff}} = \mathcal{E}_{i\text{eff}} = \frac{\pi n N_1}{v} Q_{m\text{eff}} \qquad [\textbf{139}, \text{ égalité } (2)];$$

d'un autre côté,

$$Q_{m_0} = \frac{\mathfrak{M}_{a_0}}{\mathfrak{z}_m} \qquad (\textbf{112 } b)$$

$$= \frac{N_1 i_{10}}{v \mathfrak{z}_m},$$

donc

$$i_{1\text{eff}} = Q_{m\text{eff}} \frac{v \mathfrak{z}_m}{N_1};$$

en outre

$$\sin\varphi_m = \frac{\pi n \mathfrak{p}_m}{\mathfrak{z}_m}.$$

Finalement on obtient

$$\pi n p_1 \eta \sin\varphi_m i_{1\text{eff}}^2 = \pi n \mathfrak{p}_m \pi n Q_{m\text{eff}}^2.$$

D'après **114** *c*, ceci représente l'énergie du circuit magnétique du transformateur, cédée à l'enroulement secondaire du transformateur dans une seconde et consommée par celui-ci.

Digitized by Google

III. — Dispersion des transformateurs.

143. Dispersion d'un transformateur dans la marche à vide. — Si toutes les lignes d'induction magnétique des bobines primaire et secondaire courent dans le noyau du transformateur, comme on l'a supposé dans **133** et dans la suite, la disposition des bobines sur le noyau du transformateur doit être indifférente.

Cela n'est pas tout à fait exact pour un transformateur marchant à vide. Si l'on choisit, dans le modèle de la figure 214, comme bobine primaire la bobine n° **1** et comme secondaire d'abord la bobine n° **2**, puis la bobine n° **3**, un voltmètre relié à ces bobines indique, pour la bobine **2**, 117 volts et, pour la bobine **3**, 106 volts; la bobine **1** étant dans les deux cas parcourue par un courant de 128 volts.

Comme l'amplitude de la FEM induite dans le secondaire est proportionnelle à l'amplitude du flux d'induction à l'intérieur de la bobine considérée, il en résulte que l'amplitude du flux d'induction dans la bobine **3**, située à une certaine distance de la bobine primaire, est plus faible que dans la bobine **2**, qui est au voisinage immédiat de la bobine primaire. Les lignes d'induction magnétique étant des courbes fermées (**28**), aucune ne peut se terminer dans le noyau du transformateur. La différence du nombre de lignes d'induction, dans les bobines **2** et **3**, ne peut donc provenir que du fait qu'une partie des lignes d'induction sort du noyau dans l'air ou, comme on dit, que le transformateur présente de la *dispersion*.

C'est cette dispersion qui fait que, dans la bobine **2**, la FEM n'est pas de 128 volts, comme on aurait pu le supposer d'après l'égalité du nombre de spires du primaire et du secondaire (**134**). C'est à la dispersion qu'il faut attribuer les différences des nombres observés et calculés, donnés dans le Tableau **135** *b*.

144. Dispersion d'un transformateur chargé. Une seule bobine primaire et une seule secondaire. — *a*. Si dans le dispositif de **143** la bobine secondaire (bobine **2** ou **3**) est mise en charge, en montant des lampes sur son circuit, on obtient les nombres suivants :

$i_{2\,eff.}$	$\mathcal{V}_{2\,eff.}$ Bobine 2.	$\mathcal{V}_{2\,eff.}$ Bobine 3.	
amp.	volts	volts	
à vide	117	106	1,10
0,95	115	103	1,12
1,7	114	99,5	1,14
2,4	111	97,5	1,14
3,1	109	96	1,13
3,8	108	94	1,15
4,4	107	91	1,18

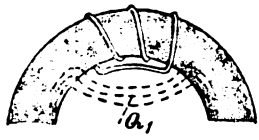
Digitized by Google

Les nombres de la quatrième colonne donnent le rapport de la tension secondaire dans la bobine **2** à celle de la bobine **3**. Ils donnent une mesure directe de la dispersion et montrent que la dispersion du transformateur croît avec la charge. L'accroissement n'est assurément pas très grand. Le noyau de fer compact du modèle de transformateur ne permet pas une grande dispersion, et les fils relativement fins des bobines ne permettent pas une très grande charge.

b. L'accroissement de la dispersion avec la charge devient beaucoup plus frappant si l'on emploie, pour l'expérience suivante, le dispositif de la figure 188 (**109**), qui présente un noyau de fer beaucoup plus mince et une bobine secondaire S_2 à fils beaucoup plus gros.

La bobine S_2 n'est d'abord pas fermée. Les lampes de 120 volts, montées sur S_3, brillent à peu près pareillement, que S_3 se trouve à la place A ou à la place B. Le voltmètre fermé sur S_3 indique pour la position A 114 volts et pour la position B 102 volts; ce qui montre

Fig. 225.



que le flux d'induction au point A est un peu plus intense qu'au point B; la dispersion est donc faible.

La bobine S_2 est maintenant en court-circuit. Le voltmètre indique, pour un même courant en S_1, au point A 71 volts et au point B 8 volts. Une lampe à incandescence de 65 volts, montée sur S_3, s'allume au point A, mais s'éteint si la bobine S_3 est transportée au point B.

L'explication de ce phénomène se déduit immédiatement de **111**. Quand la bobine S_2 est en court-circuit, l'anneau de fer, et particulièrement la partie entourée par S_2, présente une très grande impédance magnétique. Les lignes d'induction magnétique, maintenant que l'anneau de fer leur oppose une beaucoup plus grande résistance, sortent en plus grand nombre dans l'air; ceci se produit en particulier pour les parties de l'anneau entourées par S_2.

Plus exactement, on obtient la relation suivante, en admettant que la direction des lignes d'induction dans l'air, la configuration du champ de dispersion, n'est pas sensiblement modifiée par la fermeture de la bobine S_2. Soient Q_m le nombre des lignes d'induction qui traversent S_2, Q_1 le flux d'induction et w_{m_1} la résistance magnétique du champ de dispersion (voir *fig.* 225). Tant que S_2 est ouverte,

Digitized by Google

on a

$$\frac{Q_{10}}{Q_{m_0}} = \frac{w_m}{w_{m_1}} \qquad (27\ c);$$

si S_2 est en court-circuit,

$$\frac{Q_{10}}{Q_{m_0}} = \frac{z_m}{w_{m_1}} \qquad (111\ d).$$

La dispersion d'une bobine en court-circuit, mesurée par $\frac{Q_{10}}{Q_{m_0}}$, est vis-à-vis de la dispersion de cette même bobine ouverte, comme l'impédance magnétique de la partie de l'anneau entourée par S_2 est vis-à-vis de la résistance magnétique de cette même partie. L'impédance magnétique étant plus grande que la résistance magnétique, la dispersion avec la bobine S_2 fermée doit être plus grande qu'avec la bobine ouverte.

145. Dispersion avec un transformateur chargé. Plusieurs bobines primaires et secondaires. — On emploiera comme bobine primaire quatre bobines du modèle de transformateur (*fig.* 214), et deux bobines comme bobines secondaires. Ces deux dispositifs seront :

	Dispositif A.	Dispositif B.
Bobine primaire.....	1 + 2 + 4 + 5	1 + 2 + 3 + 4
Bobine secondaire.....	3 + 6	5 + 6

Dans le dispositif B, toutes les bobines primaires et secondaires sont à se suivre.

Dans le dispositif A, les primaires et les secondaires alternent les unes avec les autres.

Si l'on ferme le primaire sur un courant alternatif de 128 volts, on obtient pour la tension secondaire, correspondant aux différents courants secondaires, les nombres suivants :

$i_{2\text{eff.}}$	$\mathcal{V}_{2\text{eff.}}$ Dispositif A.	$\mathcal{V}_{2\text{eff.}}$ Dispositif B.	$\mathcal{V}_{2(A)} : \mathcal{V}_{2(B)}$.
	volts	volts	
Marche à vide	64	61	1,05
amp.			
2,2	56,5	43	1,31
3,0	53	30,5	1,74
3,3	51,5	23	2,24

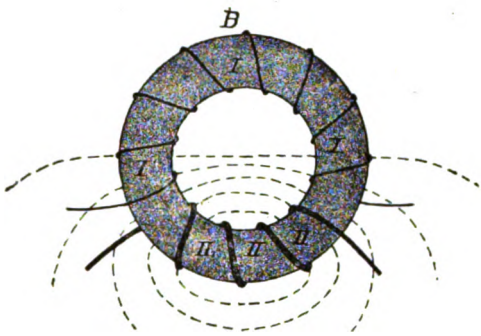
Ils montrent que le dispositif B, même pour un transformateur non en charge, est plus défavorable que le dispositif A, et que cette différence croît rapidement avec la charge.

Digitized by Google

Les rapports mesurés trouvent dans ce cas leur explication (voir *fig.* 226 et 227).

Avec le dispositif B, il existe un champ de dispersion unique. La grandeur de la dispersion est mesurable (144 *b*) par l'impédance

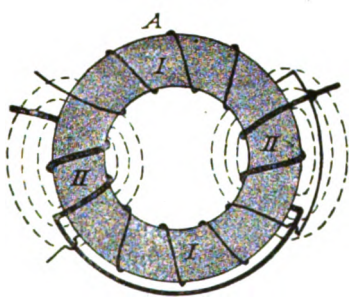
Fig. 226.



magnétique des deux bobines secondaires montées en série; l'impédance magnétique est le double de celle d'une seule bobine secondaire. Dans le dispositif A (*fig.* 227), il existe deux champs de dispersion. Chacun d'eux peut être mesuré par l'impédance magnétique d'une seule bobine secondaire, qui est la moitié de l'impédance magnétique dans le dispositif B.

L'existence de deux champs de dispersion n'influe nullement sur le

Fig. 227.



rapport des lignes d'induction traversant les bobines secondaires à celles traversant l'air. Ce rapport reste le même, qu'il existe un seul champ de dispersion ou qu'il en existe un grand nombre.

Il faut considérer que, pour le dispositif A, l'état du champ de dis-

Digitized by Google

persion est tout autre que pour le dispositif B. Le fait, que les longueurs des lignes d'induction dans le dispositif A sont en général plus petites, produirait une diminution de la résistance magnétique du champ de dispersion dans le cas A. Mais par ailleurs, dans le cas B le champ de dispersion a un très grand développement, donc une très grande section, tandis que les lignes d'induction dans le cas A sont très concentrées. C'est pourquoi il est vraisemblable que la résistance du champ de dispersion dans le cas A est beaucoup plus grande que dans le cas B. C'est ce qui se produit réellement.

Le résultat est donc que l'impédance magnétique de la partie du noyau du transformateur entourée par des spirales est dans le cas B le double de celle dans le cas A; la résistance du champ de dispersion est en même temps plus petite. D'après **144** *b*, ces deux causes agissent dans le même sens pour diminuer la dispersion dans le dispositif A par rapport à celle dans le dispositif B.

Cette considération, uniquement qualitative, montre cependant qu'il est possible de réduire beaucoup la dispersion.

Il suffit donc de diviser dans le plus grand nombre possible de bobines le primaire et le secondaire, et de disposer les bobines primaires et secondaires alternant les unes avec les autres sur le noyau du transformateur.

Avec les transformateurs techniques on peut arriver à rendre la dispersion pratique presque négligeable, au moins avec les transformateurs à noyau fermé. Déjà, avec le dispositif A dans le modèle de transformateur précédent, il arrive que 128 volts de tension primaire, comme le montre le Tableau, produisent dans le secondaire 64 volts avec un rapport du nombre de spires égal à 2:1, donc que la tension donnée par le voltmètre est exactement égale à celle donnée théoriquement (**134**).

146. Perte d'énergie par dispersion. — La dispersion consiste, d'après **144**, en ce que le circuit primaire produit un champ magnétique, qui n'est que partiellement utilisé par le circuit secondaire. Certes, l'énergie employée par un circuit de courant alternatif pour produire un champ magnétique ne subit aucune perte, car, à la disparition de ce champ, son énergie retourne entièrement au circuit (**97**). Dans un transformateur, la dispersion entraîne une perte d'énergie, et cela pour deux raisons.

a. Si le champ de dispersion se trouve en partie dans le fer, il est aussi consommé de l'énergie par hystérésis et éventuellement par les courants parasites (**102** et **104**).

b. On supposera tout d'abord qu'il n'existe aucune dispersion.

Digitized by Google

Soit Q_m le flux d'induction dans l'enroulement secondaire; on suppose qu'il fournisse une certaine énergie L_2. Si le dispositif est modifié de façon que toutes les lignes d'induction ne traversent pas la bobine secondaire, qu'il existe donc de la dispersion, il en résulte que, avec le même courant primaire, le flux d'induction à travers les bobines secondaires et par suite l'énergie produite seront plus faibles. Pour leur faire atteindre leurs valeurs précédentes, il faut augmenter le courant primaire (*). Cet accroissement du courant primaire entraîne un plus grand développement de chaleur dans le primaire, dans les induits de la machine, et dans les conducteurs qui relient le primaire à la machine. Il entraîne donc un accroissement de la perte d'énergie. Pour montrer la perte d'énergie par dispersion, on peut faire l'expérience suivante. Dans le dispositif de **142** *b* (*fig.* 224), on emploie le transformateur d'abord avec le montage A (*fig.* 227) et ensuite avec le montage B (*fig.* 226). On obtient les chiffres suivants :

	L_2.	L_1.	$L_1 - L_2$.
	watts	watts	watts
Montage A	94	139	45
Montage B	94	148	54

Pour obtenir la même charge dans le circuit secondaire, il faut, avec le montage B, 9 watts ou environ 6 pour 100 en plus dans le circuit primaire.

IV. — Construction technique des transformateurs.

147. Noyaux de transformateurs fermés ou ouverts. — La question de construction des noyaux des transformateurs n'est pas aussi simple que pour les bobines de réaction. Il est vraisemblable que, de deux transformateurs, le meilleur est celui qui, dans le cours du même espace de temps, environ une année, pour la même quantité d'énergie reçue, aura consommé le moins pour lui-même. Le transformateur n'étant pas en charge toute l'année, il ne peut donner aucune mesure sur le rendement utile moyen $\left(\frac{\text{énergie secondaire}}{\text{énergie primaire}}\right)$ lorsqu'il est considéré en charge. La perte d'énergie dans la marche à vide est tout aussi importante. Une comparaison des transformateurs à noyaux fermés avec ceux à noyaux ouverts fournit les résultats suivants :

(*) L'étude de la variation des relations, due à la dispersion dans un transformateur, s'appuie sur les considérations de 139.

Digitized by Google

a. Perte d'énergie dans la marche à vide. — La consommation d'énergie dans la marche à vide, le courant primaire étant (i_1), est, d'après **96**, égale à

$$\mathcal{V}_{1\text{eff}}(i_{1\text{eff}})\cos\varphi_1.$$

D'après **141**, pour les transformateurs à noyau fermé, $\cos\varphi_1$ est relativement grand; pour les transformateurs à noyau ouvert, il est très petit. D'un autre côté, comme le montre le Tableau I, le courant (i_1) de marche à vide est pour les premiers beaucoup plus petit que pour les derniers, parce que les noyaux fermés présentent une très grande impédance (**106** *d*). L'action de ces deux facteurs a, comme résultat, que la perte d'énergie dans la marche à vide avec les transformateurs à noyau ouvert et avec ceux à noyau fermé n'est pas sensiblement différente.

TABLEAU I.

		$(i_{1\text{eff}})$ (*). amp.	$\cos\varphi_1$.	L_1. watts
Noyau de fer fermé.	Transformateur Westinghouse de 6500 watts	0,05	0,79	95
	Transformateur Kapp de 4000 watts	0,145	0,61	152
Noyau de fer ouvert.	Transformateur à hérisson de Swinburne de 6000 watts	1,194	0,053	156
	Transformateur à hérisson de Swinburne de 3000 watts	0,74	0,063	112

b. Rendement. — Le rendement en charge, pour les trois types de transformateurs employés précédemment comme exemple, est le suivant :

TABLEAU II.

		Charge moyenne. pour 100	Charge maxima. pour 100
Noyau de fer fermé.	Transformateur Westinghouse de 6500 watts	95,8	96,9
	Transformateur Kapp de 4000 watts	91,8	94,4
Noyau de fer ouvert.	Transformateur à hérisson de Swinburne de 3000 watts	91,1	94

D'après cela, le transformateur à hérisson se rapproche du trans-

(*) $\mathcal{V}_{1\text{eff}} = 2400$ volts.

Digitized by Google

formateur de Westinghouse (*), mais il se rapproche encore beaucoup plus du transformateur de Kapp qui a aussi un noyau fermé.

c. Jusqu'ici l'on n'a considéré que les pertes d'énergie dans les transformateurs. Si l'on cherche quel est le genre de transformateur qui est le plus avantageux pour une transmission d'énergie, on doit aussi considérer la perte d'énergie dans le conducteur qui relie la machine au transformateur. Le meilleur des transformateurs est donc celui qui, dans son ensemble, consomme le moins d'énergie. Ni la perte dans la marche à vide mesurée au laboratoire, ni le rendement du transformateur seul, ne peuvent donner une mesure exacte.

Si w est la résistance du conducteur (éventuellement aussi des induits de l'alternateur), la charge perdue dans ce conducteur est égale à $i_{1\text{eff}}^2 w$.

Le courant de marche à vide, pour les transformateurs à noyau ouvert, est plus grand que pour ceux à noyau fermé (Tableau I); donc, dans la marche à vide, la perte d'énergie dans le conducteur est plus grande avec les transformateurs à noyau ouvert qu'avec ceux à noyau fermé.

Pour une charge moyenne, $\cos\varphi_1$ est plus petit avec les transformateurs à noyau ouvert (*fig.* 222). Pour amener à un transformateur une charge déterminée ($\mathcal{V}_{1\text{eff}} i_{1\text{eff}} \cos\varphi_1$) à la même tension, le courant primaire devra être plus fort avec les transformateurs à noyau ouvert.

Pour une charge moyenne on a $\cos\varphi_1 = 0,7$ avec un transformateur à hérisson de 3000 watts, pour un transformateur à noyau fermé $\cos\varphi_1 = 1$. Avec le premier le courant primaire doit donc être supérieur à celui nécessaire avec le second, dans le rapport de 1 à 0,7. Donc la perte d'énergie dans le conducteur sera à peu près double avec les transformateurs à noyau ouvert.

Aussi bien à vide qu'en charge, il y a donc désavantage pour les transformateurs à noyau ouvert. Comme ils ne présentent aucun avantage dans les cas étudiés en *a* et *b*, il ne résulte de la comparaison que des désavantages pour les transformateurs à noyau ouvert.

A cela s'ajoutent d'autres inconvénients, en particulier une plus grande dispersion, et par suite (144) une diminution plus grande de la tension secondaire. Ils présentent cependant quelques avantages. En résumé, on ne construit actuellement qu'un très petit nombre de transformateurs à circuit magnétique ouvert.

(*) Il faut d'ailleurs se rappeler que le transformateur de Westinghouse est construit pour de fortes charges et que, en général, les transformateurs pour charges élevées donnent les meilleurs rendements.

Digitized by Google

148. Transformateurs à noyau fermé. — *a. Transformateur pour*

Fig. 228.

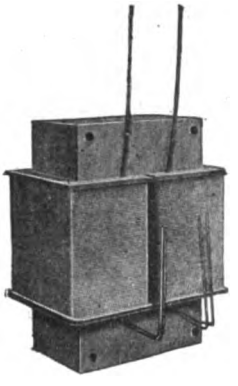


Fig. 229.

courant alternatif simple. — La forme de transformateur représentée

Fig. 230.

par le modèle (*fig.* 214), dans lequel le noyau se compose d'un

Fig. 231.

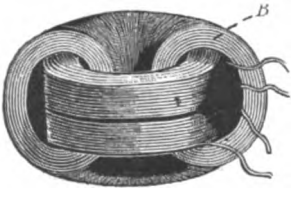
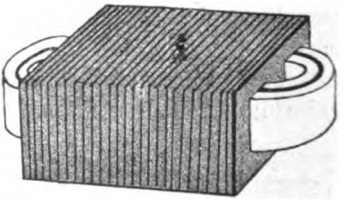


Fig. 232.



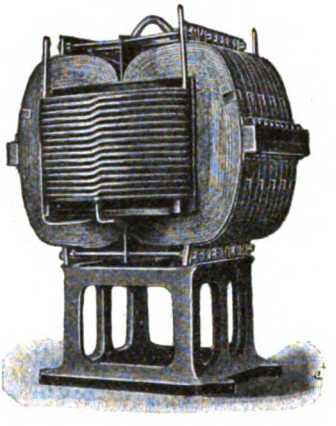
anneau de fer sur lequel sont enroulés le primaire et le secondaire,

Digitized by Google

est appelée *transformateur à anneau*. Actuellement on n'en construit presque plus. Une forme s'écartant peu de celle-ci, mais plus simple à

Fig. 233.

Fig. 234.



construire, est celle du transformateur de la figure 228 (Ganz et Cie, à Budapest), ou de la figure 229 (Hélios, à Cologne). La forme de la

Fig. 235.

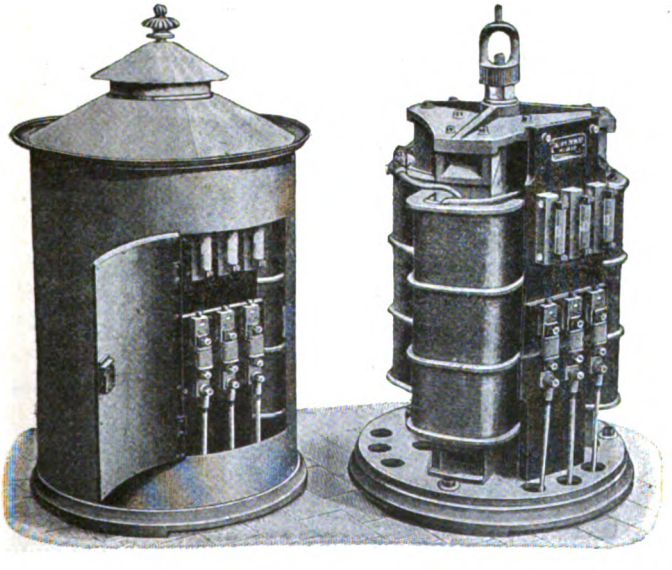


figure 228 est analogue en tous points au transformateur de Kapp représenté figure 230.

Digitized by Google

Comme inversion du transformateur à anneau, la figure 231 représente un transformateur à enveloppe ou transformateur à noyau extérieur. L'enroulement primaire et l'enroulement secondaire forment un anneau entouré par les plaques B du transformateur.

Le dispositif de transformateur de Westinghouse est représenté schématiquement figure 232. La figure 233 indique le montage de ce transformateur; en cela il est peu différent du transformateur de Ferranti (*fig.* 234), construit spécialement pour les hautes tensions. Dans ce dernier le plan de l'enroulement des bobines est horizontal. Les lames sont disposées dans l'espace intérieur aux bobines et sont réunies en un circuit fermé. L'isolement des bobines est assuré dans ce transformateur par des matières solides ou par l'air. On emploie généralement un isolement à l'huile pour des tensions de 10000 volts.

b. Pour les courants triphasés, les transformateurs doivent présenter autant de circuits magnétiques qu'il y a de phases. Une forme de transformateur, employée dans ce cas, a pour noyau trois cylindres disposés verticalement ou horizontalement et reliés ensemble à leurs extrémités par des colliers; sur ces cylindres sont enroulés les primaires et les secondaires des trois phases.

La figure 235 montre le dispositif de Siemens et Halske; à gauche il est représenté avec son enveloppe.

149. Transformateurs à noyau ouvert. — La figure 236 donne un

Fig. 236.

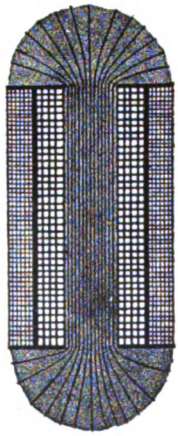


Fig. 237.

schéma et la figure 237 une vue d'ensemble de la seule forme étudiée ici, le transformateur à hérisson de Swinburne.

Le noyau cylindrique se compose de fils de fer qui se prolongent

Digitized by Google

un peu au delà de l'extrémité de la bobine et qui s'épanouissent vers l'extérieur pour offrir aux lignes d'induction magnétique un chemin dans le fer de grande étendue et de faible résistance magnétique. Le but est d'empêcher les lignes d'induction de sortir trop tôt du noyau de fer et de causer ainsi une grande dispersion magnétique.

150. Avantages de la transformation. — A Strasbourg, la Centrale électrique produit des courants triphasés de 3000 volts efficaces; sur les machines à courant triphasé sont couplées les bobines primaires des transformateurs, qui sont répartis dans toute la ville. L'enroulement secondaire de chaque transformateur fournit, aux maisons avoisinantes, un courant de 120 volts efficaces. On peut se demander pourquoi dans ce cas, et dans les cas analogues, on emploie ce chemin détourné de la transformation? Pourquoi ne produit-on pas, à la Centrale, un courant à la tension à laquelle il sera employé dans les maisons?

a. Une considération simple montre que, partout où il s'agit du transport d'énergie à grande distance, l'emploi des hautes tensions est indispensable.

A Strasbourg, il est consommé environ 600000 watts. Le courant i_{eff} doit donc être :

A 3000 volts d'au moins 200 ampères,

A 120 volts d'au moins 5000 ampères.

La consommation d'énergie dans les conducteurs, dont la résistance est w, est égale à $i^2_{eff} w$. Il en résulte qu'à 120 volts elle est 600 fois plus grande qu'à 3000 volts. L'emploi de 120 volts serait donc, dans ce cas, extraordinairement plus désavantageux que celui de 3000 volts. On peut obvier à cela en prenant pour 120 volts un conducteur de section 600 fois plus grande.

Le calcul suivant donne quelques précisions.

On doit rechercher que, pour 120 volts comme pour 3000 volts, 5 pour 100 seulement de l'énergie totale, soit 30000 watts, soient consommés dans les conducteurs. Il en résulte que les conducteurs doivent présenter des résistances w telles que :

$$\text{Pour 3000 volts } w < \frac{3000}{200^2} = 0{,}75 \text{ ohm},$$

$$\text{Pour 120 volts } w < \frac{30000}{5000^2} = 0{,}0012 \text{ ohm}.$$

L'éloignement moyen des différents quartiers de la ville à la Centrale est à Strasbourg de 1^{km}, donc pour le conducteur d'aller et de

Digitized by Google

retour 2^{km}. En admettant qu'il n'y ait qu'un seul fil d'aller et un seul de retour, et la résistance d'un fil de cuivre de 1^{m} de longueur et de 1^{mm^2} de section étant d'environ $\frac{1}{55}$ d'ohm (Table III), la section du conducteur doit être :

Pour 3000 volts d'au moins 48^{mm^2},
Pour 120 volts d'au moins 30000^{mm^2}.

Si l'on admet comme poids spécifique du cuivre 8,8, pour prix du kilo $2^{fr},50$, on obtient comme poids total d'un conducteur de 2^{km} de longueur, et comme prix du cuivre :

Pour 3000 volts 422^{kg} coûtant 1055^{fr},
Pour 120 volts 264000^{kg} coûtant 660000^{fr}.

Si ces nombres et toutes ces considérations sont assez arbitraires, ils donnent cependant une idée exacte des inconvénients de la disposition qui consisterait à faire produire directement par les machines de la Centrale un courant à 120 volts.

L'emploi à Strasbourg du courant triphasé, ce qui nécessite trois et non pas deux conducteurs, ne change en rien ce qui vient d'être dit, car on démontre très simplement qu'avec les courants triphasés la section totale des trois conducteurs est égale à la section totale des deux conducteurs dans le cas du courant alternatif simple.

b. De tout ceci on peut conclure que, pour le transport d'énergie à grande distance, *a fortiori* à une très grande distance, l'emploi des hautes tensions est indispensable. Mais, d'un autre côté, l'usage direct des hautes tensions dans les maisons doit être exclu, à cause des difficultés d'isolement et du grand danger qui en résulte. Les courants alternatifs de fréquence usuelle, dont la tension s'élève à quelques centaines de volts, sont très dangereux.

La transformation rend possible l'emploi des hautes tensions pour le transport de l'énergie et des basses tensions pour les usages domestiques.

c. Avec le courant continu, on retrouve les mêmes nécessités qu'avec le courant alternatif : de hautes tensions pour le transport, de basses pour l'usage. Mais il est difficile de satisfaire ces nécessités :

1° Les machines à courant continu à hautes tensions sont difficiles à construire.

2° La transformation de hautes tensions en basses tensions réclame des machines spéciales, qui ont besoin de plus de soins et absorbent plus d'énergie que les transformateurs de courant alternatif, et en outre sont soumises à l'usure des parties mobiles.

L'avantage de la transformation simple est la principale raison de

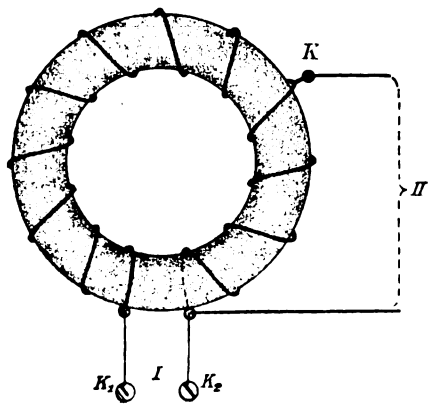
Digitized by Google

l'emploi général des courants alternatifs ou triphasés, de préférence au courant continu, dès qu'il s'agit de transporter de l'énergie à grande distance.

V. — Transformateurs a une seule bobine.

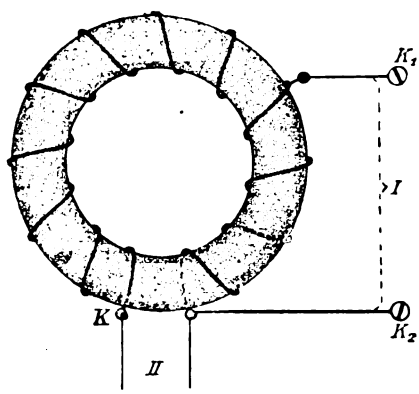
151. Description. — Les transformateurs à bobine unique, enroulée sur un noyau de fer, sont tout différents de ceux décrits jusqu'ici. Le

Fig. 238.



courant primaire est amené aux extrémités K_1 et K_2 (*fig.* 238) de cette bobine unique, et le courant transformé est recueilli en deux points

Fig. 239.



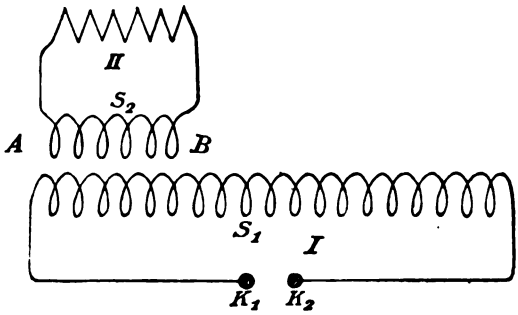
quelconques de la bobine; on emploie aussi le dispositif inverse (*fig.* 239).

Digitized by Google

Il sera commode, dans la suite, d'appeler *bobine primaire* cette partie de la bobine aux extrémités de laquelle est amené le courant à transformer; dans la figure 238 c'est toute la bobine, dans la figure 239 c'est la partie K_1K_2. On appellera *bobine secondaire* cette partie de la bobine aux extrémités de laquelle on recueille le courant transformé, K_2K dans la bobine de la figure 238, toute la bobine dans la figure 239.

152. Relations avec le transformateur à deux bobines. Couplage magnétique et galvanique. — *a*. Soit un transformateur à deux bobines (*fig.* 240), dont le secondaire S_2 est enroulé au voisinage de

Fig. 240.



la partie AB du primaire, comme le montre la figure 241. La bobine secondaire sera ensuite réunie à la partie AB du primaire, de façon que l'ensemble constitue un transformateur à bobine unique (*fig.* 242). Cette réunion, en supposant que le courant soit resté le même dans les deux bobines, n'a pas modifié le flux d'induction magnétique dans

Fig. 241.

le noyau de fer; on peut en conclure que le dispositif de la figure 242 produit une action analogue à celle du dispositif de la figure 240; par suite les relations des transformateurs à deux bobines doivent être applicables aux transformateurs à une seule bobine.

Cela n'est cependant pas exact. Dans le transformateur à deux

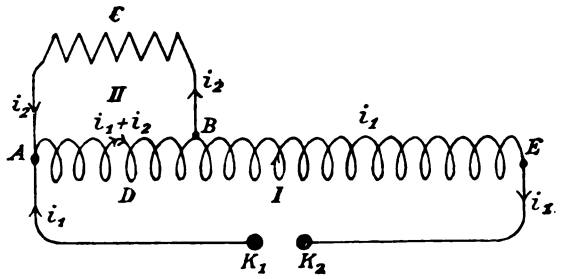
Digitized by Google

bobines, le primaire et le secondaire n'agissent l'un sur l'autre que par l'intermédiaire du champ magnétique alternatif; leur action alternative est un couplage magnétique pur (*).

Si l'on pouvait éloigner le champ magnétique alternatif, ou le remplacer par un champ magnétique constant en lançant dans le primaire un courant constant, les réactions mutuelles des deux circuits disparaîtraient; dans le circuit secondaire il ne passerait plus aucun courant.

Les phénomènes qui se produisent dans les transformateurs à une bobine sont différents (*fig.* 242). Si on lance dans le primaire AE un

Fig. 242.



courant constant, ici encore les influences magnétiques des deux circuits disparaissent. Malgré cela, il passe dans le circuit secondaire un courant. La raison en est que, tant qu'un courant parcourt le primaire, il existe entre les points A et B une certaine tension $\mathfrak{V}$ (25 *b*) qui produit nécessairement un courant i_2 dans le conducteur ACB et par suite dans le circuit secondaire. Comme de plus ce courant i_2 parcourt la partie ADB du primaire, les relations dans le primaire doivent être modifiées.

Il existe donc une action alternative des deux circuits, sans que le champ magnétique y joue un rôle quelconque. On nomme cette action mutuelle des deux circuits, qui ont une partie commune, *couplage galvanique.*

b. Plus exactement, avec le couplage galvanique et un courant constant (*fig.* 242), on a les relations suivantes dans le conducteur ACB :

$$i_2 w_2 = \mathfrak{V},$$

(*) D'après M. Wein (*1) deux circuits sont couplés magnétiquement lorsque les lignes d'induction magnétique de l'un des circuits traversent l'autre circuit, et que par suite chaque variation de courant dans un circuit produit par induction une FEM dans l'autre.

Digitized by Google

$\mathcal{V}$ étant la tension de B vis-à-vis de A, w_2 la résistance, i_2 le courant dans le conducteur ACB. Dans ADB (résistance $= w$)

$$(i_1 + i_2)\, w = -\mathcal{V}.$$

Des deux égalités il résulte

$$(1) \qquad i_2\,(w + w_2) = -i_1 w.$$

Si l'on suppose maintenant le circuit secondaire isolé du primaire, il faut, pour que le même courant soit maintenu, qu'une FEM $\mathcal{E}_g$ agisse, déterminée par

$$i_2\,(w + w_2) = \mathcal{E}_g$$

ou, d'après l'égalité (1),

$$(2) \qquad \mathcal{E}_g = -i_1 w.$$

Donc, dans le cas d'un courant constant : on peut considérer le circuit secondaire comme isolé du circuit primaire en ajoutant à la FEM déjà existante une FEM $\mathcal{E}_g = -i_1 w$, due au couplage galvanique.

c. La conclusion est la même lorsque le dispositif de la figure 242 est parcouru par un courant alternatif; c'est le cas des transformateurs à une bobine ([82]). Ici encore, on obtiendra le courant dans le secondaire en ajoutant à la FEM $\mathcal{E}_2$ due au champ magnétique, c'est-à-dire due au couplage magnétique, la FEM $\mathcal{E}_g = -i_1 w$ due au couplage galvanique.

Dans le conducteur ACB on a

$$i_2 w_2 = \mathcal{V} - p_2 i'_2 \qquad [87, \text{ égalité } (1)],$$

p_2 étant le coefficient de self-induction du conducteur ACB.

Dans le conducteur ADB on a

$$(i_1 + i_2)\, w = -\mathcal{V} + \mathcal{E}_2,$$

si $\mathcal{E}_2$ représente la FEM induite dans le secondaire par le champ magnétique. Il en résulte

$$\begin{aligned} i_2\,(w + w_2) &= \mathcal{E}_2 - p_2 i'_2 - i_1 w, \\ &= \mathcal{E}_2 - p_2 i'_2 + \mathcal{E}_g; \end{aligned}$$

tandis qu'avec le transformateur à deux bobines le courant, dans le secondaire, est représenté par

$$i_2\,(w + w_2) = \mathcal{E}_2 - p_2 i'_2 \qquad [87, \text{ égalité } (2)].$$

De la même manière, on peut montrer qu'on obtient exactement les mêmes phénomènes dans le primaire, en augmentant la force électro-

Digitized by Google

motrice existante de la FEM $-i_1 w$ due au couplage avec le circuit secondaire.

d. La question suivante est particulièrement intéressante : Dans quelles circonstances la FEM due au couplage est-elle suffisamment petite, pour être pratiquement négligeable vis-à-vis de la FEM induite par le champ magnétique; et, par suite, dans quel cas les relations des transformateurs à deux bobines sont-elles applicables aux transformateurs à une bobine?

Soit i_1 le courant dans le primaire. On a (**38** *e*)

$$\mathcal{E}_2 = -p_{12} i'_1,$$

p_{12} étant le coefficient d'induction mutuelle des deux bobines (**33**), donc (**66**)

$$\mathcal{E}_{20} = \pi n p_{12} i_{10}.$$

Pour la FEM $\mathcal{E}_g$ produite par le couplage galvanique, il résulte de l'égalité (2)

$$\mathcal{E}_{g0} = w i_{10}.$$

Les amplitudes des deux FEM sont dans le rapport $w : \pi n p_{12}$. Si donc la résistance de la partie commune des deux bobines est petite vis-à-vis de leur coefficient d'induction mutuelle multiplié par πn, l'influence du couplage galvanique sera négligeable vis-à-vis de celle du couplage magnétique.

Pour les transformateurs à une bobine employés en technique, cette condition est remplie; ils présentent, comme les transformateurs à deux bobines, relativement peu de spires de gros fil de cuivre (w très petit), qui sont enroulées sur un noyau de fer doux le plus compact possible [w_m très petit, d'où p_{12} grand (**33** *b*)]. Les relations établies aux paragraphes I et II pour les transformateurs à deux bobines leur sont donc applicables avec une grande approximation.

153. Rapport de transformation des transformateurs non chargés. — On doit vérifier expérimentalement, au moins dans un cas, que les relations des transformateurs à deux bobines sont sensiblement applicables aux transformateurs à une seule bobine. Le rapport de la tension secondaire $\mathcal{V}_{2\text{eff}}$ à la tension primaire $\mathcal{V}_{1\text{eff}}$, le rapport de transformation pour un transformateur non chargé, se déduit de **134** :

$$\frac{\mathcal{V}_{2\text{eff}}}{\mathcal{V}_{1\text{eff}}} = \frac{N_2}{N_1}. \tag{1}$$

La tension du courant doit donc, dans le dispositif de la figure 239, être élevée dans le rapport du nombre des spires; et dans le dispositif de la figure 238, elle doit être abaissée dans le même rapport.

Digitized by Google

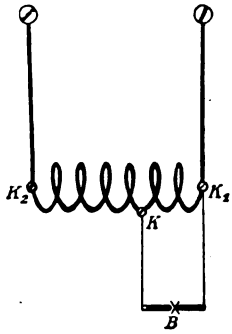
a. Pour démontrer ceci expérimentalement, on peut employer le modèle de la figure 214.

Pour montrer l'élévation, on branche la bobine 1 aux conducteurs d'un courant alternatif. Comme bobine secondaire on emploie successivement les séries de bobines 1 + 2, 1 + 2 + 3, etc., et l'on place en dérivation un voltmètre de haute résistance (*). On obtient avec une tension primaire de 126 volts les nombres suivants :

Bobines secondaires.	$\mathcal{V}_{2eff.}$	$\mathcal{V}_{2eff} : \mathcal{V}_{1eff.}$	$N_2 : N_1$.
	volts		
1 + 2	252	2,0	2
1 + 2 + 3	367	2,9	3
1 + 2 + 3 + 4	475	3,8	4
1 + 2 + 3 + 4 + 5	583	4,6	5
1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6	702	5,6	6

Pour démontrer l'abaissement, on emploie comme bobine primaire

Fig. 243.



l'ensemble des six bobines du modèle montées en série. Les nombres que donne un voltmètre thermique placé aux extrémités du secondaire correspondent à une tension primaire de 126 volts.

Bobines secondaires.	$\mathcal{V}_{2eff.}$	$\mathcal{V}_{1eff} : \mathcal{V}_{2eff.}$	$N_1 : N_2$.
	volts		
1	20	6,3	6 : 1 = 6
1 + 2	42	3,0	6 : 2 = 3
1 + 2 + 3	63,5	2,0	6 : 3 = 2
1 + 2 + 3 + 4	85	1,5	6 : 4 = 1,5
1 + 2 + 3 + 4 + 5	107	1,2	6 : 5 = 1,2

(*) Si l'on veut simplement démontrer l'élévation ou l'abaissement de la tension produit par la transformation, on remplace le voltmètre par des lampes à incandescence.

Digitized by Google

Les nombres sont mieux d'accord avec la relation égalité (1) que dans le cas d'un transformateur à deux bobines (135 *b*).

b. Pour étudier l'action des transformateurs à une bobine, une bobine de réaction quelconque peut être utilisée, en montant une borne K au milieu de l'enroulement en outre des bornes des extrémités (*fig.* 243). Si l'on relie les bornes extérieures K_1 et K_2 à un conducteur primaire de 120 volts, on aura aux bornes K et K_1, ou K et K_2, un courant de 60 volts. Si, inversement, le courant primaire de 120 volts est mis aux bornes K et K_1, ou K et K_2, on obtient entre les bornes K_1 et K_2 une tension de 240 volts.

154. Utilisation pratique. — On emploie pratiquement des transformateurs à une bobine, en particulier pour l'exploitation de lampes à arc à courant alternatif alimentées par un courant à 120 volts. Pour obtenir les basses tensions exigées par ces lampes, on emploie fréquemment, au lieu d'une bobine de réaction et avec le même avantage, un transformateur à bobine unique appelé *transformateur de lampe,* ou *transformateur économique,* ou *autotransformateur.*

Dans le dispositif le plus simple (*), le conducteur primaire est réuni aux deux bornes des extrémités (K_1 et K_2, *fig.* 243) et la borne intérieure est disposée de manière que, entre elle et K_1, règne la tension exigée par la lampe à arc.

Actuellement, on emploie des transformateurs à bobine unique, sous le nom de *diviseurs,* pour les lampes à osmium (lampes à incandescence à fil d'osmium au lieu de fil de charbon), qui sont construites pour une tension de 40 volts.

(*) On emploie souvent un montage plus compliqué dans lequel se trouvent en particulier des résistances sans induction (ou résistances additionnelles).

Digitized by Google

CHAPITRE VII.

PRODUCTION DE TRAVAIL MÉCANIQUE PAR LES COURANTS ALTERNATIFS ET TRIPHASÉS ([83]).

I. — Circuit de courant alternatif dans un champ magnétique constant. Moteurs synchrones.

155. Circuit de courant alternatif immobile. — La force dans une direction déterminée ou le moment de rotation autour d'un certain axe auxquels est soumis un circuit de courant dans un champ magnétique sont, d'après 44, proportionnels au courant et à l'induction magnétique à l'instant et au point considérés. Si donc le champ est constant et si le courant dans le circuit est alternatif, la force ou le moment de rotation sont eux-mêmes oscillatoires. Le circuit doit exécuter des oscillations synchronisées avec le courant alternatif.

L'amplitude de cette oscillation est, comme le montre la Mécanique, d'autant plus petite que, toutes choses égales d'ailleurs, la masse ou le moment d'inertie du circuit sont plus grands, et que la fréquence de la force agissante sur le circuit est plus grande.

Pour une fréquence de 100/sec, la plupart des circuits, s'ils ne sont pas d'une construction extrêmement légère, ont beaucoup trop d'inertie pour donner une oscillation d'amplitude sensible. Ils ne subissent apparemment aucun mouvement.

Si, dans les dispositifs des figures 47 et 48, on lance un courant alternatif dans la bobine S_1, tandis qu'on envoie dans la bobine S un courant constant et que par suite un champ magnétique constant est créé, on n'observe avec le dispositif de la figure 47 ni attraction ni répulsion, et avec le dispositif de la figure 48 aucune rotation. Seulement, dans les deux cas, un léger frémissement montre que les bobines S_1, sous l'influence du courant alternatif, sont soumises à de petites vibrations.

156. Circuit de courant alternatif en rotation. — *a.* Avec le dispositif de la figure 63, on n'observe aucune rotation de la bobine induite

Digitized by Google

quand on lance dans cette bobine un courant alternatif et dans l'électro-aimant un courant continu. On imprime à l'induit un mouvement de rotation, à l'aide d'une petite turbine à eau, par l'intermédiaire d'une transmission à corde. En augmentant peu à peu le nombre de tours, il arrive un moment où l'on peut supprimer l'arrivée d'eau à la turbine sans que l'induit cesse de tourner. Il est maintenant capable d'entraîner lui-même le petit moteur qui l'avait entraîné auparavant (*). Ce dispositif constitue donc un modèle de moteur à courant alternatif.

b. L'expérience suivante explique en détail le fonctionnement de ce moteur.

La bobine se trouve premièrement dans la position de la figure 244. Dans cette bobine est lancé un courant sensiblement constant, dans

Fig. 244.

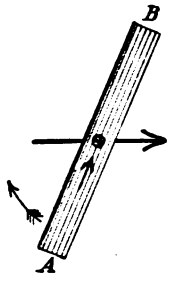
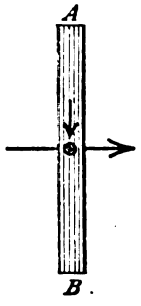


Fig. 245.



la direction de la petite flèche. La bobine tend à venir dans la position de la figure 245, car dans cette position le nombre de lignes d'induction la traversant est maximum (44 *d*) : elle tourne donc dans la direction de la flèche empennée. Au moment où la bobine atteint la position de la figure 245, le courant dans la bobine est changé. La bobine, par sa force vive, quitte la position de la figure 245 pour venir dans la position de la figure 246. Étant donnée la direction actuelle du courant, le nombre de lignes d'induction traversant la bobine est maximum si elle se trouve dans la position de la figure 247. Elle tendra donc maintenant à atteindre cette position, c'est-à-dire à tourner dans le sens de la flèche empennée. Quand elle passera par la position de la figure 247, le sens du courant dans la bobine sera de

(*) Avec un courant alternatif d'une fréquence de 100/sec, l'expérience est difficilement réalisable, car la bobine devrait faire 50 tours à la seconde. Il est préférable d'employer le courant d'un alternateur qu'on fait tourner lentement.

Digitized by Google

nouveau changé, et tout se répétera de la même manière. On obtient donc, en changeant le courant au moment voulu, une rotation continue de l'induit. Cela subsiste si, au lieu d'un courant constant commuté, on emploie un courant alternatif, en supposant que ce dernier change de sens au moment où la bobine induite passe par les positions des figures 245 et 247. Ceci explique comment le modèle précédent peut être employé comme moteur à courant alternatif.

c. Il n'est pas nécessaire que l'induit passe par les positions des figures 245 et 247 exactement au moment où le courant alternatif passe par zéro. On obtient encore un moment de rotation continu,

Fig. 246.

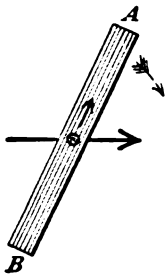
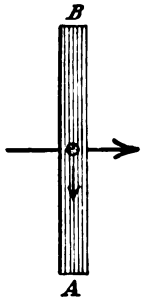


Fig. 247.



autrement dit le moteur produit encore une force de traction, si l'induit est en avance ou en retard sur les positions des figures 245 et 247 d'un certain angle ϑ, à condition que la grandeur de cet angle ne dépasse pas une certaine valeur; mais il est indispensable que la rotation de l'induit ait même période que le courant alternatif.

Si l'angle de phase dépasse une certaine valeur, le signe du moment tournant change. le moteur stoppe. Pour le montrer, il suffit de freiner le modèle avec le doigt pendant qu'il fonctionne comme moteur. Il reste stoppé et ne se remet pas en marche si l'on enlève le doigt. Le modèle a donc fonctionné comme moteur tant que sa rotation avait même période que le courant alternatif, tant qu'il était *synchrone* avec le courant alternatif.

157. Moteurs synchrones. — On peut employer comme moteur synchrone, non seulement le modèle dont il était question jusqu'ici, mais une quelconque des machines à courant alternatif ou triphasé décrites dans le Chapitre III, § II. On le vérifie immédiatement en faisant une démonstration analogue à **156**.

Ils ont même propriété que le modèle, ils ne fonctionnent comme

Digitized by Google

moteur que s'ils sont synchrones avec les machines alternatives ou triphasées qui leur fournissent le courant. Quand ils ne sont pas employés comme moteurs, ils sont appelés *générateurs*. Cette nécessité du synchronisme entraîne deux inconvénients (*) :

a. On a besoin d'un certain mécanisme pour lancer le moteur en rotation synchrone.

b. Si un tel moteur alternatif perd son synchronisme, par suite d'une forte résistance momentanée, il s'arrête.

En outre de cette perturbation, ce stoppage produit un rapide accroissement de courant, et l'enroulement induit ou le conducteur peuvent se détériorer. Ceci n'arrive qu'avec une forte surcharge. Dans certaines limites, un moteur synchrone présente la faculté de régulariser l'arrivée d'énergie et la force de traction automatiquement d'après la charge, et par suite de compenser les petites perturbations des mouvements synchrones ([84]).

II. — Circuit de courant alternatif dans un champ magnétique alternatif de même fréquence.

158. Détermination des signes. — D'après 47, la force K ou le moment de rotation Θ que subit un circuit alternatif, en un certain point d'un champ magnétique alternatif, sont proportionnels au courant i de l'instant et au flux d'induction magnétique à l'instant et au point considérés; donc

$$\begin{matrix} K \\ \Theta \end{matrix} \sim i\,Q_m.$$

Le facteur de proportionnalité est positif, si la direction de K ou de Θ est celle dans laquelle le flux d'induction Q_m croît à travers le circuit.

a. La condition énoncée pour les signes de i et de Q_m est d'accord avec la règle du tire-bouchon. Dans le cas présent i et Q_m sont oscillatoires. On déterminera, à volonté, la direction dans laquelle on veut compter une de ces grandeurs positivement. On fait généralement les hypothèses suivantes sur le champ magnétique, donc sur Q_m. Si l'on compte Q_m comme positif dans la direction de la double flèche (*fig*. 28), on doit compter le courant dans le circuit comme positif dans la direction de la flèche simple.

La détermination du signe dans ce cas est particulièrement impor-

(*) Il faut ajouter qu'une source de courant continu est nécessaire pour exciter le champ magnétique.

Digitized by Google

tante, parce que la détermination de la différence de phase entre i et Q_m, qui est utile dans la suite, en dépend.

b. La détermination du signe du produit iQ_m étant faite, et ce signe étant positif, la force K ou le moment tournant Θ seront positifs dans la direction dans laquelle le flux d'induction croît à travers le circuit; c'est-à-dire que le circuit cherche à se mouvoir, ou à tourner, de façon à embrasser le plus grand nombre possible de lignes d'induction. Si le produit iQ_m est négatif, le circuit cherche à se déplacer de façon que le nombre des lignes d'induction le traversant soit le plus petit possible.

159. Influence de la phase. — K et Θ se définissent comme étant le produit de deux grandeurs oscillatoires i et Q_m. Les relations de **69** sont applicables à K et Θ. D'après ces relations, en général, pendant une période complète, non seulement la grandeur mais aussi le signe de K et Θ changent, et de façon différente selon la valeur de l'angle de phase entre i et Q_m.

Dans tous les cas pratiquement importants, le circuit de courant alternatif ne suit pas d'une façon parfaite les oscillations de la force ou du moment tournant (**155**); la valeur moyenne de la force ou du moment tournant est donc seule intéressante et la seule à considérer.

D'après **70** *c* la valeur moyenne de K et Θ est

$$\sim i_0 Q_{m_0} \cos(i, Q_m),$$

où le facteur de proportionnalité est positif dans les hypothèses de **158**.

Relativement au signe de K et Θ, il en résulte que K et Θ sont positifs si l'angle de phase du courant et du champ alternatif est compris entre zéro et $\pm 90°$; ils sont négatifs s'il est compris entre $90°$ et $270°$.

Le circuit de courant alternatif se place de façon que le flux d'induction y soit maximum dans le premier cas et minimum dans le second cas.

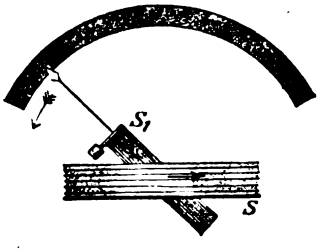
On déduit de la relation précédente, relativement à la grandeur de la force ou du moment tournant, qu'elle est d'autant plus élevée que l'angle de phase $\sphericalangle(i, Q_m)$ est plus voisin de $0°$ ou de $180°$. Elle est nulle si la différence de phase est $\pm 90°$.

160. Vérification expérimentale. — *a*. La démonstration peut être faite à l'aide du dispositif de la figure 47. La bobine S est montée sur une des phases d'un courant triphasé, mais derrière une grande résistance sans induction (lampes à incandescence), et produit par suite un champ magnétique alternatif. La bobine S_1 est montée sur cette même phase derrière une résistance sans induction plus grande,

Digitized by Google

de manière que, si le courant était un courant continu, il ait la même direction dans S et S_1; alors $\measuredangle(i, Q_m)$ sera voisin de zéro. On mesure l'attraction des deux bobines; dans une expérience elle fut d'environ 6^{cm}. Si le courant dans S_1 ou S est changé, $\measuredangle(i, Q_m) = 180°$, S_1 sera repoussé, de $2^{cm},4$ environ. On suppose maintenant que S_1 n'a pas même phase que S, mais présente avec elle une différence de phase de 120° : $\measuredangle(i, Q_m) = 120°$; S_1 est, d'après ce qui précède,

Fig. 248.



repoussé, mais seulement de 1^{cm}. Si le courant dans S_1 est inversé $\measuredangle(i, Q_m) = 300°$, S_1 est de nouveau attiré, non comme précédemment de 6^{cm}, mais seulement de $1^{cm},2$.

L'expérience vérifie donc ce qui fut dit dans **159**, tant pour la force K développée, que pour le signe et, qualitativement du moins, pour les grandeurs.

b. Pour faire la même démonstration pour le moment de rotation, les bobines S et S_1 du dispositif de la figure 48 sont reliées aux bornes d'un courant triphasé, exactement de la même manière que les bobines S et S_1 dans le dispositif de la figure 47. Seulement on a soin d'incliner S_1 par rapport à S, d'environ 45°, à l'aide d'un petit poids (*fig.* 248) (*).

Si le courant dans S est compté comme positif dans le sens de la flèche simple, le courant dans S_1 est à compter comme positif dans la direction de la flèche double (**158**).

On observera pour une différence de phase de :

$\measuredangle(i, Q_m) = 0°$ un déplacement angulaire à gauche (**) de $7°,7$,
$\measuredangle(i, Q_m) = 180°$ un déplacement angulaire à droite de $8°,8$,
$\measuredangle(i, Q_m) = 120°$ un déplacement angulaire à droite de $5°,3$,
$\measuredangle(i, Q_m) = 300°$ un déplacement angulaire à gauche de $4°,4$.

(*) En réalité, on emploie simplement le wattmètre de démonstration de la figure 250.

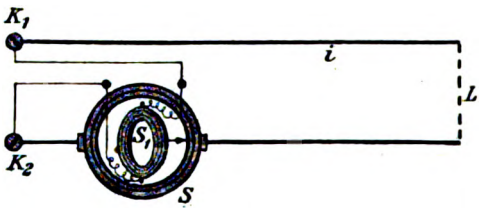
(**) C'est-à-dire la direction de la flèche empennée de la figure 248.

Digitized by Google

On obtient ainsi une détermination qualitative du moment de rotation dans **159**.

161. Emploi pratique. Mesure de l'énergie. Wattmètre. — Ce dernier dispositif a trouvé une application pratique. La bobine S (*fig.* 249) est

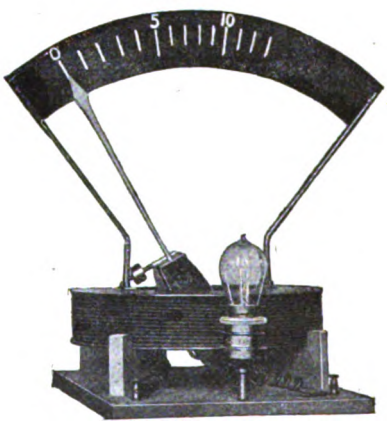
Fig. 249.



intercalée sur un conducteur quelconque de courant alternatif K_1LK_2, dans lequel passe un courant i. Aux bornes K_1 et K_2 du même courant alternatif est branchée une bobine S_1, par l'intermédiaire d'une très grande résistance sans induction.

Le flux d'induction magnétique, que le courant i envoie par la

Fig. 250.



bobine S dans S_1, est à chaque moment proportionnel au courant i. Le courant dans S_1 est, d'un autre côté, proportionnel à la tension $\mathcal{V}$ entre les bornes K_1 et K_2 (**88** *a*).

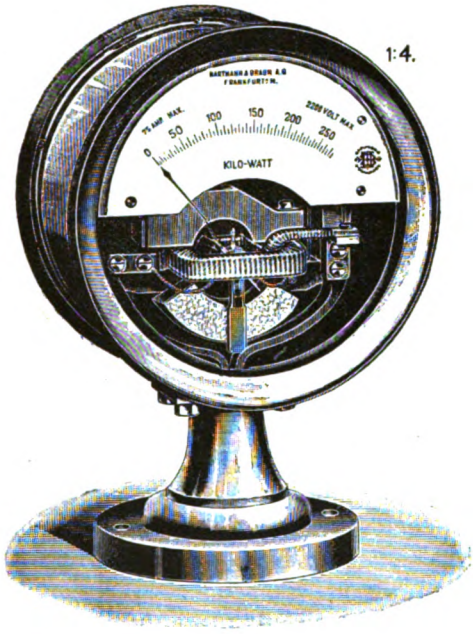
Donc, le moment de rotation Θ auquel la bobine S_1 est soumise :

$$\Theta \sim i_0 \mathcal{V}_0 \cos(i, \mathcal{V}).$$

Digitized by Google

Cette expression est proportionnelle à l'énergie consommée dans le conducteur K_1LK_2 (96). On monte sur la bobine S_1 une aiguille qui se déplace sur une graduation, et un ressort ou un poids antagonistes tendant à ramener la bobine à sa position de repos. L'écart, lu sur la graduation, donne une mesure du moment de rotation exercé sur la bobine et par suite de l'énergie employée dans le conducteur. Si l'échelle est graduée empiriquement, cet instrument indiquera,

Fig. 251.



s'il est monté comme l'indique la figure 249, combien de watts sont consommés dans le conducteur considéré.

Un modèle simple de wattmètre employé pour la démonstration est représenté figure 250. La petite lampe de 5 bougies constitue la résistance sans induction. Une division de la graduation correspond à 100 watts. Un wattmètre de précision Hartmann et Braun ([84a]), pour 250 kilowatts, est représenté figure 251.

162. Conducteur fermé dans un champ magnétique alternatif. — Une étude spéciale est nécessaire dans le cas particulier où le courant alternatif est induit par le champ magnétique dans lequel se trouve le conducteur fermé, c'est-à-dire quand il s'agit simplement

Digitized by Google

d'un conducteur fermé placé dans un champ magnétique alternatif. La FEM induite est donc (**37** *c* et **65**) en retard sur le champ magnétique alternatif d'un angle phase de 90°. Le courant dans le conducteur, qui présente toujours de la self-induction, est d'un autre côté en retard sur la FEM d'un angle phase compris entre 0° et 90°. La différence de phase entre le courant alternatif induit et le champ magnétique alternatif est donc comprise entre 90° et 180°. Il en résulte (**158** *b* et **159**) qu'un conducteur fermé tend à prendre, dans un champ magnétique alternatif, une position telle que le moins grand nombre possible de lignes d'induction le traversent.

163. Vérification expérimentale. Expérience d'Elihu Thomson. — *a*. Dans le dispositif de la figure 47, la bobine S_1 est en court-circuit et S est reliée aux bornes d'un conducteur de courant alternatif. Si le courant est lancé dans S, S_1 subit une violente poussée en hauteur. Sur ce phénomène, Elihu Thomson ([846b]) a fondé une série d'expériences pleines de conséquences.

1° La bobine S_1 est remplacée par un anneau formé d'un ou plusieurs gros fils de cuivre. Si un courant alternatif suffisamment intense est lancé dans la bobine S, l'anneau reste suspendu libre dans l'air, si un fil le traversant l'empêche de s'écarter (*fig.* 252).

2° Une bobine analogue (*) à celle de la figure 252, mais ayant un noyau de fer plus long, est placée verticalement. Sur le noyau de fer est placé un anneau d'aluminium. Si un courant alternatif relativement faible traverse la bobine, l'anneau est soulevé et se tient en l'air, comme le montre la figure 253 qui est une photographie instantanée. Si l'on cherche à l'abaisser, on éprouve une résistance analogue à celle qu'on rencontre pour comprimer un ressort; si la bobine est fermée directement sur un circuit alternatif de 120 volts, l'anneau est projeté en l'air.

3° Dans la lame d'air de l'anneau de fer déjà employé dans l'expérience de **119** *a* sont placés un disque de métal, un anneau, ou une sphère. Dès qu'un courant alternatif est lancé dans l'enroulement de l'anneau, ils roulent hors de la lame d'air de l'anneau de fer.

b. Un conducteur fermé, par exemple un anneau de métal ou

(*) Dans les expériences de l'auteur, la longueur totale du noyau de fer était de 49^{cm}, son diamètre de $3^{cm},6$ et il était formé de fils de fer de $0^{mm},4$ de diamètre; nombre de spires de la bobine, 90, en fil de cuivre de 3^{mm} de diamètre. Trois tiges de verre sont fixées au noyau de fer afin d'empêcher le frottement de l'anneau d'aluminium sur les fils de fer. Avec 120 volts l'anneau d'aluminium (anneau de serviette) est lancé dans l'air à une hauteur de 2^{m} environ.

Digitized by Google

une bobine en court-circuit, qui est mobile autour d'un axe, doit, d'après **162**, se placer dans un champ magnétique alternatif de façon que le plan de l'anneau ou de la bobine soit parallèle aux lignes d'induction magnétique au point considéré. Dans cette position, le flux d'induction magnétique à travers l'anneau ou la bobine est minimum.

Pour le démontrer, on peut employer le dispositif de la figure 48, c'est-à-dire le wattmètre de démonstration de la figure 250, dont on a supprimé la lampe à incandescence et mis la bobine mobile en court-

Fig. 252.

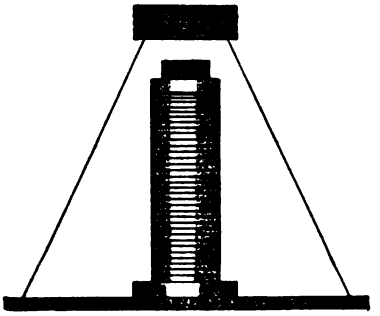
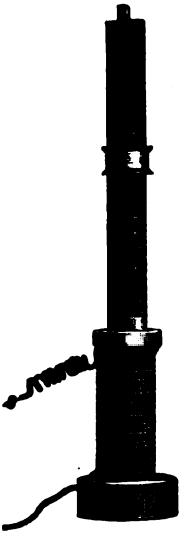


Fig. 253.



circuit. Étant donnée la position initiale de la bobine mobile, c'est-à-dire le côté où l'on avait placé le poids antagoniste, la bobine mobile cherche toujours à se placer avec son plan vertical, tant que le courant alternatif parcourt S.

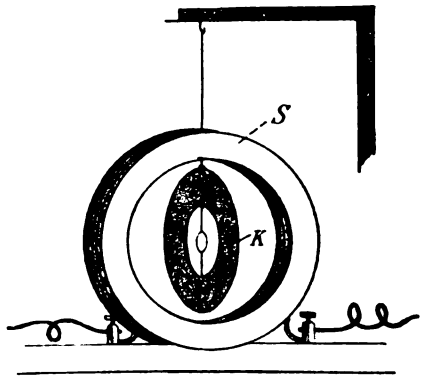
On obtient un effet plus frappant encore avec l'anneau de fer à enroulement décrit plus haut *a* 3°. Un anneau de cuivre épais, placé dans la lame intermédiaire d'air, tourne avec une grande force, jusqu'à la position où son plan est parallèle aux lignes d'induction du champ alternatif dans la lame d'air.

164. Appareil de Fleming destiné à mesurer le courant alternatif. — Le dispositif d'El. Thomson (**163** *b*) a été pratiquement réalisé de la manière suivante par Fleming. A l'intérieur d'une bobine verti-

Digitized by Google

cale S (*fig.* 254), se trouve un anneau de métal K mobile autour d'un axe vertical. Cet anneau, au moyen d'une suspension bifilaire ou d'un appareil analogue quelconque, est suspendu de façon que son plan forme avec celui de la bobine S un angle d'environ 45°. Si un courant alternatif i est lancé dans la bobine S, un champ magnétique alternatif prend naissance dans l'intérieur de S; ce champ cherche à placer l'anneau de métal perpendiculairement au plan de la bobine S.

Fig. 254.



Le moment de rotation, mesuré par l'angle de rotation lu sur une graduation, est proportionnel à i_0^2, l'amplitude du flux d'induction à travers l'anneau et le courant induit dans l'anneau étant, toutes choses égales d'ailleurs, proportionnels au courant alternatif i.

165. Moteur à répulsion. — Cette expérience a servi de point de départ pour un moteur à courant alternatif construit par El. Thomson, le *moteur à répulsion.*

a. Le principe est le suivant (*fig.* 255). Sur un noyau d'induit A se trouvent trois bobines, dont les plans forment entre eux un angle de 60°. Le commencement et la fin de l'enroulement de chaque bobine aboutissent à une lame du collecteur C (73), analogue à celui des machines à courant continu. Sur ce collecteur frottent deux balais B_1 et B_2, qui sont réunis entre eux par un gros conducteur L. Cet induit est placé dans un champ magnétique alternatif.

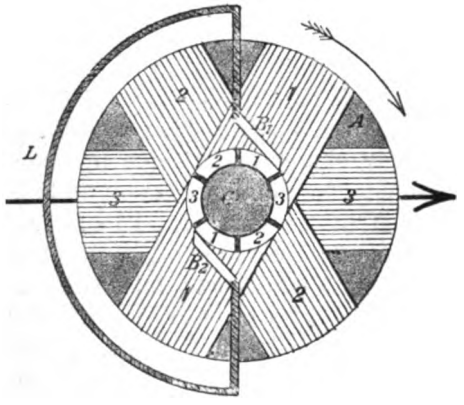
On suppose que la bobine 1 occupe la position représentée par la figure 255; son plan est sensiblement perpendiculaire aux lignes d'induction (flèche simple) du champ magnétique alternatif. Les balais frottent sur la partie du collecteur correspondant à la bobine 1; la bobine 1 est donc mise en court-circuit par le conducteur L. Donc,

Digitized by Google

d'après **162**, la bobine doit tendre à se placer de façon que son plan soit parallèle aux lignes d'induction du champ magnétique alternatif. Elle se déplacera donc dans la direction de la flèche empennée. Mais, un peu avant qu'elle ait atteint la position dans laquelle son plan est parallèle aux lignes d'induction, les balais quittent la partie du commutateur correspondant à la bobine 1. La bobine 1 est donc ouverte et n'est plus soumise à aucun moment de rotation. Mais maintenant les balais mettent la bobine 2 en court-circuit, et la même série de phénomènes se répète pour cette bobine, et ainsi de suite. L'induit est donc soumis à un moment tournant continu.

Pour la démonstration, on emploie un modèle d'induit représenté figure 255. Si on le place dans la lame d'air de l'anneau utilisé dans

Fig. 255.



l'expérience **119** *a*, et si on lance dans l'enroulement de l'anneau un courant alternatif, l'induit se met à tourner.

b. Ce modèle de moteur à courant alternatif se différencie beaucoup, à son avantage, de celui de **156** *a*. Ce dernier ne se mettait pas en marche de lui-même, et, si l'induit était un peu freiné, il s'arrêtait. Le modèle de la figure 255, au contraire, se met en marche dès que le courant est lancé dans l'enroulement de l'anneau. Même si on le freine avec le doigt, assez fort pour qu'il ne puisse faire qu'une révolution par seconde, il tourne malgré cela à ce faible nombre de tours. Le nombre de tours n'est plus astreint à être dans un rapport déterminé avec la fréquence du courant. C'est un modèle de moteur *asynchrone* (*).

(*) On appelle ces moteurs, dans lesquels on emploie un courant alternatif à

Digitized by Google

III. — Le champ tournant magnétique.

166. Champ tournant simple. Sa création à l'aide d'un courant alternatif diphasé. — La plupart des moteurs asynchrones à courant alternatif reposent sur un principe tout autre, sur l'emploi d'un champ magnétique tournant.

Un tel champ tournant existait déjà dans une expérience décrite précédemment. Dans **60** *d*, on avait deux paires de bobines semblables, dont les axes étaient perpendiculaires les uns aux autres (*fig.* 64), et parcourues par deux courants alternatifs de même amplitude, mais d'une différence de phase de 90°. La tache lumineuse d'un tube de Braun (*fig.* 64) placé entre les bobines décrivait, sous l'influence du champ magnétique résultant des deux paires de bobines, un cercle dont le centre était la position de repos de la tache lumineuse.

De cette expérience, il résulte (**5** *c*) que la grandeur de la déviation de la tache lumineuse, à partir de la position initiale, est toujours la même; l'intensité du champ magnétique entre les bobines est donc aussi toujours la même. Comme la direction de la déviation est différente à chaque moment, la direction du champ magnétique doit changer continuellement; c'est donc un champ tournant. En réalité, le champ tourne avec une vitesse angulaire constante.

Ceci ne résulte pas de la figure décrite par la tache sur l'écran du tube de Braun, mais de la construction donnée dans **60** *a*, construction qui se simplifie beaucoup dans ce cas, ou du calcul ([49]).

Le dispositif décrit (*) produit la forme la plus simple d'un champ tournant : un champ magnétique dans lequel la grandeur de l'intensité du champ ou l'induction restent constantes, mais dont les lignes d'induction tournent avec une vitesse angulaire constante. Un tel champ sera appelé, dans la suite, ***champ tournant simple.***

Le nombre de révolutions du champ est, dans le cas présent, une fonction simple de la fréquence du courant alternatif. La construction de **60** *a* ou un calcul simple montrent que le champ fait une

---

une phase, *moteurs monophasés,* par opposition avec les moteurs asynchrones dans lesquels on emploie des courants polyphasés.

(*) Un dispositif s'accordant en principe avec celui-ci a été employé en 1885 par Galileo Ferrari dans la construction de son moteur à courant tournant, après que W. Baily eut employé en 1879 un dispositif analogue, non pas avec un courant alternatif, mais avec un courant continu commuté.

Digitized by Google

révolution complète pendant une période complète de courant alternatif.

167. Le champ tournant simple. Création à l'aide d'un courant triphasé. — *a.* On peut obtenir un tel champ tournant d'une autre manière. On monte trois bobines semblables, dont les axes font ensemble un angle de 120° (*fig.* 256), en étoile ou en triangle (**75** *c*), aux trois bornes d'un courant triphasé (*).

Dans ce cas on voit, par une construction ou un calcul simples, que le champ tourne en gardant une intensité constante et une vitesse angulaire constante, que par conséquent le montage de la figure 256 produit un champ tournant simple (**).

Si l'on place entre les bobines un tube de Braun, dont l'axe soit perpendiculaire au plan des trois axes des bobines, la courbe décrite

Fig. 256.

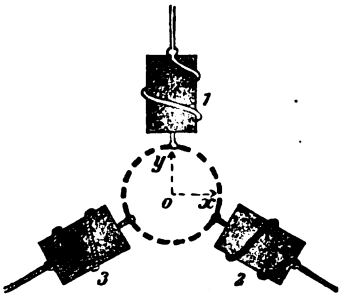
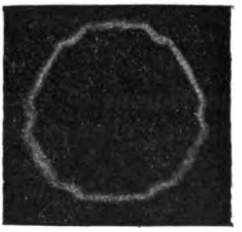


Fig. 257.



par la tache lumineuse est un cercle ([85]), en supposant que le courant triphasé soit exactement sinusoïdal. S'il ne l'est pas, la courbe se rapproche plus ou moins d'un cercle et présente des plissements ([42]) provenant des oscillations supérieures (59). Le courant triphasé de la Centrale, à Strasbourg, donne la courbe de la figure 257.

b. La relation, qui lie le nombre de tours du champ et la fréquence du courant alternatif, peut être déterminée par une expérience simple, en dehors de toute construction ou de tout calcul.

Elle repose sur l'hypothèse suivante. Au moment où le courant est nul dans la bobine 3 (*fig.* 256) il est égal dans les bobines 1 et 2, mais de direction contraire, comme cela résulte immédiatement des courbes

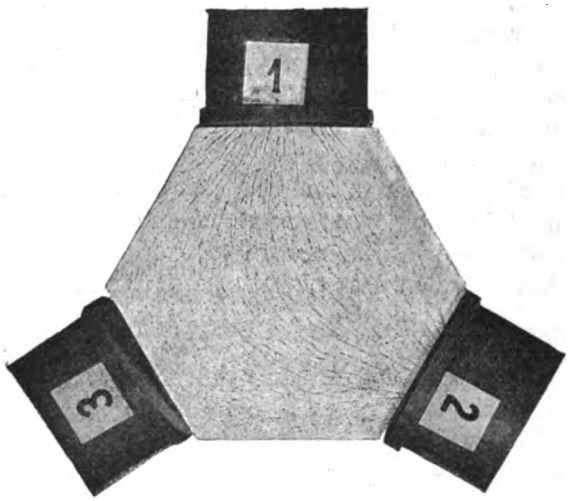
(*) La figure 256 représente le montage en étoile.

(**) D'une manière générale, on obtient un champ tournant simple si l'on dispose symétriquement en cercle *n* bobines et si on les réunit aux *n* phases d'un courant *n*-phasé. Pratiquement on n'emploie pas plus de trois phases.

Digitized by Google

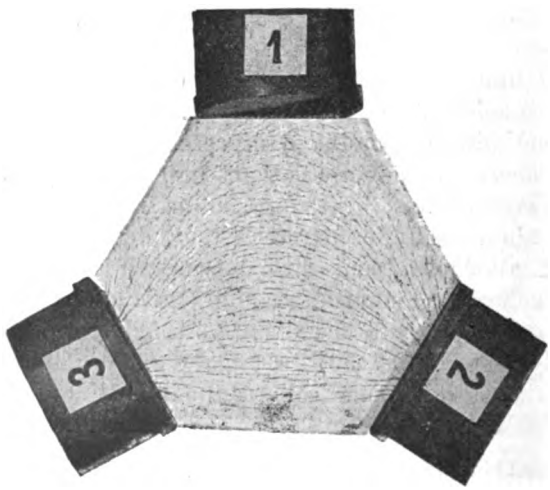
représentatives (*fig.* 99). On peut donc obtenir l'image des lignes d'induction, pour ce moment, en lançant dans les bobines 1 et 2 le

Fig. 258.



même courant constant, mais dans des sens opposés. La figure 258 donne une photographie de l'image obtenue avec de la limaille de

Fig. 259.

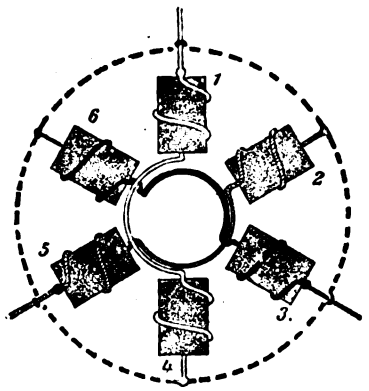


fer (5 *b*). Après un tiers de la période totale du courant alternatif, le courant est nul dans la bobine 1, tandis que dans les bobines 2 et 3 il

Digitized by Google

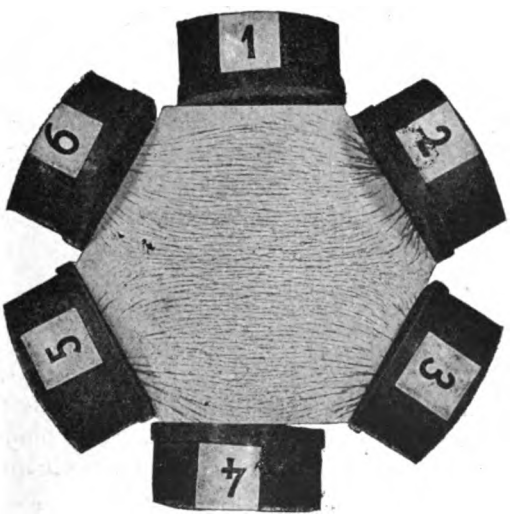
est égal mais de sens opposé. La figure des lignes d'induction qu'on obtient maintenant de la même manière que la figure 258 est repro-

Fig. 260.



duite dans la figure 259. Un examen des deux figures 258 et 259 montre que le champ magnétique, pendant un tiers de la période du courant alternatif, fait aussi un tiers d'une révolution totale. Il fait

Fig. 261.



donc une révolution totale pendant une période complète du courant alternatif, comme le champ tournant de 166.

c. Si pour chaque phase, au lieu d'une bobine unique, on employait

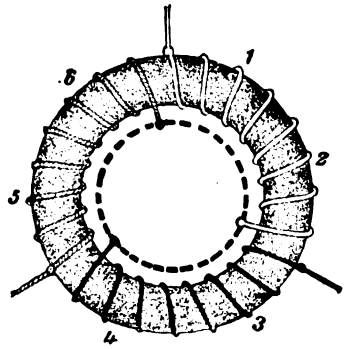
Digitized by Google

une paire de bobines rappelant le dispositif de la figure 64 pour le courant diphasé, et qu'on reliât les bobines de chaque paire comme l'indique la figure 260, il n'y aurait rien de changé. La figure des lignes d'induction est donnée par la figure 261, pour le moment où le courant est nul dans les bobines 1 et 4. Elle ne diffère de la figure 259, que par une plus grande homogénéité [*voir* **30** (*fig.* 30 et 31)].

d. On peut encore obtenir un champ tournant simple d'une autre manière.

Il est montré, dans **32** *e*, que l'on peut obtenir un champ magnétique rectiligne en enroulant deux bobines semblables sur un anneau, et en lançant le même courant dans ces deux bobines, mais dans des directions opposées. On obtient ainsi un champ magnétique alter-

Fig. 262 (*).



natif rectiligne, si le courant dans les bobines est un courant alternatif. Si l'on enroule maintenant sur un anneau de fer (**) trois bobines semblables, réparties symétriquement, on obtient sensiblement dans l'espace intérieur à l'anneau un champ tournant simple, si les trois bobines sont montées de façon à correspondre aux trois phases d'un courant rotatoire.

Pour le montrer, on peut de nouveau employer le modèle décrit à la figure 214. On relie (*fig.* 262) les bobines 1 + 2, 3 + 4, 5 + 6, et l'on relie 1 + 2 à la première, 2 + 3 à la deuxième, 5 + 6 à la troisième borne d'un courant triphasé. On place au milieu de l'anneau un tube de Braun, son axe étant perpendiculaire au plan de l'anneau. Dès que le courant est lancé dans l'appareil, un cercle lumineux apparaît sur l'écran du tube (***).

(*) Montage en étoile.

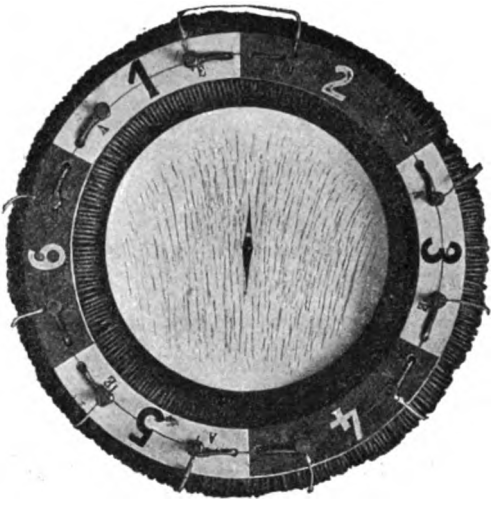
(**) Il doit être naturellement lamellaire (102).

(***) Dans ce cas l'intensité du champ ne demeure pas tout à fait constante ([86]); il en est de même de la vitesse de rotation.

Digitized by Google

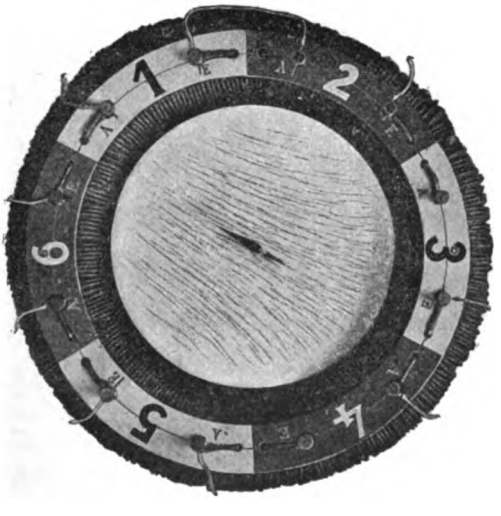
Si l'on veut obtenir une représentation du champ aux différents

Fig. 263.



instants, et déterminer quelle est la relation entre le nombre de tours et la fréquence du courant, on opère exactement de la même manière

Fig. 264.

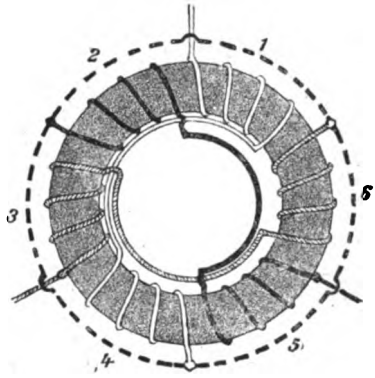


que dans *c*. A l'intérieur de l'anneau, on place une feuille de papier à dessin avec de la limaille de fer. L'image qui apparaît sur cette

Digitized by Google

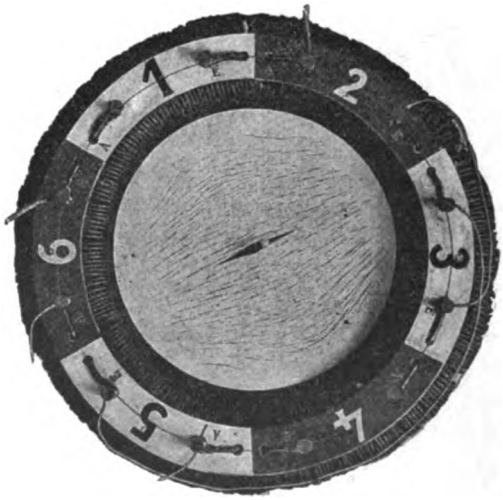
feuille, au moment où le courant est nul dans 1 + 2, est celle de la figure 263. Un tiers de période plus tard, quand le courant dans

Fig. 265.



la bobine 3 + 4 est nul, on obtient la figure 264. L'examen des figures 263 et 264 montre que le champ a tourné, dans un tiers de la période, de 120°. Donc une révolution complète du champ correspond à une période totale du courant alternatif.

Fig. 266.



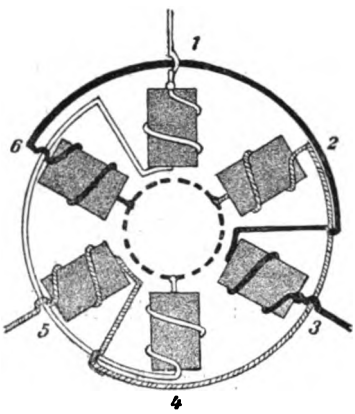
e. Ici encore, pour obtenir un champ le plus homogène possible, on remplace avantageusement le dispositif à trois bobines par un dis-

Digitized by Google

positif à six bobines. Le montage (*fig.* 265) correspond exactement à celui de la figure 260. L'image des lignes d'induction, au moment où le courant dans 1 et 4 est nul, est reproduite figure 266. Elle présente une homogénéité plus grande que celle de la figure 263, et est en outre symétrique des deux côtés.

168. Champ tournant multipolaire. — *a.* Le montage des six bobines de la figure 260 doit être changé en celui de la figure 267. Dans

Fig. 267.



les bobines 1 et 4 on lance la première phase du courant rotatoire, dans 2 et 5 la deuxième phase, dans 3 et 6 la troisième phase.

Si l'on place un tube de Braun de façon que son axe rencontre le point commun aux trois axes des bobines et soit perpendiculaire au plan de ces axes, la tache reste complètement immobile.

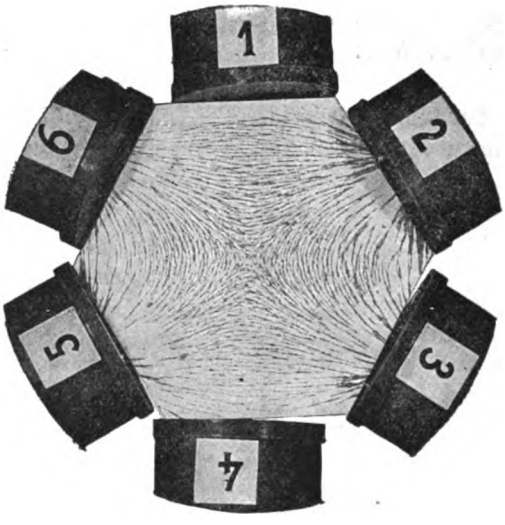
La raison en est immédiate si l'on matérialise les lignes d'induction à un certain moment à l'aide de la limaille de fer; la figure 268 correspond au moment où le courant dans 1 et 4 est nul. Le champ a exactement le même aspect que celui du champ magnétique à quatre pôles (*fig.* 94). Au centre de l'anneau il n'existe pas de champ; les lignes d'induction courent le long de la périphérie de l'anneau.

b. Dans ce cas, non seulement la forme du champ mais aussi le nombre de tours diffèrent de ceux de **167** *c.* L'image des lignes d'induction à un tiers de période plus tard, le courant de la deuxième phase étant nul dans 2 et 5, est représentée figure 269; le champ paraît n'avoir tourné que de 60°. Dans ce cas encore, la vitesse de rotation du champ est sensiblement uniforme; il en résulte que, pendant une

Digitized by Google

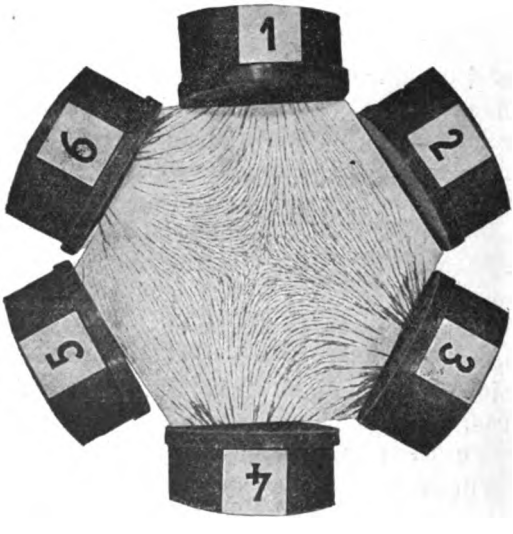
période complète du courant, le champ ne fait qu'une demi-révolution.

Fig. 268.



Donc, pour une fréquence de 100/sec, il fera seulement 25 révolutions par seconde.

Fig. 269.

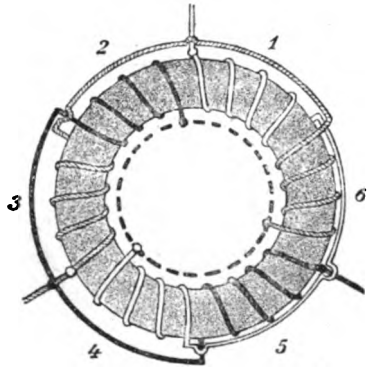


c. En modifiant le montage de la figure 265 de la manière indiquée à la figure 270, on obtient un champ tournant de même forme et du

Digitized by Google

même nombre de tours que celui de la figure 268. Le parcours des lignes d'induction, correspondant au moment où le courant est nul

Fig. 270.



dans les bobines 1 et 4, est représenté figure 271; la figure 272 correspond à un tiers de période plus tard. Ces deux figures montrent que la rotation du champ est de 60° pendant un tiers de période du

Fig. 271.

courant; donc le champ ne fait qu'une demi-révolution pendant une période entière du courant.

d. Dans les dispositifs des figures 267 et 270 le nombre des bobines

Digitized by Google

peut être doublé, si par exemple on réunit les bobines 1 et 4, 7 et 10 comme les bobines 1 et 4 dans la figure 260, les bobines 1 et 7 au contraire comme les bobines 1 et 4 dans la figure 267. Il n'y a rien de changé que le nombre des bobines, qui a doublé comme dans la figure 260 par rapport à la figure 256 (ou figures 265 et 262).

e. De l'étude du nombre de tours des champs tournants multipolaires on peut déduire d'une façon générale, ou du moins montrer

Fig. 272.

d'une façon plausible, que, si l'on dispose symétriquement en cercle $3n$ bobines, et si l'on réunit 1, 4, 7, etc. à la première phase, 2, 5, 8, etc. à la deuxième phase, 3, 6, 9, etc. à la troisième phase d'un courant triphasé, on obtient un champ faisant $\frac{1}{n}$ tour pendant une période complète de courant.

169. Action d'un champ tournant sur un cylindre métallique. — Les trois bobines du dispositif de la figure 256 sont placées horizontalement, et, en leur milieu, est placé un petit cylindre creux de cuivre à axe vertical et mobile entre deux pointes. Quand le courant triphasé est lancé dans les bobines, le petit cylindre se met à tourner rapidement.

Si l'on place à l'intérieur du modèle de la figure 214 un cylindre plus gros, mobile autour d'un axe vertical, il prend un mouvement de rotation extraordinairement rapide, quand on lance un courant tri-

Digitized by Google

phasé dans l'un quelconque des montages de **167** ou de **168** qui produit un champ tournant.

a. Ce fait, qu'un moment tournant prend naissance, met en évidence, dans le cas où le champ tournant est homogène et la vitesse angulaire constante, une proposition simple. On imagine un cylindre creux, formé par une rangée de barreaux de métal reliés à leurs extrémités par deux anneaux de métal (*fig.* 273), comme c'est le cas des moteurs à courants tournants (**174**). Deux barreaux successifs et les deux parties de l'anneau comprises entre eux forment un rectangle. A un moment donné, le champ magnétique ayant la direction de la flèche simple (*fig.* 274) est perpendiculaire au rectangle II. Le flux

Fig. 273.

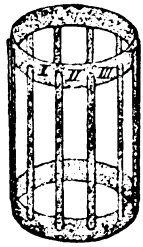
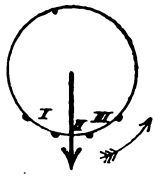


Fig. 274.



d'induction dans le rectangle II est donc maximum s'il est compté positivement venant de l'intérieur du cylindre; il décroît dans le rectangle I et croît dans le rectangle III lorsque le champ magnétique tourne dans la direction de la flèche empennée; la FEM (**37** *c*) induite dans le rectangle I est donc positive, nulle dans le rectangle II, et négative dans le rectangle III.

D'après l'hypothèse, il n'y a pas de fer dans l'intérieur du cylindre. On peut supposer pour cette raison que, dans les rectangles, l'inductance est très petite vis-à-vis de la résistance. Cette hypothèse est faite dans un but de simplification. Le courant dans le rectangle ayant même phase que la FEM induite, il est positif dans le rectangle I (relativement aux lignes d'induction du champ), nul dans II, négatif dans III. Tandis qu'aucun moment de rotation ne s'exerce sur le rectangle II, le rectangle I cherche à se déplacer (**44** *e*) de façon que le flux d'induction qui le traverse soit le plus grand possible. Or ceci a lieu pour la position II; il cherche donc à atteindre cette position. Le rectangle III tend à s'écarter le plus possible de la position II, pour être traversé par le moins grand nombre possible de lignes d'induction. Le rectangle I courra donc après le champ, le rectangle III le

Digitized by Google

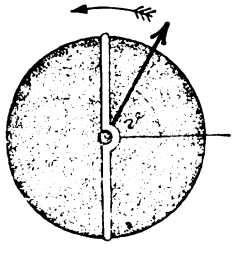
précédera; les deux tendances ont donc pour résultat de produire une rotation dans la direction de rotation du champ.

Ceci est applicable à un rectangle quelconque; il en résulte qu'un cylindre de cette sorte, placé dans un champ tournant, doit tourner dans le même sens que le champ.

b. Il est difficile de déterminer élémentairement la grandeur du moment tournant, à l'aide des formules données précédemment, quand il s'agit d'un cylindre de métal creux ou de la forme de la figure 273. Il est préférable d'opérer avec un dispositif, qui est sensiblement réalisé par certains induits de moteurs à courant triphasé.

Le cylindre, qui se trouve dans le champ tournant, est ainsi conditionné que le champ tournant n'y induit aucun courant. Il est entouré de circuits linéaires fermés sur eux-mêmes, mais isolés les

Fig. 275.



uns des autres. Ceci est réalisé de la façon simple suivante : chaque circuit se compose d'un rectangle embrassant le cylindre (*fig.* 275); la surface de ce rectangle est égale à $2rh$, r étant le rayon et h la longueur du cylindre.

Si $\mathfrak{M}$ est l'induction dans le champ tournant homogène, le flux d'induction Q_m à travers un circuit, au moment où sa normale forme l'angle ϑ avec la direction du champ (46), sera

$$Q_m = 2rh\mathfrak{M}\cos\vartheta = Q_{m_0}\cos\vartheta.$$

Le champ tournant ayant une vitesse angulaire constante, Q_m est oscillatoire. Sa fréquence est n, correspondant à $\frac{n}{2}$ révolutions du champ à la seconde. Ce flux d'induction induit dans le circuit une FEM

$$\mathcal{E} = -\frac{1}{v}Q'_m$$

Digitized by Google

qui est, d'après **51**, égalité (3), et **66** *c*,

$$\mathcal{E} = \frac{\pi n}{\rho} Q_{m_0} \sin \vartheta.$$

On suppose la résistance w d'un circuit suffisamment grande pour que la FEM ne produise qu'un très faible courant i, dont la réaction magnétique puisse être négligée. Dans ce cas, on a, pour i,

$$i = \frac{\mathcal{E}}{w} = \frac{\pi n}{w \rho} Q_{m_0} \sin \vartheta.$$

Le moment tournant sur le circuit est, d'après **46**,

$$= -\frac{i}{\rho} Q_{m_0} \sin \vartheta = -\frac{\pi}{w \rho^2} n Q_{m_0}^2 \sin^2 \vartheta,$$

donc lui-même oscillatoire.

Malgré cela, la somme des moments tournants sur tous les circuits est constante.

Le moment tournant sur un deuxième circuit, qui forme avec le précédent un angle de 90°, est obtenu en remplaçant $\sin \vartheta$ par $\cos \vartheta$; il est donc

$$= -\frac{\pi}{w \rho^2} n Q_{m_0}^2 \cos^2 \vartheta.$$

Le moment tournant sur les deux circuits est donc

$$= -\frac{\pi}{w \rho^2} n Q_{m_0}^2 = \text{const.}$$

S'il y a s circuits enroulés sur le cylindre, le moment tournant total sera

$$\Theta = -\frac{\pi}{w \rho^2} \frac{s}{2} n Q_{m_0}^2 = -\frac{2 \pi r^2 h^2 s}{w \rho^2} n \mathfrak{M}_0^2.$$

Il est proportionnel au nombre de tours du champ tournant et au carré de l'induction.

Ce résultat est réellement applicable aux formes de cylindre de la figure 273 et aux cylindres en métal creux ([87]).

On peut alors encore supposer que les courants induits dans le cylindre n'exercent aucune action magnétique. En outre, ces cylindres doivent être limités à leurs extrémités par des anneaux ou des disques de très faible résistance, afin que les relations établies pour le moment tournant soient valables.

170. Les composantes du champ tournant. Généralités. — L'expé-

Digitized by Google

rience **169** a montré qu'un cylindre métallique tournant peut servir à mettre en évidence un champ tournant. Il peut être un indicateur très sensible, s'il est extrêmement mobile. Il semble à première vue être d'un emploi très problématique.

a. Si l'on prend deux paires de bobines perpendiculaires l'une sur l'autre, et si l'on y lance deux courants alternatifs qui présentent non seulement des amplitudes différentes, mais encore une différence de phase de 90°, un cylindre métallique placé entre les bobines se mettra à tourner. Malgré cela, il n'existe pas de champ tournant, ni dans le sens de **167**, ni dans celui de **168**. La tache lumineuse du tube de Braun ne décrira pas un cercle, mais, d'accord avec **60** *a*, une ellipse.

L'explication suivante va donner la cause de la rotation. Tout champ qui, comme le précédent, se compose de deux champs alternatifs rectangulaires homogènes d'amplitudes et de phases différentes, dans lequel par conséquent le tube de Braun donne une ellipse (*), peut aussi, relativement à son action mécanique sur un cylindre métallique, être décomposé de la manière suivante :

1° En un champ alternatif ordinaire;

2° En un champ tournant simple ([88]).

Le premier, d'après **169** *a* et *b*, n'imprimera aucun mouvement au cylindre de métal, les moments tournants s'exerçant sur les rectangles isolés se compensant dans les deux moitiés du cylindre.

Pour la dernière composante, celle du champ tournant, ce qui a été dit dans **169** est applicable. C'est elle qui produit la rotation du cylindre dans l'expérience ci-dessus.

b. Relativement à la grandeur de cette composante du champ tournant, le calcul montre que :

Les amplitudes de l'induction magnétique dans les deux champs alternatifs homogènes rectangulaires, qui proviennent des courants dans les deux paires de bobines, étant μM_{10} et μM_{20}, un cylindre de métal placé dans ce champ subit un moment tournant :

$$\Theta \sim M_{10} M_{20} \sin(M_1, M_2),$$

$\sphericalangle(M_1, M_2)$ représentant l'angle de phase entre les deux champs alternatifs.

171. Les composantes du champ tournant Emploi pratique. — Aux bornes K_1 et K_2 d'un courant alternatif (*fig.* 155) est monté un

(*) Un tel champ tournant est souvent dit *elliptique*, et un champ tournant simple est dit *circulaire*.

Digitized by Google

conducteur comprenant la paire de bobines I. Le champ magnétique M_1 produit est proportionnel au courant i dans le conducteur. A ces mêmes bornes est montée la paire de bobines II, mais de façon que le courant dans celles-ci présente une différence de phase de 90° avec la tension $\mathfrak{V}$ aux bornes (**88** *b*). Le champ M_2 produit par la paire de bobines II présente avec $\mathfrak{V}$ une différence de phase de 90°.

Un cylindre de métal, placé entre les paires de bobines, est soumis à un moment tournant pour lequel on a (**170** *b*)

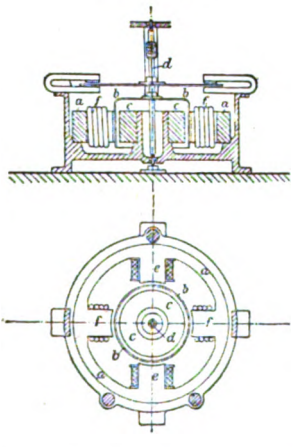
$$\begin{aligned}\Theta &\sim M_{10} M_{20} \sin(M_1, M_2)\\ &\sim i_0 \mathfrak{V}_0 \sin[(i, \mathfrak{V}) \pm 90^\circ]\\ &\sim i_0 \mathfrak{V}_0 \cos(i, \mathfrak{V}).\end{aligned}$$

Cette dernière expression est (**96**) proportionnelle à l'énergie dans le conducteur entre les bornes K_1 et K_2. Le nombre de watts consommés dans le conducteur est donc proportionnel au moment tournant.

Ce dispositif a trouvé une application pratique.

a. Compteur de wattheures d'après le principe de Ferraris. — On laisse le cylindre de métal tourner entre les bobines sous l'influence de la composante du champ tournant. La vitesse avec laquelle le

Fig. 276.



cylindre tourne, c'est-à-dire le nombre de tours à la seconde, est réellement proportionnelle à l'énergie consommée, puisqu'elle est proportionnelle au moment de rotation. Le nombre de révolutions, lu sur un compteur, donne une mesure de l'énergie employée pendant

Digitized by Google

le temps considéré, c'est-à-dire pour le nombre de wattheures (**42** *c*).

La figure 276 donne un plan et une élévation du compteur de wattheures Siemens et Halske : *a* est un anneau de fer sur lequel les paires de bobines *e* et *f* sont reliées par leur noyau, *c* est un cylindre de fer épais, *b* le cylindre d'aluminium tournant, *d* son axe.

b. Wattmètre de Ferraris. — Un ressort s'oppose au moment tournant s'exerçant sur le cylindre. La rotation du cylindre, qui est lue sur une graduation à l'aide d'une aiguille reliée au cylindre, donne une mesure du moment de rotation et par suite du nombre de watts.

c. Ampèremètre et voltmètre de Ferraris. — L'intensité de courant d'un courant alternatif (et par suite, d'après **43** *a*, la tension entre deux points d'un conducteur de courant alternatif) peut être déterminée, à l'aide de la composante du champ tournant, de la manière suivante. On partage le courant entre les paires de bobines I et II, de façon que les courants i_1 et i_2 dans les deux paires de bobines présentent une différence de phase, ce qui peut être obtenu par l'emploi de résistances à induction et sans induction (*).

Pour une même fréquence, le rapport des amplitudes de i_1 et i_2 et leur différence de phase sont constants. Les amplitudes de i_1 et i_2 sont proportionnelles (**87** *b*) à l'amplitude du courant i lancé dans le branchement. Par suite, le moment de rotation du cylindre métallique placé entre les bobines doit être proportionnel à i_0^2, et par conséquent donner une mesure du courant efficace. Si on laissait le cylindre tourner, et s'il était relié à un compteur, on obtiendrait un compteur de la force du courant efficace, un compteur d'électricité pour courant alternatif.

172. Production de composantes de champ tournant au moyen de conducteurs placés dans un champ magnétique alternatif. — Il résulte de **170** que la rotation d'un cylindre métallique mobile ne peut pas être considérée comme une preuve de l'existence d'un champ tournant simple, mais seulement comme une preuve de l'existence d'une composante de champ tournant.

C'est sur cette propriété de réactif des composantes de champ tournant (**) qu'est basée l'expérience suivante :

(*) Dans la construction des moteurs monophasés, on utilise souvent le champ tournant produit en partageant le courant alternatif entre des résistances sans induction et avec induction (parfois aussi des condensateurs, Chapitre VIII).

(**) On peut, à l'aide du dispositif de 67, montrer si un champ magnétique contient une composante de champ tournant; lorsque, quelle que soit la position de

Digitized by Google

a. La bobine à noyau de fer employée précédemment (**45** *a*) est placée horizontalement, et son enroulement est relié aux bornes d'un courant alternatif. Dans le champ alternatif créé par la bobine est placé un petit cylindre de cuivre suspendu à un fil. S'il se trouve dans l'axe de la bobine, au point A (*fig.* 277), il ne tourne pas, ce qui est d'accord avec **170** *a*; il n'existe donc aucun moment de rotation dans un champ alternatif simple. Mais si le cylindre est amené dans la position B où le champ, relativement au cylindre, n'est plus symétrique, il prend un mouvement de rotation rapide, bien qu'il ne semble exister ici qu'un champ alternatif simple.

Il faut interpréter ainsi cette expérience : Au point A existe un champ magnétique alternatif symétrique dans les deux moitiés du cylindre; les moments de rotation provenant des deux moitiés se

Fig. 277.

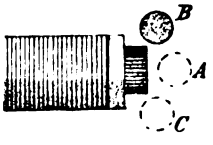


Fig. 278.

compensent (**169** *a*). Au point B, le champ alternatif dans le cylindre n'est plus symétrique; les moments de rotation dans les deux moitiés ne se compensent plus, de sorte qu'il subsiste un moment de rotation.

Une expérience sommaire montre donc la partie essentielle ([89]) de ce qui est simplement apparent dans la figure 273.

b. Un champ magnétique alternatif, relativement homogène, est créé dans la lame d'air de l'anneau de fer employé dans **119** *a*, quand on envoie dans l'enroulement de l'anneau un courant alternatif. Le cylindre de cuivre, qu'il soit mobile entre deux pointes ou suspendu, ne prendra aucun mouvement de rotation. Une bobine S (*) en court-circuit (*fig.* 278) est placée dans la lame d'air. Aucune rotation n'est observée si la bobine est parallèle ou perpendiculaire aux lignes d'induction magnétique. Au contraire, tant que la bobine est oblique sur les lignes d'induction (*fig.* 278), le cylindre de cuivre mobile entre deux pointes se met à tourner avec une grande vitesse.

L'explication de ce phénomène se déduit immédiatement de **115** *b*. Le champ alternatif, qui, avant que la bobine s'y trouvât, pouvait

---

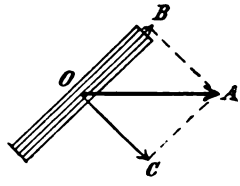
la bobine, la FEM qui est induite en elle ne disparaît pas, il existe une composante de champ tournant.

(*) *Voir* le troisième nota de 119 *a*.

Digitized by Google

être représenté en amplitude et direction par le vecteur OA (*fig.* 279), peut être décomposé en deux composantes : une dans la direction de l'enroulement de la bobine OB, l'autre qui lui est perpendiculaire OC. La première composante n'est pas modifiée par l'introduction de la bobine, mais la seconde OC est modifiée. Pour celle-ci, d'après **115** *b*, l'intérieur de la bobine présente une certaine inductance magnétique. Cette composante présente donc, en outre d'un affaiblissement de l'amplitude, une différence de phase. La résultante des deux composantes OB et OC n'est donc plus maintenant un champ alternatif

Fig. 279.



simple, mais comprend, d'après **169**, une composante de champ tournant. Cette composante de champ tournant était celle qui produisait la rotation du cylindre.

L'existence de cette composante peut être mise directement en évidence, en remplaçant le cylindre de cuivre par un tube de Braun. Si la bobine S est oblique, la tache lumineuse décrit une ellipse ; donc il y a une composante de champ tournant (*).

c. La raison pour laquelle dans l'expérience *a* le cylindre tourne, quand il occupe une position B non symétrique, est toute simple. Il existe aussi là une composante de champ tournant produite par les courants induits dans le cylindre.

On décompose l'intensité du champ, en chaque point de la surface du cylindre, en deux composantes, une le long de la surface du cylindre, l'autre normale à cette surface. La première n'est pas modifiée par la présence du cylindre ; mais pour la deuxième, dont les lignes d'induction arrivent normalement à la paroi du cylindre, cette paroi, comme tout plateau métallique (**118**), présente une certaine inductance magnétique. Cette composante différera dans la phase avec la première, et, par suite, il y aura une composante de champ tournant.

Cette composante peut être mise en évidence par le tube de Braun.

(*) D'après 117, on peut s'attendre à produire le même phénomène, en moins fort, en substituant à la bobine une plaque de cuivre ; l'expérience le vérifie.

Digitized by Google

Si dans le dispositif de la figure 277, au lieu d'un petit cylindre mobile, on met au point B un gros cylindre de cuivre épais, il apparaît une ellipse sur un tube de Braun placé à côté de ce cylindre, ce qui montre, comme dans le cas du petit cylindre, qu'il existe une composante de champ tournant.

d. D'une façon générale, par analogie avec l'expérience *b*, on obtient dans un champ alternatif une composante de champ tournant, en interposant une pièce de métal quelconque, car les lignes d'induction traversant le métal présentent avec les autres une différence de phase.

Pour le démontrer, on emploie un anneau de fer à enroulement et à coupure. Dans la coupure d'air, on place un cylindre de métal suspendu ou un tube de Braun. Les métaux de n'importe quelle forme, plateaux, cylindres ou autres analogues, se comportent dans le champ alternatif de la même manière; le cylindre de métal suspendu ou le tube de Braun accuseront des composantes de champ tournant. Dans des cas très spéciaux seulement, la composante du champ tournant peut disparaître.

IV. — Moteurs a courant triphasé.

173. L'inducteur. — *a.* L'inducteur, dans ces moteurs, est appelé *stator* ou *enroulement primaire,* et est construit de manière à créer un champ tournant multipolaire. On obtient ainsi un meilleur effet utile, et le nombre de révolutions du champ (**168** *e*), et par suite le nombre de tours de l'induit qui en dépend [**179** *a* (2°)], est amené à la valeur convenable pour l'emploi pratique. A une fréquence de 100/sec correspondrait, pour un champ tournant simple, un nombre de tours de 50 à la seconde ou de 3000 à la minute; ce nombre est trop considérable dans la plupart des cas. Par l'emploi d'un champ multipolaire, on peut obtenir un nombre de tours 2, 3, 4, ... fois plus faible.

Si les bobines sont disposées d'après le schéma de **168** *a*, elles seront munies, d'après les principes exposés dans **72** *b*, de noyaux de fer reliés par un anneau de fer.

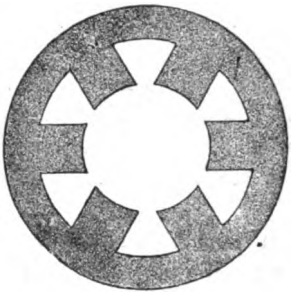
La figure 280 montre schématiquement le dispositif pour un inducteur à six pôles (*). La figure 281 donne l'ensemble d'un moteur de 1 cheval de C. et E. Fein de Stuttgart.

(*) Cette forme est maintenant abandonnée; elle présentait de nombreux inconvénients et en particulier une grande dispersion.

Digitized by Google

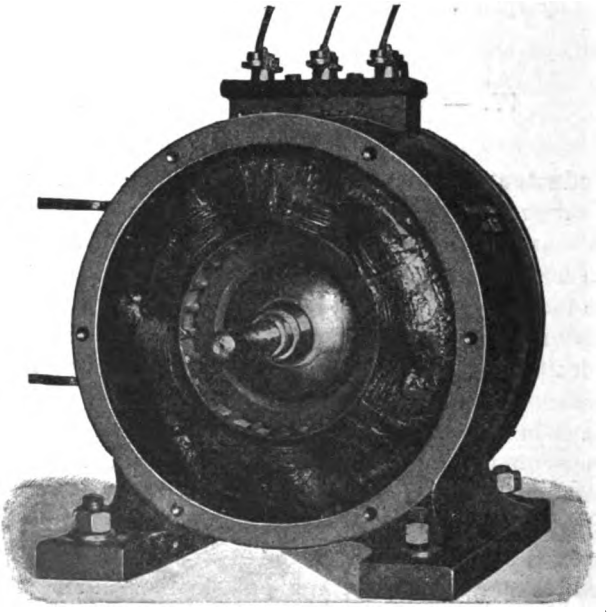
Lorsque les bobines doivent être enroulées sur un anneau de fer

Fig. 280.



unique, d'après le schéma de **168** *c*, l'anneau présente des rainures et des dents pour le placement des spires (**72** *c*). Le moteur à courant

Fig. 281.



triphasé de la Compagnie générale d'Électricité allemande (*fig.* 282) présente un enroulement primaire ainsi construit (*).

(*) Dans les gros moteurs en particulier, on emploie presque toujours un

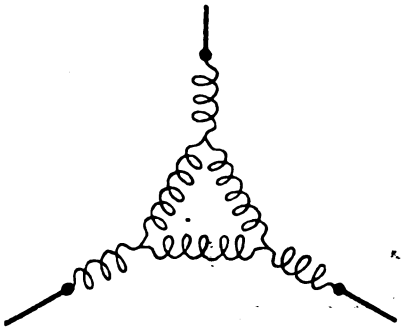
Digitized by Google

b. Les spires des différentes phases peuvent être reliées entre elles comme dans les machines à courant triphasé (74), soit en étoile, soit

Fig. 282.

en triangle. Le montage le plus avantageux est celui qui est préconisé par Dolivo Dobrowolsky et par Görges (*fig*. 283) (*), et qui est une

Fig. 283.



combinaison du montage en triangle et du montage en étoile. Par

enroulement analogue à celui de l'induit en tambour 76 *a*; les bobines excitatrices sont placées sur la surface d'un cylindre de bois.

(*) Il n'est que très peu employé en technique.

Digitized by Google

cette combinaison, la grandeur du flux d'induction à travers l'induit demeure presque exactement constante pendant la rotation du champ. Avec les deux autres montages, ce cas idéal exposé dans **169** n'est pas exactement réalisé; en outre de la rotation du champ, il se produit une variation périodique de l'intensité.

174. L'induit. — L'induit est appelé *rotor* ou *secondaire*. La forme la plus simple des induits à court circuit dérive de celle de la

Fig. 284.

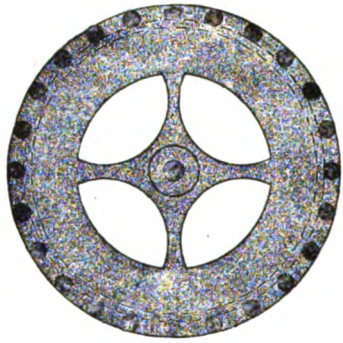
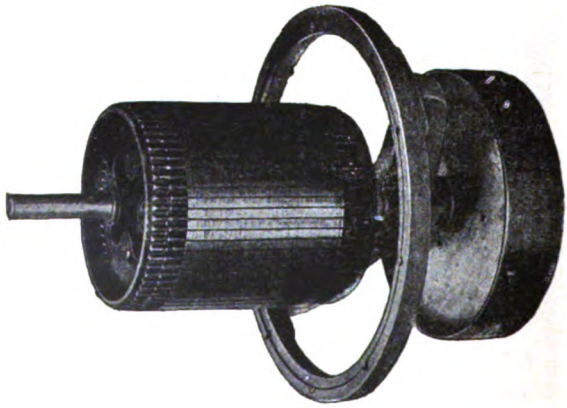


figure 273. Les parties de l'induit dans lesquelles circule le courant sont des barreaux de cuivre, reliés les uns aux autres à leurs deux

Fig. 285.



extrémités par de forts anneaux en cuivre. L'intérieur du cylindre formé par ces anneaux de cuivre est rempli de fer lamellaire, affectant

Digitized by Google

généralement la forme d'un cylindre plein. Les lignes d'induction magnétique courent donc presque entièrement dans le fer, exception faite pour l'espace intermédiaire étroit situé entre l'induit et les inducteurs.

Les conducteurs induits sont presque toujours placés dans des rainures ou des trous pratiqués dans les plaques de l'induit. La section de l'induit a l'aspect de la figure 284. La raison de cette construction est la même que celle de **72** *c* : l'espace d'air entre les inducteurs et l'induit doit être réduit le plus possible.

Dans la figure 285 (*), on représente un tel induit à court circuit. Ces induits à court circuit sont remarquables par leur grande simplicité de construction; ils présentent l'avantage de ne nécessiter l'emploi d'aucun conducteur amenant un courant de l'extérieur.

175. Variation du champ magnétique produite par les courants de l'induit ([90]). — Dans **169** *b*, on a déterminé le moment de rotation qui s'exerce sur l'induit, dans l'hypothèse que les conducteurs de l'induit avaient une très grande résistance, et par suite que les courants induits avaient une si faible intensité qu'ils n'exerçaient aucune réaction sur le champ magnétique. En pratique il n'en est pas ainsi, car le moment de rotation sur l'induit, donc la force du moteur, serait alors insensible. Dans les moteurs à courant triphasé techniques, les conducteurs de l'induit sont au contraire des fils de cuivre très gros; les résistances sont donc très petites, et les courants induits en eux très grands. En outre l'intérieur du moteur est presque complètement rempli de fer, de sorte que le flux d'induction magnétique créé par les courants de l'induit est relativement grand, en tous cas suffisamment grand pour ne pas pouvoir être négligé vis-à-vis de celui créé par l'inducteur (**).

Il faut donc, avant tout, étudier la question du champ magnétique créé par les courants de l'induit.

a. Pour avoir des relations simples, on fait les hypothèses suivantes :

1° Le champ du courant primaire est un champ tournant simple homogène D_1. Toutes les lignes d'induction traversent l'induit; la dispersion est donc négligée.

(*) C'est l'induit du moteur de la figure 282.

(**) Les exemples de 172 *a* et *c* montrent combien une telle négligence peut avoir d'influence, même s'il ne s'agit que de résultat qualitatif. En négligeant dans ces exemples l'inductance magnétique du cylindre de cuivre, c'est-à-dire le courant dans ce cylindre, on aurait obtenu un résultat qualitativement inexact.

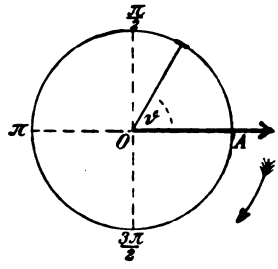
Digitized by Google

2° L'induit a la forme des figures 273 ou 275. Le flux d'induction à travers le rectangle formé par deux barreaux voisins, tant qu'il provient du champ tournant D_1 de l'inducteur, est Q_{m_1}.

3° Le champ fait U_1 révolutions à la seconde, et l'induit U_2. Comme la vitesse relative des deux importe seule, tout se passe comme si l'induit était immobile et que le champ magnétique D_1 fît $U = U_1 - U_2$ révolutions à la seconde. Le rapport $\frac{U}{U_1}$ est désigné sous le nom de *glissement* de l'induit.

A un moment donné, le champ tournant a la direction OA (*fig.* 286).

Fig. 286.



Pour le flux d'induction Q_{m_1} à travers un rectangle, dont la normale forme avec cette direction l'angle ϑ, on a

$$Q_{m_1} = Q_{m_{10}} \cos \vartheta,$$

$Q_{m_{10}}$ étant le flux d'induction à travers le rectangle correspondant à la normale OA.

Si la périphérie de l'induit est développée sur un plan et que, sur chaque point de la périphérie, le flux d'induction Q_{m_1} à travers le rectangle au point considéré soit porté en ordonnées, on obtiendra pour Q_{m_1} la courbe tracée dans la figure 287.

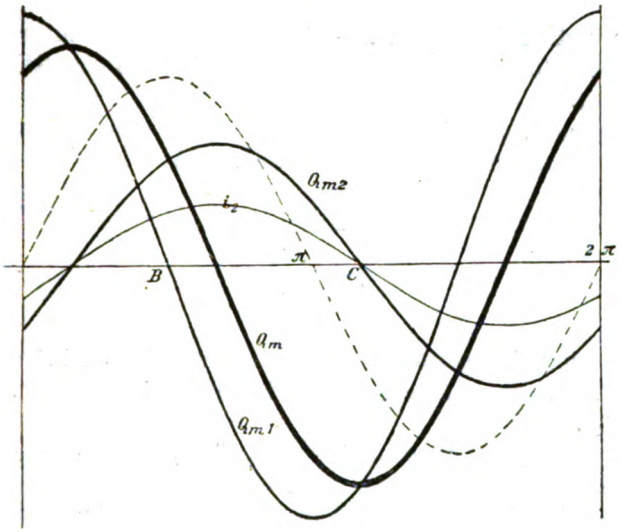
On a supposé que le flux d'induction est compté positivement s'il va de l'intérieur vers l'extérieur de l'induit, et que la direction du champ tournant, au moment que représente la figure 287, est OA (*fig.* 286).

b. La courbe Q_{m_1} de la figure 287 ne représente pas seulement la répartition du flux d'induction sur chacun des rectangles induits, tout le long de la périphérie de l'induit, en un moment déterminé. Elle représente aussi le flux d'induction pour un rectangle induit déterminé, pendant une révolution complète du champ (**50** *b*). Pour la FEM induite dans un rectangle déterminé pendant une révolution du champ, on peut appliquer ce qui a été exposé dans **51** : sa courbe

Digitized by Google

représentative est en pointillé dans la figure 287 (voir *fig.* 51). Comme l'inductance dans les rectangles induits n'est pas toujours négligeable vis-à-vis de la résistance, d'après ce qui a été dit précédemment, le courant i_2 dans un rectangle diffère dans la phase de la FEM induite par Q_{m_1}. Donc la courbe représentant le courant pour ce

Fig. 287.



rectangle, pendant une révolution complète, se rapproche de la courbe i_2 (*fig.* 287).

Le flux d'induction Q_{m_2}, à travers le rectangle traversé par ce courant, est proportionnel au courant i_2 dans le rectangle; sa courbe est donc à peu près la courbe Q_{m_2} de la figure 287. Les courbes i_2 et Q_{m_2} de la figure 287 représentent : la première la répartition des courants induits, la deuxième la répartition du flux d'induction magnétique Q_{m_2}, produit par eux le long de la périphérie de l'induit au moment où le champ tournant a la direction OA (*fig.* 286). On a supposé que la rotation du champ tournant s'effectuait dans la direction de la flèche empennée.

c. Exactement de même que le champ tournant D_1 produit un flux d'induction Q_{m_1} sinusoïdal, on peut imaginer que le flux d'induction sinusoïdal Q_{m_2} est produit par un champ tournant D_2, qui tourne avec une vitesse égale à celle de D_1. Ce champ tournant D_2 doit former avec D_1 un angle égal à l'angle de phase entre Q_{m_2} et Q_{m_1}, représenté

Digitized by Google

dans la figure 287 par le segment BC; dans tous les cas il est plus grand que 90°.

L'action magnétique du courant induit a pour effet d'ajouter au champ tournant de l'inducteur D_1 un champ tournant induit D_2.

Les deux champs tournants se composent en un champ tournant résultant D, qui donne à travers les rectangles de l'induit le flux d'induction $Q_m = Q_{m_1} + Q_{m_2}$ (*fig.* 287).

176. Le vecteur-diagramme. — Si l'on part de ce champ résultant D et du flux d'induction résultant Q_m, les relations se simplifient considérablement.

a. Maintenant, pour la FEM totale $\mathcal{E}_2$ induite dans un rectangle de l'induit et le courant i_2 dans ce rectangle, on a

$$(1) \qquad \mathcal{E}_2 = -\frac{1}{v} Q'_m,$$

$$(2) \qquad i_2 = \frac{\mathcal{E}_2}{w_2},$$

Q_m étant le flux d'induction total dans le rectangle considéré.

Ces égalités sont analogues à celle de **169** *b* (i et $\mathcal{E}$ sont remplacés par i_2 et $\mathcal{E}_2$).

Elles donnent exactement maintenant, si Q_m représente le flux d'induction résultant, les rapports réels.

De ces égalités il résulte pour l'amplitude (**66** et **55** *a*)

$$\mathcal{E}_{20} = \pi 2 U Q_{m_0},$$

$$i_{20} = \frac{\pi 2 U}{w_2} Q_{m_0},$$

et pour la phase

$$\measuredangle(\mathcal{E}_2, Q_m) = \measuredangle(i_2, Q_m) = 90^\circ.$$

Le flux d'induction Q_{m_2} provenant de i_2 est proportionnel à i_2, donc retarde sur Q_m d'un angle de phase de 90°.

Son amplitude est, comme celle de i_2, proportionnelle à l'amplitude de Q_m et à la grandeur U; donc

$$(3) \qquad Q_{m_{20}} \sim U Q_{m_0}.$$

Le vecteur-diagramme, qui représente la relation entre Q_{m_1}, Q_{m_2} et Q_m, prend donc la forme de la figure 288. Il montre, en partie du moins, comment sont tracées les courbes figure 287. L'action du courant induit est de différentier le flux d'induction, qui sans lui serait Q_{m_1}, d'un angle de phase φ_m et de réduire son amplitude à la

Digitized by Google

valeur

$$Q_{m_0} = Q_{m_{10}} \cos \varphi_m.$$

b. L'angle phase φ_m, dont le flux d'induction est retardé, se détermine par la relation

$$\operatorname{tang} \varphi_m = \frac{Q_{m_{20}}}{Q_{m_0}},$$

ou, comme

$$Q_{m_{20}} \sim UQ_{m_0} \qquad [\text{égalité } (3)],$$

on a

$$\operatorname{tang} \varphi_m \sim U,$$

c'est-à-dire qu'il est proportionnel au glissement

Si donc U est très petit, c'est-à-dire que le moteur tourne presque aussi vite que le champ tournant, le diagramme des vecteurs est de

Fig. 288.

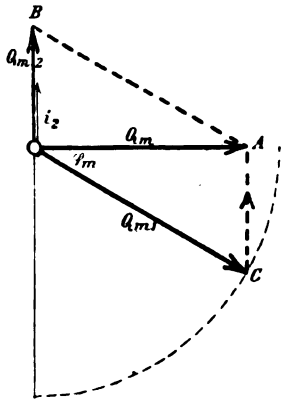


Fig. 289.

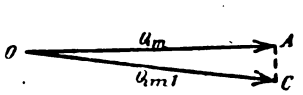


Fig. 290.

la forme de la figure 289. Le contraire a lieu au moment où le moteur démarre; U atteint alors son maximum U_1, le diagramme de la figure 288 devient celui de la figure 290.

c. D'après *a*, les égalités de **169** *b* sont applicables lorsque le flux d'induction est représenté par Q_m. Le résultat obtenu précédemment pour la force de traction Θ est valable pour les relations actuelles, en y remplaçant *n* par 2U. On a donc

$$\Theta \sim UQ_{m_0}^2.$$

En se rappelant que dans le vecteur-diagramme figure 288 $OA = Q_{m_0}$, $AC = OB = Q_{m_{10}}$, que $Q_{m_{20}} \sim UQ_{m_0}$ [égalité (3)], on en déduit immédia-

Digitized by Google

tement que la force de traction du moteur est proportionnelle à la surface du triangle OAC.

177. Réaction sur les circuits du courant primaire. — Le champ tournant D_1, qui existerait dans le moteur s'il n'y avait pas de courant induit, est produit par les champs alternatifs simples dans les différentes bobines de l'inducteur. Le flux d'induction magnétique oscillatoire $\overline{Q_{m_1}}$, qui correspond au champ tournant D_1 dans une bobine primaire déterminée, est proportionnel au courant i_1 dans la bobine considérée.

Au champ tournant résultant D doit donc correspondre un flux d'induction oscillatoire $\overline{Q_m}$ dans une bobine primaire déterminée. Mais D est en retard sur D_1 de l'angle phase φ_m, et son intensité est à celle de D_1 dans le rapport de $\cos\varphi_m$ à 1. Il en est de même du flux d'induction $\overline{Q_m}$ correspondant au champ tournant résultant par rapport au flux $\overline{Q_{m_1}}$ correspondant à D_1. Entre $\overline{Q_m}$ et $\overline{Q_{m_1}}$ existe donc exactement la même relation qu'entre Q_m et Q_{m_1} dans la figure 288.

L'action de l'induit sur la bobine primaire est donc la suivante : le flux d'induction n'a plus même phase que le courant inducteur, mais est en retard sur lui d'un angle de phase φ_m; en outre, son amplitude est diminuée dans le rapport de $\cos\varphi_m$ à 1.

Pour un circuit primaire, il existe donc exactement les mêmes relations que pour le circuit primaire d'un transformateur, dans le cas le plus simple, où la charge de la bobine secondaire est sans induction. De **111**, **113** et **139** on déduira immédiatement les variations du courant dans les circuits excitateurs et les différences de phase entre le courant et la tension pour les différentes valeurs de φ_m, et par cela pour les différentes charges.

178. Courant primaire constant. — Le cas particulier, où les amplitudes du courant primaire i_1 sont maintenues constantes, ne présente ici, comme avec les transformateurs, aucun intérêt pratique. Il sera cependant soigneusement étudié plus tard (**183**).

Une conséquence immédiate de la constance de i_{10} est la constance du flux d'induction $Q_{m_{10}}$, qui lui est proportionnel.

a. Le point extrême C (*fig.* 288) du vecteur de $Q_{m_1} = OC$ doit toujours se trouver sur un cercle de centre O et de rayon OC. Il en résulte que la surface du triangle OAC, et par suite la force de traction Θ, sera relativement petite dans les cas exposés dans les figures 289 et 290, c'est-à-dire soit au démarrage, soit lorsque le moteur a atteint une vitesse très voisine de celle du champ. La force de traction sera maxima pour $\varphi_m = 45°$.

Digitized by Google

b. Comme (*fig*. 288)

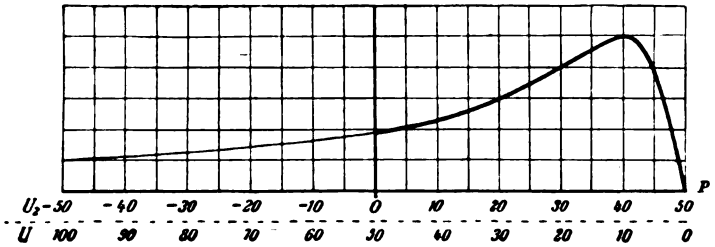
$$Q_{m_0} = Q_{m_{10}} \cos\varphi_m,$$
$$Q_{m_{20}} = Q_{m_{10}} \sin\varphi_m,$$

la surface du triangle sera

$$\text{OAC} \sim Q^2_{m_{10}} \sin\varphi_m \cos\varphi_m$$
$$\sim Q^2_{m_{10}} \frac{\operatorname{tang}\varphi_m}{1 + \operatorname{tang}^2\varphi_m}.$$

D'après **176**, égalité (4), $\operatorname{tang}\varphi_m \sim U$ et peut donc être égal à kU.

Fig. 291.



Par suite la surface du triangle OAC, et par suite la force de traction qui lui est proportionnelle (**176** *c*), sera

$$\Theta \sim Q^2_{m_{10}} \frac{U}{1 + k^2 U^2}. \tag{1}$$

Si l'on porte en abscisses le nombre de tours de l'induit U_2 et en ordonnées les valeurs de la force de traction Θ, on obtient une courbe de la forme de celle tracée en gros traits sur la figure 291 (*). L'abscisse OP correspond à la valeur $U_2 = U_1$. La valeur de U correspondant à une abscisse OX est donc PX (**).

179. Tension constante. — Le deuxième cas, où l'amplitude de la tension $\mathcal{V}_1$ entre les extrémités de l'enroulement primaire est maintenue constante, est, comme avec les transformateurs, le plus important à considérer. En effet, en réalité le moteur à courant triphasé sera toujours monté sur un conducteur de courant triphasé à tension sensiblement constante.

(*) En supposant $U_1 = 50$/sec, $k^2 = 0{,}01$.

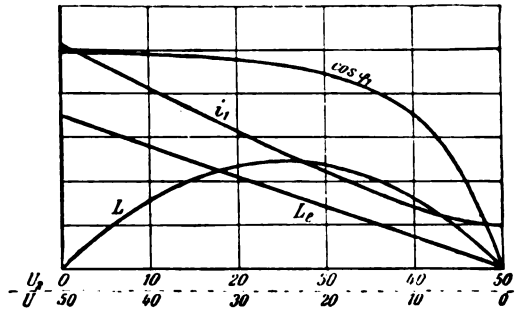
(**) La partie de la courbe tracée en trait mince correspond aux valeurs négatives de U_2, c'est-à-dire au cas où l'induit se déplace dans une direction opposée à celle du champ tournant (se reporter à 183).

Digitized by Google

Ici encore, la résistance w_1 de l'enroulement primaire est toujours suffisamment petite pour que, même pour les plus hautes charges employées, $i_1 w_1$ soit très petit vis-à-vis de $\mathcal{V}_1$. Dans ce cas, comme pour les transformateurs (**140** *b*), l'amplitude du flux d'induction magnétique $\overline{Q_m}$ dans les bobines primaires est sensiblement constant. De ceci il résulte que le champ tournant résultant D est constant, et, en négligeant la dispersion, il en est de même de l'amplitude du flux d'induction magnétique Q_m dans l'induit.

La constance de Q_m permet de simplifier toutes les relations. Les courbes que l'on obtient pour ces différentes grandeurs, en portant

Fig. 292.



en abscisses les valeurs de U et en ordonnées les valeurs correspondantes des grandeurs considérées, sont très simples. Ces courbes sont représentées figure 292.

a. Les relations employées pour la construction des courbes sont les suivantes :

1° Dans le triangle OAC de la figure 288, on a $\operatorname{tang}\varphi_m = \frac{Q_{m_{20}}}{Q_{m_0}}$; comme, d'après **176** *b*, $\operatorname{tang}\varphi_m \sim U$, cela est aussi applicable à Q_{m_0} et à la surface du triangle OAC. Donc, pour la force de traction

$$\Theta \sim U,$$

la courbe est une droite.

2° L'énergie mécanique (charge mécanique. travail mécanique) est, d'après les lois de la Mécanique, $L = U_2\Theta$; donc

$$L \sim UU_2,$$

ou

$$L \sim U(U_1 - U),$$

ou

$$L \sim U_2(U_1 - U_2)$$

Digitized by Google

La courbe est une parabole.

Dans la charge normale (mais non au démarrage du moteur), U_2 ne diffère de la constante U_1 que d'un faible pour cent; il peut donc être considéré comme sensiblement constant. Donc L est sensiblement proportionnel à U.

Pour la charge normale, U, ou le glissement, donne une mesure de la grandeur de la charge.

3° Les relations du circuit primaire, qui dans **140** *d* ont été établies pour le circuit primaire d'un transformateur chargé sans induction, peuvent être obtenues immédiatement.

Le courant i dans un circuit primaire aura pour amplitude

$$i_{10} \sim \frac{1}{\cos\varphi_m} \sim \sqrt{1 + \operatorname{tang}^2\varphi_m};$$

mais, d'après **178** *b*, $\operatorname{tang}\varphi_m = kU$; on a

$$i_{10} \sim \sqrt{1 + k^2 U^2}.$$

4° Le facteur d'énergie dans le circuit excitateur $\cos\varphi_1 = \cos(i_1, \mathcal{V}_1)$ est, d'après **140** *d*, très voisin de $\sin\varphi_m$; donc

$$\cos\varphi_1 \sim \frac{U}{\sqrt{1 + k^2 U^2}}.$$

5° L'énergie électrique L_1 d'un circuit excitateur est (**96**)

$$\begin{aligned} L_1 &= i_{1\text{eff}}\mathcal{V}_{1\text{eff}} \cos\varphi_1, \\ &= \text{approximativement } i_{1\text{eff}}\mathcal{V}_{1\text{eff}} \sin\varphi_m. \end{aligned}$$

Comme $i_1 \sim \frac{1}{\cos\varphi_m}$ et $\operatorname{tang}\varphi_m \sim U$, on a sensiblement

$$L_1 \sim U.$$

La courbe est donc une droite.

b. La figure 293 (*) donne les courbes obtenues à l'aide des mesures faites sur un moteur à courant triphasé de la Compagnie générale d'Électricité; ce moteur est de 5 chevaux. Les abscisses ne sont pas les valeurs de U, mais celles de l'énergie mécanique produite. On peut voir que les relations peuvent être obtenues à l'aide des courbes de la figure 292 et des relations simples de *a*.

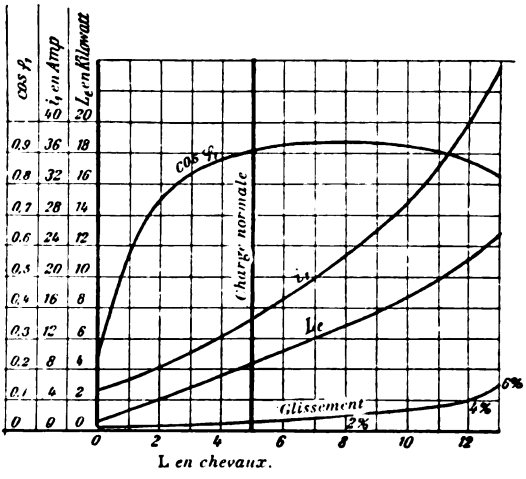
Ceci n'est vrai que dans le cas d'un faible glissement (*fig.* 293).

(*) D'après S. Thompson ([55]), II, p. 658.

Digitized by Google

Pour un fort glissement la dispersion, négligée dans **175** vis-à-vis de la haute impédance magnétique du conducteur induit (**115** *c*), fait que les relations de *a* ne donnent plus qualitativement les relations

Fig. 293.



relatives aux moteurs à courant triphasé techniques. La courbe du moment de rotation **Θ**, par exemple, n'est plus une droite, mais se rapproche de la courbe tracée en gros traits dans la figure 291.

180. Influence de la résistance de l'induit. — Au démarrage du moteur ($U_2 = 0$), la force de traction a une valeur assez considérable. C'est pourquoi le petit moteur, représenté dans les figures 282 et 285, démarre avec une grande force dès qu'on lance le courant; d'ailleurs on le met en évidence à l'aide d'un frein de Prony.

a. Si cela est un avantage, cela est aussi un inconvénient, comme on peut le voir en montant sur un conducteur du moteur un ampèremètre. Au démarrage du moteur (*fig.* 292) le courant est très intense, 6 ampères, et il retombe à 2 ampères dans la charge normale (*). Le courant primaire est, au démarrage du moteur, beaucoup plus intense que dans la charge normale. Par suite les fils des enroulements excitateurs, pour supporter ce fort courant au démarrage, doivent être plus gros qu'il ne serait nécessaire pour la charge normale. Pour les petits moteurs cela ne présente aucun inconvénient

(*) Attention aux expériences avec le frein! Le même moteur fortement freiné peut donner un courant de 11 ampères.

Digitized by Google

sérieux, mais il n'en est pas de même pour les gros moteurs. On est obligé dans ces derniers de disposer, au démarrage du moteur, d'une force de traction puissante, sans que cependant le courant primaire atteigne une intensité excessive.

On y arrive en augmentant la résistance de l'induit.

b. On suppose que la résistance dans l'induit puisse être doublée, sans que du reste il n'y ait rien de changé au moteur.

Il en résulte, d'après **176** *a*, que pour le même champ résultant D, par suite le même flux d'induction Q_{m_0}, l'amplitude du courant i_{20} et par suite (**175** *b*) $Q_{m_{20}}$ ont des valeurs moitié moindres pour la même valeur de U. En outre, tang φ_m, pour la même valeur de U, a une valeur moitié moindre (**176** *b*); le courant primaire i_1, dont l'amplitude est, d'après **179** *a*, $\sim\sqrt{1 + \text{tang}^2\varphi_m}$, est rendu plus petit par l'accroissement de la résistance de l'induit.

L'accroissement de la force de traction de l'induit, pour le même courant primaire i_1, est déduit de l'examen du vecteur-diagramme.

Fig. 294.

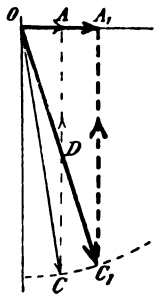


Fig 295.

Au démarrage du moteur, le diagramme des vecteurs était précédemment de la forme de la figure 290; le vecteur-diagramme actuel (*fig*. 294) correspondant à la même force de courant primaire et, par suite, au même Q_{m_1}, s'obtient en joignant le milieu D de CA au point O et en prolongeant jusqu'à l'intersection C_1 avec le cercle de rayon OC $\left(\text{on a } \text{tang} C_1OA_1 = \text{tang}\,\varphi_{m_1} = \frac{1}{2}\,\text{tang}\,\varphi_m\right)$. Une comparaison des deux diagrammes montre immédiatement que, pour le même courant primaire, la surface du triangle OAC et, par suite (**176** *c*), la traction **Θ** sont considérablement augmentées.

L'accroissement de la résistance de l'induit satisfait donc réellement à la nécessité dont il était question dans *a* et offre, par conséquent, un avantage considérable.

Digitized by Google

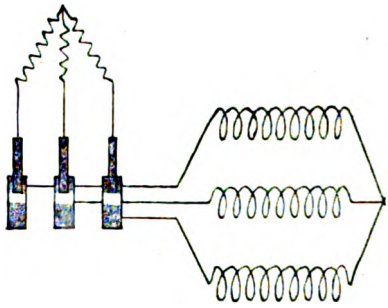
c. Il y a à cela cependant un inconvénient :

1° Pour la charge normale, on obtient la même traction pour une valeur double de U.

La figure 295 représente à peu près le diagramme pour la charge normale. Si pour un même Q_m la résistance de l'induit est doublée, Q_{m_2} prendra une valeur égale à la moitié de celle qu'il avait précédemment. Le vecteur-diagramme de la figure 289, reproduit dans la figure 295 en trait fin, montre que la force de traction s'abaisse à la moitié de sa valeur précédente. Or, pour obtenir la même force de traction, U doit doubler, c'est-à-dire que, pour une même force de traction, le moteur dont l'induit a une résistance plus grande tourne plus lentement; l'énergie mécanique est donc plus faible (**179** *a*).

2° A la même force de traction **Θ** correspond, pour une valeur constante de Q_m, le même Q_{m_2} et par suite le même i_2. Le courant induit i_2

Fig. 296.



développe dans l'induit, à cause de la résistance double, une quantité de chaleur double. La perte d'énergie dans l'induit est donc deux fois plus grande.

De 1° et de 2° il résulte donc une diminution du rendement pour la charge normale, due à l'accroissement de la résistance de l'induit.

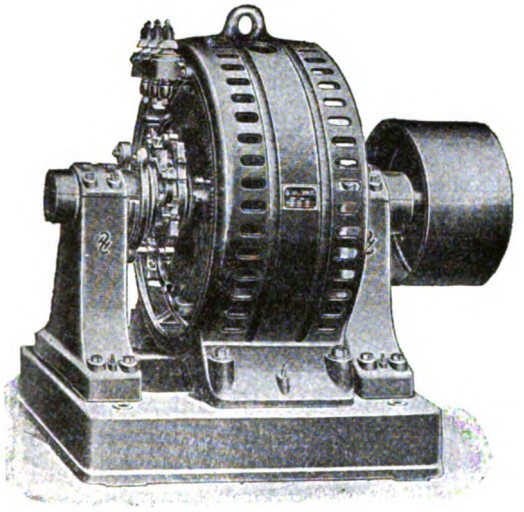
d. Pour obtenir, en même temps, l'avantage de l'induit à grande résistance pour le démarrage et l'avantage de l'induit à faible résistance pour la charge normale, on opère habituellement ainsi : les conducteurs induits sont répartis pour les courants triphasés en trois groupes et ces groupes sont reliés (*fig.* 296), comme les bobines induites des machines à courant triphasé, à trois bagues. Aux trois bagues sont reliées des résistances régulatrices, *résistances de démarrage*.

Au demarrage du moteur on intercale une grande résistance dans

Digitized by Google

les circuits de l'induit. On obtient une forte traction du moteur sans que le courant primaire soit trop intense. Peu à peu on supprime les résistances et, lorsque le nombre normal de tours est atteint, les

Fig. 297.



enroulements induits sont mis en court-circuit. Le moteur travaille alors avec un fort rendement.

Malgré les avantages de l'induit en court-circuit (174), ce dispositif est employé pour tous les gros moteurs à courant triphasé. La figure 297 représente un tel moteur de Siemens et Halske (*).

(*) Dans les villes où la station électrique centrale fournit des courants triphasés, comme par exemple à Strasbourg, on emploie autant que possible dans les laboratoires des moteurs à courant triphasé, et le plus souvent on devra pouvoir régler le nombre de tours. Les moteurs maniables à induit en court-circuit (174) sont d'un emploi commode, mais on ne les règle que difficilement en intercalant des résistances. Dans les moteurs avec résistance de démarrage, le moment de rotation et, par suite, le nombre de tours sont réglables à volonté, sans que pour cela le courant primaire soit trop fort. Mais on doit se faire construire une résistance de démarrage suffisamment forte pour qu'elle puisse travailler longtemps, ce qui n'est pas habituellement le cas de ces résistances de démarrage. Dans les laboratoires il est, la plupart du temps, sans importance que le rendement d'un semblable moteur soit inférieur à celui correspondant au fonctionnement normal.

Digitized by Google

V. — Moteurs monophasés a induit en court-circuit.

181. Expérience fondamentale. — *a*. Dans le modèle de la figure 214 on réunit les bobines aux deux bornes d'un conducteur de courant alternatif, les bobines étant montées de telle façon qu'un champ alternatif simple prenne naissance à l'intérieur de l'anneau. Un induit en court-circuit, placé à l'intérieur de l'anneau, ne prendra pas de mouvement de rotation, d'après ce qui a été dit à **170** *a*. Mais, si l'induit en court-circuit est mis en rotation et qu'on augmente peu à peu sa vitesse angulaire, à partir d'un certain moment il gagnera de lui-même un certain nombre de tours et accélérera son allure jusqu'à ce qu'elle ait atteint une certaine valeur, comme s'il s'agissait d'un champ tournant.

b. Cette expérience, due à El. Thomson, est réalisée au moyen d'un petit moteur technique à courant triphasé de la manière suivante : deux des trois bornes du moteur sont reliées à deux des bornes d'un conducteur à courant triphasé. Il existe donc à l'intérieur un champ alternatif simple, le moteur reste immobile. Pour mettre l'induit en mouvement, il suffit de relier pendant un instant la troisième borne du moteur, à l'aide d'un commutateur, à la troisième borne du conducteur de courant triphasé; un champ tournant prend naissance et le moteur tourne comme moteur à courant triphasé. Une fois l'induit en mouvement, le commutateur est ouvert, il se produit donc de nouveau un champ alternatif simple. L'induit cependant se met à tourner avec une grande vitesse, le moteur fonctionne comme moteur à courant alternatif ou moteur monophasé. Il peut maintenant fournir du travail et être fortement freiné sans que son nombre de tours diminue considérablement. C'est donc un moteur à courant alternatif asynchrone (**165** *b*). Il y a cependant une limite : si l'on abaisse le nombre de tours au-dessous d'une certaine valeur, le moteur s'arrête.

182. Décomposition d'un champ alternatif en deux champs tournants. — L'explication, que G. Ferraris a donnée du fonctionnement d'un tel moteur ([91]), est basée sur ce qu'un champ alternatif peut être décomposé en deux champs tournants.

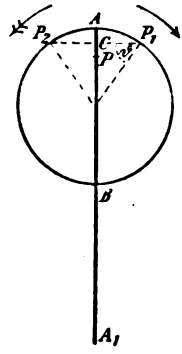
a. Pour le démontrer, on imagine deux champs tournants, de même intensité et de vitesses de révolution égales et de sens contraires, agissant sur le pinceau de rayons cathodiques du tube de Braun. Sous l'action d'un des champs tournants, la tache lumineuse décrit le cercle de la figure 298, de rayon *r*, dans la direction de la flèche

Digitized by Google

simple; sous l'action de l'autre champ tournant, elle décrit le même cercle, mais dans la direction de la flèche double. La tache lumineuse doit donc passer au même moment au point A (et au point B, diamétralement opposé), quel que soit le champ tournant qui agisse.

Pour obtenir le mouvement résultant de la tache sous l'action des deux champs, on décompose le mouvement de la tache en deux composantes, une dans la direction AB, l'autre dans la direction normale. La dernière composante est égale pour les deux champs, mais a des directions opposées. La composante résultante, perpendiculaire à AB,

Fig. 298.



est donc nulle : la tache lumineuse doit se déplacer sur la droite AB. La première composante, dans la direction de AB, est pour les deux champs tournants égale en grandeur et en direction.

La tache, sous l'action de l'un des champs, se trouverait en P_1; sous l'action de l'autre, en P_2; elle se trouvera donc réellement en P, dont la position est déterminée par la condition $AP = 2AC$ (*fig.* 298). La tache est toujours à une distance de A double de celle de C; elle oscille donc entre les points A et A_1 ($A_1B = AB$), alors que C oscille entre A et B. On a

$$BP = 2r \sin \vartheta.$$

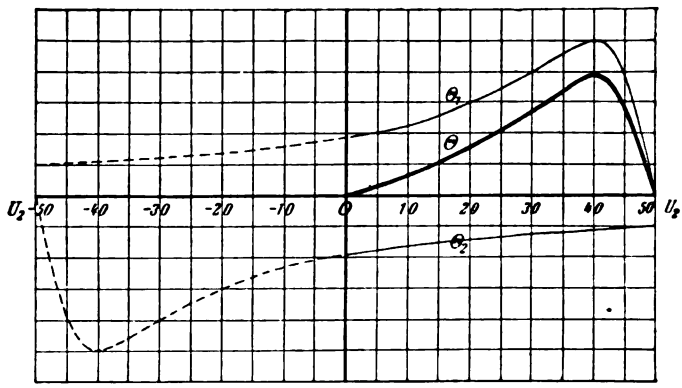
Le mouvement de la tache est donc oscillatoire (51 *c*).

La tache subit les mêmes déplacements que si elle était soumise à un champ alternatif simple; la résultante des deux champs tournants est donc un champ alternatif simple. Son amplitude, représentée par $2r$, est le double de l'intensité r de l'un des champs tournants, et sa fréquence est le double du nombre de révolutions des champs tournants.

Digitized by Google

b. Si l'on avait opéré d'une façon inverse, on serait arrivé à la proposition suivante : un champ alternatif peut être décomposé en deux champs tournants semblables, mais de sens opposés. Leurs intensités

Fig. 299.



sont la moitié de l'amplitude, et leur nombre de révolutions la moitié de la fréquence du champ alternatif.

183. Application aux moteurs monophasés. — Cette décomposition présente pour le moteur monophasé une importance pratique; car le moment de rotation produit par un champ alternatif, agissant sur un induit tournant, peut être considéré comme la somme des moments de rotation de deux champs tournants (*). On peut donc appliquer les résultats du paragraphe IV au moment de rotation de chacun des champs tournants et, en ajoutant les actions des deux champs tournants, on obtient le moment de rotation cherché.

On suppose que le nombre de révolutions de l'induit soit U_2, celui du champ tournant U_1. Le moment de rotation du champ, qui tourne dans la direction de l'induit, sera représenté (**179** *b*) par une courbe de la forme de celle de Θ_1 (*fig.* 299), correspondant à la courbe de la figure 291.

Le moment de rotation du champ, qui tourne dans le sens opposé, est donné par la courbe Θ_2 dans la figure 299. Elle se déduit, comme le montre un simple examen, de la courbe Θ_1 par une rotation de 180°. Le moment de rotation résultant donne la courbe Θ, dont les ordonnées sont la somme des ordonnées de Θ_1 et Θ_2.

(*) Gorges ([91a]) a donné une autre explication très vraisemblable du fonctionnement des moteurs monophasés.

Digitized by Google

a. La courbe Θ rend compte qualitativement des phénomènes observés dans l'expérience de 181. Si l'induit est immobile $U_2 = o$, il n'existe aucun moment de rotation. Si l'induit tourne, un moment de rotation s'exerce sur lui; si la vitesse de rotation initiale est suffisamment grande pour que le moment de rotation lui correspondant soit en état de vaincre la résistance de frottement, l'induit se met à marcher plus vite. Comme le moment de rotation croît peu à peu avec le nombre de tours de l'induit, le nombre de tours croît rapidement. Le moteur s'écarte ensuite de la vitesse correspondant au moment de rotation maximum et conserve finalement le nombre de tours correspondant au moment de rotation de la charge extérieure. Ce nombre de tours est, pour les charges admissibles, très voisin du nombre de révolutions du champ tournant, comme dans les moteurs à courant triphasé.

A partir de ce moment la marche du moteur est stable, car un accroissement de la charge, et par suite une diminution du nombre de tours, entraîne un accroissement de la force de traction. Ceci n'est vrai que si l'on ne dépasse pas le point critique qui correspond au moment de rotation maximum. Si la charge subit un accroissement tel que le nombre de tours vienne à tomber au-dessous de ce point critique, le moteur s'arrête.

b. Le moment de rotation résultant Θ est d'autant meilleur que la partie plane de la courbe Θ_1 ou Θ_2 est plus voisine de l'axe des abscisses, car cette partie correspond toujours à une diminution de Θ. De 180 *b* il résulte que ceci est dû à une diminution de la résistance de l'induit; donc cette construction de l'induit, qui dans les moteurs à courant triphasé avait certains inconvénients au démarrage, est parfois assez avantageuse dans le cas de moteurs monophasés.

c. D'ailleurs la construction des moteurs monophasés doit satisfaire, dans les points essentiels, aux mêmes conditions que pour les moteurs à courant triphasé. S'ils ont l'avantage de n'exiger que deux conducteurs et un circuit de courant primaire unique, ils ont l'inconvénient (*) de ne pas démarrer d'eux-mêmes. Un mécanisme auxiliaire est donc nécessaire pour assurer le démarrage du moteur. On emploie fréquemment dans ce but des bobines auxiliaires, produisant une composante de champ tournant (**), et le moteur démarre comme un moteur à courant triphasé; en supprimant ensuite ces bobines auxiliaires, il continue à marcher en moteur monophasé.

(*) Par ailleurs ils ont un plus faible rendement, un poids plus élevé, et coûtent plus cher que des moteurs à courant triphasé de même puissance.

(**) Ce qui était aussi le cas dans l'expérience de 181 *b*.

Digitized by Google

CHAPITRE VIII.

CIRCUIT DE COURANT ALTERNATIF AVEC CONDENSATEURS ([92]).

184. Courant de charge et courant de décharge. — Dans le Chapitre IV, on a éliminé par principe les circuits avec condensateurs. Les relations précédentes peuvent donc, pour des circuits alternatifs comprenant des condensateurs, n'avoir aucune valeur. L'expérience suivante montre qu'en effet elles n'en ont aucune (*fig.* 300).

Aux bornes K_1 et K_2 d'un conducteur de courant alternatif sont montées, derrière deux lampes à incandescence G, les deux armatures C_1 et C_2 d'un condensateur à papier (**17** *b*). Le papier paraffiné qui sépare les deux armatures étant un isolant parfait, la résistance du condensateur, d'une armature à une autre, est pratiquement infinie. D'après **87**, égalité (3), comme $w_1 = \infty$, on peut croire qu'aucun courant sensible ne passera dans le conducteur du condensateur. Mais en réalité les lampes s'allument dès que le commutateur est fermé; l'ampèremètre monté sur le circuit accuse une déviation de de 0,24 ampère (*).

Ce courant n'est nullement la conséquence d'un mauvais isolement des armatures du condensateur; car, s'il en était ainsi, on devrait obtenir le même courant en remplaçant aux bornes K_1 et K_2 le conducteur de courant alternatif par une batterie d'accumulateurs de même tension. En réalité, dans ce cas, les lampes ne s'allument pas, et l'ampèremètre n'indique aucune trace de courant. La raison en est tout autre. Par suite du montage aux bornes K_1 et K_2 entre lesquelles règne une tension alternative, la tension $\mathcal{V}$ entre les deux armatures du condensateur est elle-même oscillatoire. A chaque tension $\mathcal{V}$, entre les armatures du condensateur, correspond une certaine charge e du condensateur. Si $\mathcal{V}$ représente la tension de l'armature C_1 par rapport à l'armature C_2, à une valeur positive de $\mathcal{V}$ correspond une

(*) Tension entre K_1 et K_2 = 120 volts environ; capacité du condensateur = 7,3 microfarads; les lampes à incandescence sont de 5 bougies et 60 volts.

Digitized by Google

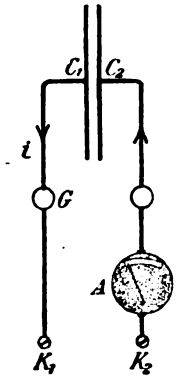
charge positive $+e$ de C_1 et une charge négative $-e$ de C_2; on a [17, égalité (1)]

$$e = c\mathcal{V},$$

c représentant la capacité du condensateur.

Au moment où la tension $\mathcal{V}$ s'annule, il en est de même de la charge e. Pendant que la tension croît, la charge positive de C_1 et la charge négative de C_2 croissent également. D'après 23, ceci ne peut avoir lieu que si un courant électrique aboutit dans l'armature C_1 et sort de l'armature C_2; ce courant doit être le même dans le conducteur K_1C_1 que dans le conducteur K_2C_2, car il doit être déversé à chaque

Fig. 300.



moment autant d'électricité positive sur le plateau C_1 que de négative sur C_2. Les phénomènes sont donc les mêmes que si un courant traversait le condensateur dans la direction opposée à la flèche (*fig.* 300). Au moment où la tension $\mathcal{V}$ décroît de nouveau jusqu'à zéro, l'armature C_1 perd sa charge positive et l'armature C_2 sa négative. A cette décharge du condensateur doit correspondre un courant dans la direction de la flèche (*fig.* 300).

Après la décharge, c'est-à-dire quand $\mathcal{V} = 0$, la tension commence à devenir négative. Le condensateur se charge de nouveau, mais avec un signe contraire; il y a donc encore un courant de charge, mais dans une direction opposée, et ainsi de suite.

Donc, sous l'influence d'une tension alternative, le condensateur doit alternativement se charger et se décharger. Le courant, qui résulte de ces charges et décharges successives, a été mis en évidence, dans l'expérience précédente, par les lampes ou l'ampèremètre.

Digitized by Google

I. — Circuit a condensateur sans induction.

185. La tension entre les armatures du condensateur. — Les courants de charge et de décharge d'un côté, les tensions entre les armatures d'un autre côté, doivent se produire chaque fois qu'on monte un condensateur dans un circuit de courant alternatif. Ces deux phénomènes doivent, en général, modifier complètement les relations du courant. On peut se demander si les relations du Chapitre IV peuvent être étendues aux circuits à condensateurs. On considère d'abord le

Fig. 301.

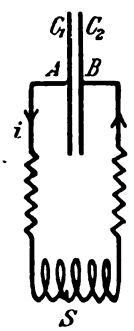
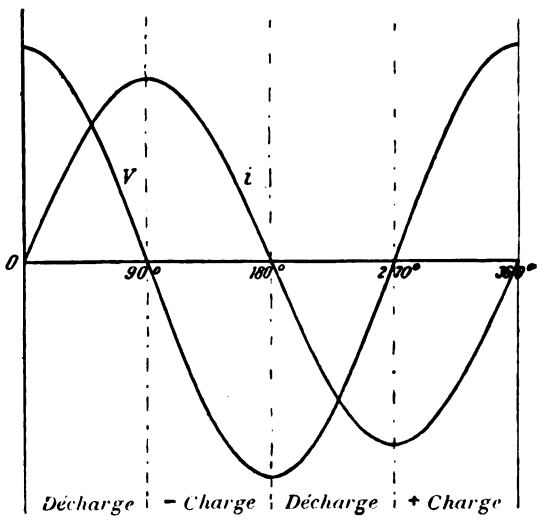


Fig. 302.



cas le plus simple. Les armatures d'un condensateur sont reliées à une bobine S, secondaire d'un transformateur ou induit d'une machine à courant alternatif, par l'intermédiaire de deux très grandes résistances w sans induction. Par suite, le long du circuit SC_1C_2 (*), une FEM $\mathcal{E}_a$ est induite; i représentera le courant dans le conducteur compté positivement dans la direction de la flèche (*fig.* 301), et $\mathcal{V}$ la tension du plateau C_1 par rapport au plateau C_2.

a. On considère le conducteur ASB limité aux points de contact A et B du conducteur et des armatures du condensateur. Le conduc-

(*) Le circuit peut être considéré comme fermé d'une manière quelconque par le condensateur (192).

Digitized by Google

teur ASB ne comprenant aucun condensateur, la relation de **87**, égalité (1), lui est applicable. On a donc

$$(1) \qquad iw = \mathcal{E}_a\,(*) + \mathcal{V},$$

dans laquelle $\mathcal{V}$ représente exactement la tension entre A et B; mais, comme A et B se trouvent au voisinage immédiat de C_1 et C_2, la tension entre A et B est vraisemblablement égale à celle entre C_1 et C_2.

b. La tension $\mathcal{V}$ dépend, d'après **184**, du courant lui-même, et la différence de phase entre $\mathcal{V}$ et i se détermine par la méthode déjà indiquée : tant que le courant i s'écoule dans le plateau C_1, c'est-à-dire, d'après la convention du signe, tant que i est négatif, $\mathcal{V}$ croît. Mais, i et $\mathcal{V}$ étant oscillatoires, leurs courbes d'oscillation se comportent l'une vis-à-vis de l'autre comme les courbes de la figure 302, c'est-à-dire que $\mathcal{V}$ est en avance d'un angle de phase de 90° par rapport à i.

Ceci se déduit aussi de **23** *a*. On a dans ce cas, si e représente la charge de C_1,

$$(2) \qquad i = -e' = -c\mathcal{V}' \qquad (17).$$

Mais, d'après **65**, il en résulte que i est en retard sur $\mathcal{V}$ d'un angle phase de 90°, ou que $\mathcal{V}$ est en avance sur i d'un angle phase de 90°; donc

$$(3) \qquad \measuredangle\,(\mathcal{V}, i) = -90^\circ.$$

c. La relation de l'égalité (2) donne aussi l'amplitude de $\mathcal{V}$ (**66**) :

$$(4) \qquad i_0 = \pi n c \mathcal{V}_0$$

ou

$$(4\,a) \qquad \mathcal{V}_0 = \frac{i_0}{\pi n c}.$$

186. Courant et FEM **extérieure ou tension** ([93]). — *a*. Dans ces hypothèses, le vecteur-diagramme, d'après **185**, égalité (1), doit avoir la forme de la figure 303. La tension $\mathcal{V}$ y joue le rôle que la FEM induite $\mathcal{E}_i$ avait joué dans **86**. Le fait que $\mathcal{V}$ ait une avance sur i dans la phase, $\mathcal{E}_i$ avait par contre un retard, entraîne comme conséquence que le courant i a une avance de phase sur la FEM $\mathcal{E}_a$ extérieure et n'a pas de retard, comme dans **86** *c*.

(*) $\mathcal{E}_a$ en tant que FEM induite le long de ASB correspond à $-p_1 i'_1$ de **87**, égalité (1).

Digitized by Google

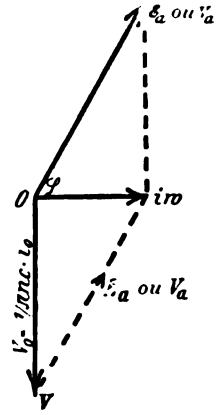
b. Du vecteur-diagramme on déduit immédiatement les relations

$$i_0 = \frac{\mathcal{E}_{a_0}}{\sqrt{w^2 + \left(\frac{1}{\pi n c}\right)^2}},$$

$$\operatorname{tang}(i, \mathcal{E}_a) = \frac{-\frac{1}{\pi n c}}{w} = -\frac{1}{\pi n}\frac{1}{cw} \quad (*).$$

Elles se déduisent immédiatement de celles de **86** *c*, en remplaçant $\pi n p$ par $-\frac{1}{\pi n c}$. On peut donc énoncer la proposition suivante : *Un condensateur de capacité c, dans un circuit de courant alternatif.*

Fig. 303.



agit sur l'amplitude et la phase comme une inductance négative ayant pour valeur $-\frac{1}{\pi n c}$.

L'expression $\frac{1}{\pi n c}$, qui détermine l'action du condensateur sur l'amplitude et la phase du courant, est appelée *condensance*. Elle agit à l'inverse de l'inductance d'une bobine. Tandis que l'inductance est d'autant plus grande que la fréquence est plus élevée, la condensance, et par suite l'action du condensateur, est d'autant plus grande que la fréquence est plus faible.

(*) Le produit cw est souvent appelé *constante du temps* du circuit à condensateur.

Digitized by Google

On peut voir, d'après **184**, que la condensance, qui est une espèce de résistance du condensateur, est d'autant plus petite, et par suite le courant d'autant plus grand, que la capacité et la fréquence sont plus grandes.

La masse électrique, que le condensateur reçoit et restitue pour une tension et une fréquence déterminées pendant une période du courant alternatif, sera d'autant plus grande que la capacité du condensateur sera elle-même plus grande. D'un autre côté, la charge et la décharge du condensateur seront d'autant plus rapides que la fréquence sera plus grande; il s'ensuivra, pour une même tension et une même capacité, un courant d'autant plus intense dans le conducteur du condensateur.

c. Si l'on ne considère pas le circuit à condensateur tout entier, mais, par analogie avec le cas de **87** *b*, une partie seulement ($K_1C_1C_2K_2$, *fig*. 300) d'un tel circuit comprenant un condensateur de capacité *c*, et entre les extrémités K_1 et K_2 duquel règne une tension $\mathcal{V}_a$, on a, comme dans **87**,

$$i_0 = \frac{\mathcal{V}_{a_0}}{\sqrt{w^2 + \left(\frac{1}{\pi n c}\right)^2}},$$

$$\operatorname{tang}(i, \mathcal{V}_a) = \frac{-\frac{1}{\pi n c}}{w}.$$

187. Cas limites. — *a*. w est très grand vis-à-vis de $\frac{1}{\pi n c}$.

On a sensiblement

$$i_0 = \frac{\mathcal{E}_{a_0}}{w} \quad \text{ou} \quad \frac{\mathcal{V}_{a_0}}{w},$$

$$\measuredangle\, i, \mathcal{E}_a \quad \text{ou} \quad \measuredangle\,(i, \mathcal{V}_a) = \text{environ } 0.$$

Étant données les basses fréquences de la technique, ce cas est réalisé par de grandes résistances ou par des condensateurs extrêmement grands. Mais pour les hautes fréquences, d'un million ou plus, le cas se présente pour des condensateurs d'une capacité très modérée et pour une valeur modérée de w (*). Il peut arriver que des condensa-

(*) La condensance $\frac{1}{\pi n c}$ atteint sensiblement les valeurs suivantes :

	$c = 1$ microfarad.	$c = \frac{1}{1000}$ microfarad.
$n = 100$/sec	3000 ohms	3.10^6 ohms
$n = 10^6$/sec.....	0,3	300

Digitized by Google

teurs d'une capacité relativement faible n'exercent aucune action, c'est-à-dire se comportent exactement comme si leurs deux armatures étaient réunies par un fil.

b. $\frac{1}{\pi n c}$ est très grand vis-à-vis de w.

On a sensiblement

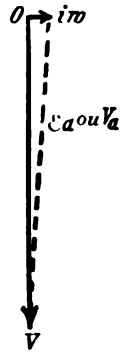
$$i_0 = \pi n c\, \mathcal{E}_{a_0} \quad \text{ou} \quad \pi n c\, \mathcal{V}_{a_0},$$

$$\measuredangle(i, \mathcal{E}_a) \quad \text{ou} \quad \measuredangle(i, \mathcal{V}_a) = -90^\circ,$$

et le vecteur-diagramme de la figure 303 se transforme en celui de la figure 304.

Ceci se produit, pour de faibles fréquences, en reliant des condensateurs à papier à des conducteurs de courant alternatif par des fils

Fig. 304.



dont la résistance ne dépasse pas quelques ohms. La tension $\mathcal{V}$ entre les armatures du condensateur est très sensiblement égale à la tension extérieure $\mathcal{V}_a$, ou à la FEM $\mathcal{E}_a$.

188. Détermination de la condensance et de la capacité d'un condensateur. — Le condensateur à étudier (*) est relié aux bornes K_1 et K_2 d'un conducteur de courant alternatif par des fils de faible résistance. Un ampèremètre A indique le courant i en ampères, un voltmètre V la tension $\mathcal{V}_a$ entre les bornes K_1 et K_2 en volts.

(*) Figure 305, dans laquelle on a enlevé le wattmètre ainsi que son conducteur de tension.

Digitized by Google

De **187** *b* et de **71** on tire

$$i_{eff} = \pi n c \, \mathcal{V}_{aeff};$$

donc

$$\frac{1}{\pi n c} = \frac{\mathcal{V}_{aeff}}{i_{eff}} \text{ ohm.}$$

Si l'on connaît le nombre n, on déduit de la condensance $\frac{1}{\pi n c}$ la capacité du condensateur.

Exemple. — Le condensateur à papier employé dans l'expérience **184** est relié à deux bornes du courant triphasé urbain; on obtient

$$\mathcal{V}_{aeff} = 131 \text{ volts},$$
$$i_{eff} = 0{,}30 \text{ ampère};$$

donc

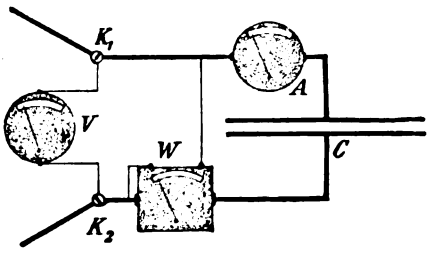
$$\frac{1}{\pi n c} = \frac{131}{0{,}30} = 437 \text{ ohms.}$$

La fréquence du courant triphasé étant d'environ 100/sec, la capacité du condensateur est donc

$$c = \frac{1}{\pi 100} \frac{1}{437 \text{ ohms}} = \frac{1}{\pi 100} \frac{1}{437.10^9} \text{ C.G.S. } (49).$$
$$c = 7{,}3.10^{-15} \text{ C.G.S.} = 7{,}3 \text{ microfarads.}$$

189. Relations de l'énergie. — *a*. Si l'on monte, dans le dispositif décrit précédemment, un wattmètre (*fig.* 305) pour mesurer la con-

Fig. 305.



sommation d'énergie dans le condensateur, il n'accuse aucune déviation.

D'après **187** *b* on peut s'attendre à ce que le courant, dans ce dispositif, diffère de la tension d'un angle phase d'environ 90°; l'énergie

Digitized by Google

consommée, qui est, d'après **96**, égale à $i_{\text{eff}}\mathcal{V}_{ae}\cos(i, \mathcal{V}_a)$, doit être nulle. Qu'elle le soit réellement, cela dépend de ce qui a été dit dans **187** *b* relativement à la grandeur de la phase.

b. Relativement à la consommation, un condensateur se comporte donc comme une résistance inductive idéale (**98** *b*); il produit une composante de courant en général sans watt. Tandis que l'angle de phase et la consommation d'énergie, pour des résistances inductives assez grandes comme des bobines à noyau de fer, n'étaient pas ceux que, d'après **88** *b* et **98** *b*, on pouvait exiger d'une résistance inductive idéale; l'expérience avec le condensateur montre une harmonie parfaite avec les relations de **187** *b*.

Il en résulte inversement : un phénomène analogue à l'hystérésis peut exister avec les condensateurs, mais dans une mesure pratiquement insensible. En réalité la plupart des matières isolantes présentent une hystérésis diélectrique, l'analogue électrique ([95]) de l'hystérésis magnétique du fer. La charge résiduelle connue des bouteilles de Leyde en est un effet. Mais l'influence de l'hystérésis diélectrique est, en général, trop faible pour être mise en évidence par des mesures faites de la façon précédente (*) (*voir* **259** *c*).

c. Relativement à l'échange d'énergie dans un circuit à condensateur sans induction, on déduit (ce qui correspond tout à fait aux relations de **97**) de **185**, égalité (1),

$$i^2 w = i\mathcal{E}_a + i\mathcal{V},$$

ou

$$i\mathcal{E}_a = i^2 w - i\mathcal{V},$$

ou encore

$$L_a = L_w + L_e,$$

$i\mathcal{E}_a = L_a$ étant l'énergie fournie au circuit par l'extérieur (provenant de la machine ou du transformateur), et $i^2 w = L_w$ la consommation d'énergie par seconde dans les fils du circuit par la chaleur de Joule. L'expression $-i\mathcal{V} = L_e$ est l'énergie qui est fournie au condensateur. On peut démontrer, exactement de la même manière que $-i\mathcal{E}_i$ est dans **97** *c* l'accroissement de l'énergie du champ magnétique, que $-i\mathcal{V}$ est l'accroissement (par seconde) de l'énergie W_e du champ électrique dans le condensateur ([95]).

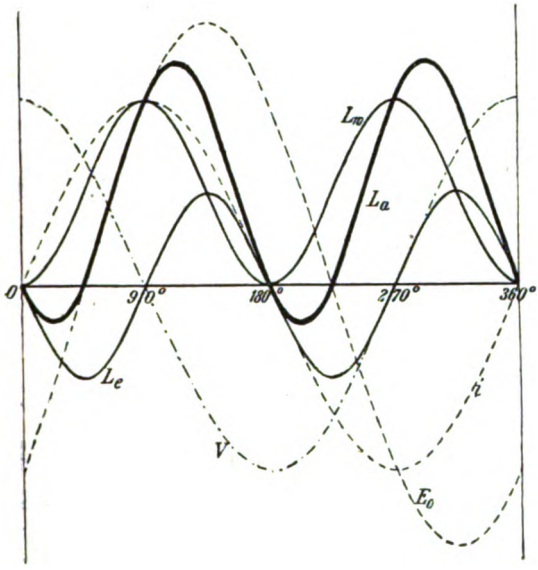
(*) Si un condensateur donne dans ces mesures une consommation d'énergie un tant soit peu forte, il faut en conclure que son isolement est défectueux. Un condensateur de l'Institut de Strasbourg a donné, par exemple, 1 watt avec le dispositif de la figure 305. En essayant son isolement, on a trouvé que la résistance entre les armatures s'élevait à 15000 ohms environ.

Digitized by Google

Comme, d'après **185** *b*, $\mathcal{V}$ diffère de i d'un angle phase de 90°, la valeur moyenne du produit $i\mathcal{V} = 0$ (**70** *a*). La consommation durable d'énergie n'est donc due qu'à l'échauffement des fils.

Les courbes pour L_a, L_w et L_e sont représentées figure 306 (*). Relativement à l'échange d'énergie, on peut en déduire ce qui suit : pendant que la tension $\mathcal{V}$ s'élève dans une direction positive ou négative, le condensateur se charge (*voir* figure 302); l'énergie L_a, plus grande que l'énergie L_w transformée en chaleur, est empruntée par le circuit à l'extérieur. L'excédent s'accumule sous forme d'énergie

Fig. 306.



du champ électrique régnant entre les deux plateaux du condensateur. Si la tension tombe aux environs de 0, le condensateur se décharge et il redonne son énergie électrique au circuit. Le circuit consomme une partie de cette énergie ($L_w > L_a$), mais une partie aussi retourne à la machine (L_a négatif).

Les relations sont les mêmes que dans le cas des circuits de courant alternatif à coefficients de self-induction considérables (**97** *b*). La seule différence est que le champ électrique du condensateur remplace le champ magnétique du circuit de courant alternatif.

(*) En supposant $w = \frac{1}{\pi nc}$.

Digitized by Google

190. Déformation des courbes d'oscillation par les condensateurs. — On suppose que la FEM $\mathcal{E}$, dans un circuit à condensateur sans induction, n'est pas exactement sinusoïdale, mais comprend, en outre de l'oscillation fondamentale $\mathcal{E}_1$ de fréquence n, des oscillations supérieures $\mathcal{E}_2$, $\mathcal{E}_3$, ..., de fréquence $2n$, $3n$, ...

Il est admis ici, comme dans **94**, que les oscillations séparées sont supposées les mêmes que si chacune d'elles existait seule dans le circuit de courant alternatif.

a. La condensance d'un condensateur étant d'autant plus petite que la fréquence est plus grande, l'impédance

$$\sqrt{w^2+\left(\frac{1}{\pi nc}\right)^2}$$

d'un circuit à condensateur pour une oscillation supérieure doit être plus petite que pour l'oscillation fondamentale, et cela d'autant plus que la fréquence de l'oscillation supérieure est plus grande. Il en résulte (*voir* **94**) que le courant sera moins sinusoïdal que la FEM, et s'écartera d'autant plus de la forme sinusoïdale que les oscillations supérieures existantes seront d'un ordre plus élevé. Dans cette relation un condensateur agit à l'inverse d'une résistance inductive.

b. Plus exactement, les relations de ♡ donnent, pour l'oscillation fondamentale i_1 du courant et ses oscillations supérieures i_2, i_3, ...,

$$i_{10}=\frac{\mathcal{E}_{10}}{\sqrt{w^2+\left(\frac{1}{\pi nc}\right)^2}},\qquad i_{20}=\frac{\mathcal{E}_{20}}{\sqrt{w^2+\left(\frac{1}{2\pi nc}\right)^2}},\qquad \ldots;$$

dans le cas limite **187** *b*, où w est très petit vis-à-vis de $\frac{1}{\pi nc}$,

$$i_{10}=\pi nc\,\mathcal{E}_{10},\qquad i_{20}=2\pi nc\,\mathcal{E}_{20},\qquad \ldots;$$

donc

$$i_{10}:i_{20}:i_{30}\ldots=\mathcal{E}_{10}:2\mathcal{E}_{20}:3\mathcal{E}_{30}\ldots.$$

La figure 307 donne la courbe du courant produit par la FEM de la figure 168 dans un circuit où

$$w=\frac{1}{3}\,\frac{1}{\pi nc}.$$

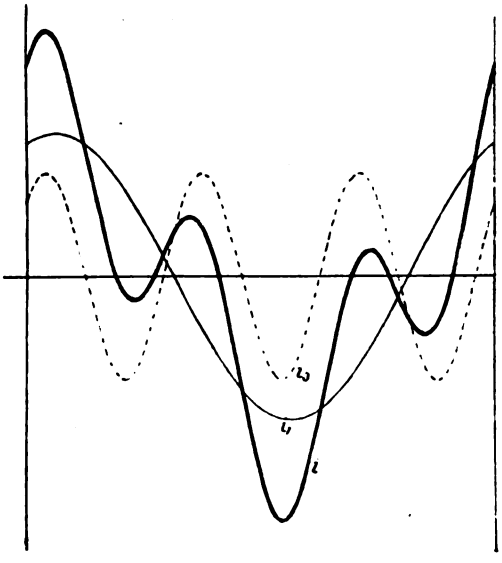
Elle montre que la déformation de la courbe d'oscillation est déjà considérable dans cette hypothèse.

c. Dans les expériences de laboratoire et de conférences, cette déformation de la courbe de courant peut être très gênante.

Digitized by Google

Pour l'établissement expérimental des relations, correspondant à un courant alternatif sinusoïdal, on emploie en général des machines dont la FEM n'est pas exactement sinusoïdale. Dans beaucoup de cas,

Fig. 307.



en particulier pour les circuits de courant alternatif ayant une haute inductance, cela est assez indifférent.

Pour des circuits à condensateur, la déformation du courant peut atteindre une valeur telle que les relations ne soient plus sensiblement valables et, par suite, ne soient plus sensiblement vérifiées expérimentalement avec la machine employée.

II. — Circuit a condensateur avec self-induction.

191. Expérience. — Aux bornes K_1 et K_2 (*fig.* 305, moins le wattmètre) d'un courant alternatif est monté un condensateur C. L'ampèremètre A marque 0,68 ampère$_{eff}$ et le voltmètre en dérivation sur K_1 et K_2 131 volts$_{eff}$. La condensance $\frac{1}{\pi nc}$ du condensateur est donc, d'après **188** (*), égale à 131 : 0,68 = 193 ohms.

*) La résistance doit être négligeable.

Digitized by Google

On substitue maintenant au condensateur trois bobines de réaction montées en série. L'ampèremètre indique 0,97 ampère. L'inductance πnp des bobines est donc, d'après **90**, égale à $131 : 0,97 = 135$ ohms.

Si l'on monte le condensateur et les bobines en série, on ne peut pas s'attendre, d'après **91**, à ce que la résistance agissante soit égale à la somme des deux résistances apparentes. On pourra admettre, au moins, que l'impédance du condensateur et des bobines réunis est plus grande que chacune d'elles prise isolément; mais l'expérience montre exactement le contraire; l'ampèremètre indique maintenant 1,33 ampère, la résistance apparente du condensateur et des bobines réunis n'est donc que de $131 : 1,33 = 98$ ohms. Il semble donc que l'introduction d'une résistance inductive compense en partie l'action d'un condensateur et agisse en sens contraire. L'exactitude de cette supposition sera établie par une démonstration convenable. Avant que celle-ci puisse être étudiée, il faut examiner une question plus générale.

192. Le champ magnétique et le coefficient de self-induction d'un circuit à condensateur ([96]). — *a*. Le champ magnétique d'un circuit à condensateur n'est pas seulement déterminé par le courant dans le circuit à condensateur, mais aussi par le champ alternatif électrique entre les armatures du condensateur (*) (**35**). Ce champ alternatif électrique agit magnétiquement, tout comme si le courant de charge et de décharge traversait le condensateur en y produisant un champ de courant homogène, si le champ électrique dans le condensateur est homogène (**).

(*) Abstraction faite du champ électrique induit (*voir* 83 et 273).

(**) Pour le courant $\mathfrak{s}$ auquel le champ électrique (induction $\mathfrak{e}$) peut être substitué, relativement à son action magnétique, on a, d'après 35 *c*,

$$\mathfrak{s} = \mathfrak{e}'; \tag{1}$$

donc

$$\mathfrak{s}_0 = \pi n \mathfrak{e}_0.$$

Ce courant hypothétique $\mathfrak{s}$ est homogène, si l'induction électrique est elle-même homogène.

En outre, pour le nombre Q_c de lignes de courant dans le condensateur, il résulte de (1)

$$Q_c = Q'_c,$$

Q'_c représentant le nombre des lignes d'induction électrique dans le condensateur; d'un autre côté, si le courant i est compté positivement dans le circuit à condensateur dans la même direction que le champ électrique dans le condensateur,

Digitized by Google

Si donc on dispose un condensateur dans une partie quelconque d'un circuit, il agit sur le champ magnétique (en supposant que le courant reste le même dans le circuit) comme si le courant, qui auparavant était concentré sur le fil, avait subi un épanouissement considérable de ses lignes de courant au point considéré. Un courant existant sur les armatures du condensateur aux endroits où aboutissent les conducteurs, le champ magnétique est certainement peu modifié par l'introduction du condensateur, sauf toutefois dans l'intérieur du condensateur et peut-être aussi dans son voisinage immédiat.

b. Le coefficient de self-induction, d'après 34, n'a été défini que pour un circuit linéaire fermé. Cette définition est en défaut ici. Si l'on suppose que le circuit est interrompu par le condensateur, le circuit n'est plus fermé; et si l'on suppose d'après *a* que le circuit est fermé par le condensateur, il n'est plus linéaire dans le condensateur. On peut tourner jusqu'à un certain point cette difficulté en décomposant le courant considéré en pinceaux de courants linéaires. On obtient donc, pour chaque pinceau de courant, un coefficient de self-induction qui, en général, est différent pour les différents pinceaux de courant. En outre, il y a lieu de déterminer l'action des différents pinceaux de courant les uns sur les autres.

Les relations sont beaucoup plus simples, mais pratiquement très importantes, dans le cas particulier où le circuit lui-même renferme des éléments ayant un coefficient de self-induction suffisamment grand pour que le champ dans le condensateur et dans son voisinage immédiat n'intervienne que pour une très faible part dans la valeur du coefficient de self-induction du circuit entier.

Le coefficient de self-induction pour les différents pinceaux de courant sera sensiblement le même, de telle sorte que la décomposition en pinceaux de courant devient superflue. On peut donc supposer que le circuit à condensateur est fermé, à la place du condensateur, par un court morceau de fil conducteur de position sensiblement arbitraire.

---

c'est-à-dire en sens inverse de 185, on a

$$i = e' \ (23) = Q'_e \ (16\ c);$$

donc

$$Q_e = i,$$

c'est-à-dire que le courant hypothétique Q_e, à travers le condensateur, doit être aussi grand que le courant réel i dans le circuit à condensateur. On peut donc se représenter le courant, relativement à son action magnétique, comme étant simplement fermé par le condensateur, comme on l'avait admis dans 36 *c* pour une forme spéciale de condensateur.

Digitized by Google

Ce cas se présente tout d'abord lorsque le circuit à condensateur comprend une bobine, et en particulier une bobine à noyau de fer.

193. Courant et FEM extérieure ou tension. — Dans un circuit à condensateur qui présente un coefficient de self-induction important, le courant ne se détermine pas, comme dans un circuit à condensateur sans induction, uniquement par la FEM extérieure $\mathcal{E}_a$ et la tension $\mathcal{V}$ entre les armatures du condensateur. Il dépend beaucoup aussi, comme dans **85**, de la réaction du champ magnétique, sous la forme de la FEM induite $\mathcal{E}_i$ le long du circuit.

a. Pour ce cas, il résulte de **185** *a* et **86** *a*

$$(1) \qquad i\omega = \mathcal{E}_a + \mathcal{V} + \mathcal{E}_i;$$

$\mathcal{V}$ est d'après **185** *b* en avance sur i d'un angle phase de 90°, $\mathcal{E}_i$ est d'après **85** en retard d'un angle phase de 90°. Le vecteur-diagramme, qui se déduit de l'égalité (1), doit donc prendre l'aspect de la figure 308

Fig. 308.

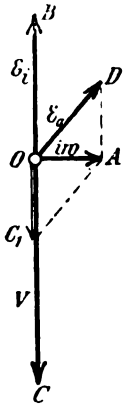
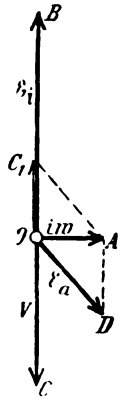


Fig. 309.



ou de la figure 309. OA est le vecteur de $i\omega$, OB celui de $\mathcal{E}_i$, OC celui de $\mathcal{V}$. Le point C_1, situé sur le prolongement de OB, est un point tel que $BC_1 = OC$. Comme OC_1 est le vecteur de $\mathcal{V} + \mathcal{E}_i$, $C_1A = OD$ doit être le vecteur de $\mathcal{E}_a$.

La relation réelle entre i et $\mathcal{E}_a$ (*voir* triangle OAD) entraîne

$$AD = OC_1 = \mathcal{V}_0 - \mathcal{E}_{i_0} \qquad \text{ou} \qquad = \mathcal{E}_{i_0} - \mathcal{V}_0,$$

qui est la différence entre la FEM induite et la tension aux plateaux du condensateur. L'action de la self-induction (et par suite du champ magnétique) et celle du condensateur (et par suite du champ élec-

Digitized by Google

trique) ne se renforcent pas, mais s'affaiblissent mutuellement.

b. Le vecteur-diagramme (triangle OAD) donne, comme

$$\begin{aligned} OA &= w i_0, \\ OB &= \mathcal{E}_{i_0} = \pi n p i_0 \qquad (85), \\ OC &= \mathcal{V}_0 = \frac{1}{\pi n c} i_0 \qquad (185\ c), \end{aligned}$$

les relations suivantes ([93]) :

$$(2) \quad \left\{ \begin{aligned} i_0 &= \frac{\mathcal{E}_{a_0}}{z}, \\ z &= \sqrt{w^2 + \left(\pi n p - \frac{1}{\pi n c}\right)^2}, \\ \operatorname{tang}(i, \mathcal{E}_a) &= \frac{\pi n p - \frac{1}{\pi n c}}{w}. \end{aligned} \right.$$

Dans le cas plus général on arrive donc au résultat suivant : Le condensateur agit sur l'amplitude et la phase, comme si l'on introduisait une inductance négative de valeur $\frac{1}{\pi n c}$.

c. Les relations correspondant à un segment du circuit, entre les extrémités duquel règne une tension $\mathcal{V}_a$, se déduisent de l'égalité (2) (*voir* **87** *a*), en remplaçant $\mathcal{E}_a$ par $\mathcal{V}_a$,

$$(3) \quad \left\{ \begin{aligned} i_0 &= \frac{\mathcal{V}_{a_0}}{z}, \\ z &= \sqrt{w^2 + \left(\pi n p - \frac{1}{\pi n c}\right)^2}, \\ \operatorname{tang}(i, \mathcal{V}_a) &= \frac{\pi n p - \frac{1}{\pi n c}}{w}, \end{aligned} \right.$$

dans lesquelles w représente la résistance, p le coefficient de self-induction du segment considéré, c la capacité du condensateur compris dans le segment.

194. Conséquence. — *a*. Un circuit contient un condensateur de capacité c et présente une résistance w. Dans ce circuit, où la résistance reste toujours la même, on produit une self-induction graduellement croissante (*).

(*) On obtient un résultat tout à fait analogue en supposant le coefficient de self-induction constant et la capacité du condensateur variable.

Digitized by Google

Une discussion des égalités (2) de 193, ou du vecteur-diagramme de la figure 304, donne ce qui suit :

1° Tant que l'inductance πnp est faible, l'amplitude du courant se détermine presque exclusivement par la condensance $\frac{1}{\pi nc}$. L'angle de phase est négatif, le courant est donc en avance sur la FEM dans la phase. La self-induction augmentant, la valeur de $\pi np - \frac{1}{\pi nc}$ diminue et l'influence de la condensance se modère de celle de l'inductance. L'amplitude du courant augmente, l'angle de phase diminue.

2° L'amplitude du courant atteint son maximum lorsque l'inductance est exactement égale à la condensance; si donc

$$\pi np = \frac{1}{\pi nc},$$

l'action du condensateur est compensée par celle de la self-induction. Le circuit se comporte donc comme s'il ne comprenait ni condensateur ni self-induction. On a donc simplement

$$(1) \qquad i = \frac{\mathcal{E}_a}{w} \quad \text{ou} \quad \frac{\mathcal{V}_a}{w}.$$

L'amplitude du courant ne dépend que de la résistance du circuit, comme pour un circuit sans induction et sans condensateur. Le courant et la FEM ou tension ont même phase (*).

3° Si l'on augmente la grandeur de l'inductance, la différence $\pi np - \frac{1}{\pi nc}$ devient positive et croît sans cesse. L'amplitude du courant diminue constamment; l'angle de phase devient positif, le courant retarde donc sur la tension et d'autant plus que l'inductance augmente.

Ces relations sont représentées par les courbes de la figure 310. On a porté en abscisses les valeurs de l'inductance πnp et en ordonnées les valeurs correspondantes de i_{eff} ou de l'angle de phase φ. Pour les deux courbes tracées en traits continus, les données étaient les suivantes : $\mathcal{E}_{a\,\text{eff}} = 120$ volts, $\frac{1}{\pi nc} = 120$ ohms, $w = 10$ ohms. Pour la courbe en pointillé B, les données sont les mêmes sauf $w = 60$ ohms.

b. La discussion des relations de 193 donne d'autres résultats, si l'on part d'un circuit à condensateur de capacité constante et de coef-

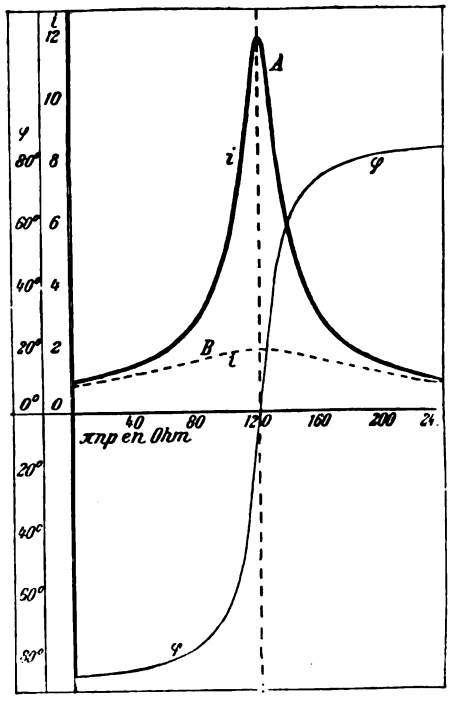
(*) La tension $\mathcal{V}$ entre les plateaux du condensateur et la FEM extérieure ont alors une différence de phase de 90° (185 *b*).

Digitized by Google

ficient de self-induction constant, et si l'on suppose la fréquence de la FEM extérieure $\mathcal{E}_a$ variable.

Les égalités (2) et (3) de 193 expriment que l'amplitude du courant dans un circuit à condensateur dépend, toutes choses égales d'ailleurs, uniquement de la fréquence de la FEM extérieure. Pour une certaine

Fig. 310.



fréquence l'amplitude du courant sera maxima. Si l'on représente cette fréquence par n, elle est telle que l'inductance est égale à la condensance :

$$\pi n p = \frac{1}{\pi n c},$$

$$n = \frac{1}{\pi \sqrt{pc}}.$$

La propriété de réagir fortement sur une fréquence déterminée, comme c'est le cas du circuit à condensateur vis-à-vis de cette fréquence, sera appelée comme en acoustique *résonance*. On désigne ce phénomène sous le nom de *phénomène de résonance*, et pour le cas

Digitized by Google

où $n = \frac{1}{\pi\sqrt{pc}}$ on emploiera le terme de *cas de résonance*. On montrera plus tard l'analogie complète de ces phénomènes avec ceux dus à la résonance acoustique.

195. Vérification expérimentale. — *a*. Des relations de **193** il résulte qu'il est possible dans un circuit de courant alternatif à self-induction, à l'aide d'un condensateur (ou dans un circuit à condensateur, à l'aide de bobines de self-induction), d'augmenter la force du courant et d'abaisser la différence de phase entre le courant et la tension.

La vérification expérimentale, relative à la force du courant, a déjà été fournie par l'expérience de **191**. L'expérience relative à la différence de phase se fait à l'aide du dispositif de la figure 311 (méthode

Fig. 311.

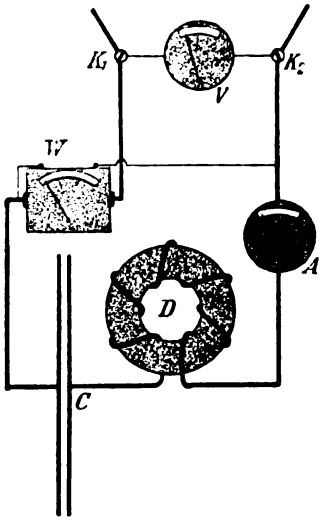
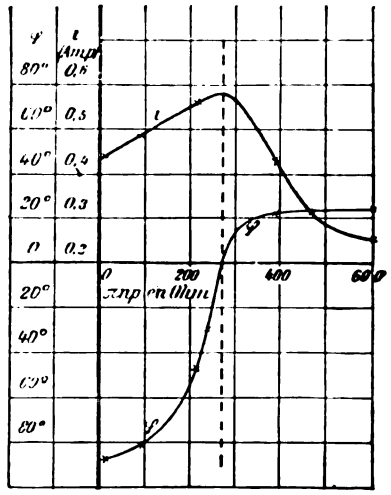


Fig. 312.



du wattmètre 99 *b*). Une expérience, faite avec le condensateur et les résistances inductives employées dans **191**, a donné :

	φ.
Condensateur monté seul.....	—82°
Résistance inductive seule.....	+71
Condensateur et résistance inductive en série.....	46

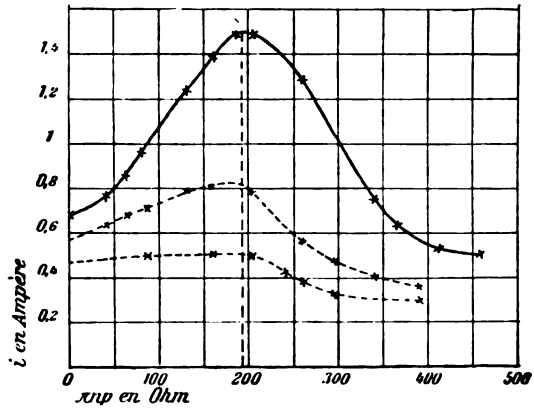
b. On peut d'ailleurs montrer, à l'aide du modèle de transformateur de la figure 214, que les phénomènes prennent l'allure simple donnée par les courbes de la figure 310, lorsqu'on introduit dans un

Digitized by Google

circuit à condensateur une résistance de plus en plus inductive. Les courbes de la figure 312 sont tracées pour le courant i_{eff}, dans un circuit fixé aux bornes d'un conducteur de courant alternatif de 130 volts et d'une fréquence de 100/sec, un condensateur de 11,5 microfarads $\left(\frac{1}{\pi n c} = 276 \text{ ohms}\right)$ étant intercalé dans le circuit ainsi que les séries de 1, 2, 3, ... bobines du modèle de transformateur.

c. On obtient des effets beaucoup plus forts en employant, dans le dispositif de la figure 311, comme résistance inductive une série de bobines de réaction (**108**), et pour une gradation plus faible de l'inductance une bobine à axe rectiligne dont le noyau de fer intérieur

Fig. 313.



soit mobile. La courbe tracée en gros traits (*fig*. 313) est obtenue dans une de ces expériences. La capacité du condensateur était de 16,5 microfarads, le courant employé celui de la Centrale de Strasbourg $\left(\mathcal{V}_{a\,eff} = 130,\ n = 100/\text{sec, donc } \frac{1}{\pi n c} = 193\right)$. Cette courbe montre qualitativement le caractère de la courbe A de la figure 310. Les expériences de cette sorte peuvent donc très bien servir à la démonstration expérimentale des relations de **193** et de **194**. On se rend compte que la concordance des courbes des figures 310 et 313 ne doit pas être complète, si l'on songe qu'on a employé des bobines à noyau de fer et qu'elles étaient différentes pendant les différentes périodes de l'expérience (*).

(*) On arrive à une bien meilleure concordance en laissant la résistance inductive invariable et en faisant varier la capacité du condensateur ([91]). L'expé-

Digitized by Google

d. Pour démontrer comment agit l'accroissement de la résistance dans les circuits à condensateur, ce qui est visible en comparant la courbe B à la courbe A, on introduit dans le dispositif de la figure 311, en outre des bobines de réaction et du condensateur, des lampes à incandescence. Cette expérience, faite avec le même condensateur et les mêmes résistances inductives que dans *c* et quatre lampes (*) en quantité dans le circuit à condensateur, donnait pour le courant la courbe moyenne de la figure 313. Si l'on supprime trois de ces lampes, la courbe devient la courbe inférieure de la figure 313.

196. Exemple I : *Bifurcation du courant avec des condensateurs.* — A l'aide des relations de **193** *c*, on peut évaluer le courant dans des bifurcations de courant déterminées. On n'applique ces relations qu'aux branchements qui contiennent un condensateur.

Le dispositif de la figure 141 dans **82** *b*, par exemple, présente un tel branchement, c'est-à-dire avec un conducteur entre la lampe à incandescence G (résistance w) et le condensateur C. Dans le cas où aucune bobine n'est intercalée, on est ramené au cas de **88** *a* pour le branchement avec lampe à incandescence. La résistance et l'inductance des courts conducteurs qui vont au condensateur peuvent être négligées vis-à-vis de la condensance de celui-ci (437 ohms). Donc ce qui a été dit dans **187** *b* est applicable à ce branchement.

Lampe à incandescence :

$$(1)\qquad \begin{cases} i_{2\text{eff}} = \dfrac{\mathfrak{V}_{\text{eff}}}{w}, \\ \measuredangle(i_2, \mathfrak{V}) = 0. \end{cases}$$

Condensateur :

$$(2)\qquad \begin{cases} i_{3\text{eff}} = \dfrac{\mathfrak{V}_{\text{eff}}}{\dfrac{1}{\pi n c}}, \\ \measuredangle(i_3, \mathfrak{V}) = -90^\circ. \end{cases}$$

$\mathfrak{V}$ est la tension entre les points de bifurcation. Pour le courant i_1 avant la bifurcation, on a à chaque moment

$$i_1 = i_2 + i_3.$$

Le vecteur-diagramme a donc l'aspect de la figure 314. Il donne la

---

rience exige des condensateurs à papier suffisamment nombreux ou à gradation suffisante.

(*) 110 volts, 32 bougies.

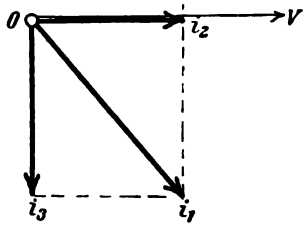
Digitized by Google

relation

$$(3) \qquad i_{1\,\text{eff}} = \sqrt{i^2_{2\,\text{eff}} + i^2_{3\,\text{eff}}}.$$

L'exactitude de ces relations peut être contrôlée par les nombres donnés dans **82** *b*. On avait dans ce cas $\mathcal{V}_{\text{eff}} = 130$ volts. Comme

Fig. 314.



$\frac{1}{\pi n c} = 437$ ohms, $i_{2\,\text{eff}}$ d'après l'égalité (2) est égal à $\frac{130}{437} = 0,30$ ampère. Comme $i_{2\,\text{eff}} = 0,29$ ampère, il résulte de l'égalité (3)

$$i_{1\,\text{eff}} = \sqrt{0,29^2 + 0,30^2} = 0,42 \text{ ampère.}$$

Le nombre lu sur l'ampèremètre A_1 était bien 0,42. Les relations établies plus haut et les remarques faites dans **82** *b* sont donc d'accord.

197. Exemple II : *Circuit à condensateurs montés en série.* — Dans de nombreux cas, qui se présenteront plus tard, il peut être avantageux d'employer un circuit comprenant non pas un seul condensateur, mais deux condensateurs montés en série (*fig.* 315). Ce montage sera désigné sous le nom de *montage en série,* par opposition avec celui comprenant un seul condensateur, dit *montage simple.*

a. En appliquant les relations de **193**, égalité (1), au conducteur A_1CA_2 et aussi à B_1DB_2, et en additionnant les deux égalités, on a

$$(1) \qquad iw = \mathcal{E}_a + \mathcal{E}_i + \mathcal{V}_1 + \mathcal{V}_2,$$

$\mathcal{V}_1$ étant la tension du plateau A_1 vis-à-vis de B_1, $\mathcal{V}_2$ la tension du plateau B_2 vis-à-vis de A_2, $w = w_1 + w_2$ la résistance, $\mathcal{E}_a$ la FEM extérieure, $\mathcal{E}_i$ la FEM induite le long du circuit à condensateurs. D'après **185** *c*, on a

$$\mathcal{V}_{10} = \frac{1}{\pi n c_1} i_0, \qquad \mathcal{V}_{20} = \frac{1}{\pi n c_2} i_0.$$

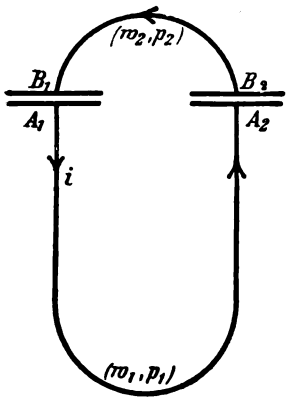
Digitized by Google

En outre, d'après **185** *b*, $\mathcal{V}_1$ et $\mathcal{V}_2$ ont même phase. On a donc

$$(2) \qquad (\mathcal{V}_1 + \mathcal{V}_2)_0 = \frac{1}{\pi n}\left(\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}\right) i_0;$$

c_1 est la capacité du condensateur A_1B_1, c_2 celle de A_2B_2. Si l'on veut remplacer les deux condensateurs par un seul, on calcule sa capa-

Fig. 315.



cité de la manière suivante. Pour un condensateur unique, on a [**193**, égalité (1)]

$$(3) \qquad iw = \mathcal{E}_a + \mathcal{E}_i + \mathcal{V},$$

$$(4) \qquad \mathcal{V}_0 = \frac{1}{\pi n c} i_0.$$

Les égalités (1) et (3) sont identiques si $\mathcal{V} = \mathcal{V}_1 + \mathcal{V}_2$; comme $\mathcal{V}$, $\mathcal{V}_1$, $\mathcal{V}_2$ ont même phase, il en résulte, d'après les égalités (2) et (4),

$$(5) \qquad \frac{1}{c} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2},$$

c'est-à-dire que les deux condensateurs de la figure 315 agissent comme un condensateur unique, dont la capacité serait donnée par l'égalité (5).

b. Cas particulier. — Si l'un des condensateurs, c_1 par exemple, est très petit vis-à-vis de c_2, on peut négliger $\frac{1}{c_2}$ et l'on a sensiblement

$$c = c_1,$$

c'est-à-dire que, si deux condensateurs de capacités très différentes se

Digitized by Google

montent en série dans un circuit, la capacité agissant réellement est celle du petit condensateur; ou : si l'on introduit dans un circuit contenant déjà un condensateur un autre condensateur, dont la capacité soit très grande vis-à-vis de celle du condensateur déjà dans le circuit, les relations dans le circuit à condensateurs ne varient pas considérablement.

c. Il sera intéressant plus tard de savoir comment varie la tension P entre les plateaux A_1 et A_2, quand le coefficient de self-induction du conducteur A_1CA_2 varie et qu'une FEM d'amplitude et de fréquence constantes agit sur le circuit à condensateurs.

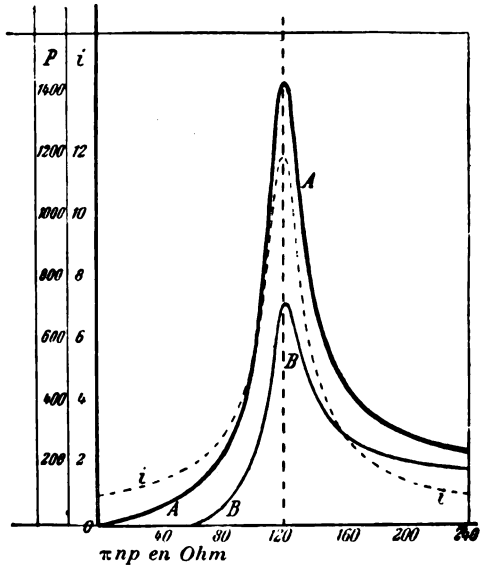
On a montré dans **194** comment le courant i varie dans le circuit à condensateur. La relation entre i et P est donnée par **88** *b* :

$$P_0 = \pi n p_1 i_0,$$

en admettant que la résistance du conducteur A_1CA_2 soit négligeable vis-à-vis de l'inductance $\pi n p_1$.

Dans la figure 316, on a porté en abscisses les valeurs de l'induc-

Fig. 316.



tance πnp du circuit à condensateurs, on a fait les mêmes hypothèses que dans le tracé des courbes A et B de **194** (*fig.* 310), les courbes sont tracées pour P. Pour la courbe A dans la figure 316 il est admis que πnp_2, l'inductance du conducteur B_1DB_2, est très petite vis-à-vis

Digitized by Google

de πnp, et pour la courbe B que πnp_2 est la moitié de la valeur que l'inductance aurait dans le cas de la résonance. Il résulte de ces courbes que la tension P passe par un maximum sensiblement au même endroit que le courant i dans le circuit à condensateur (*).

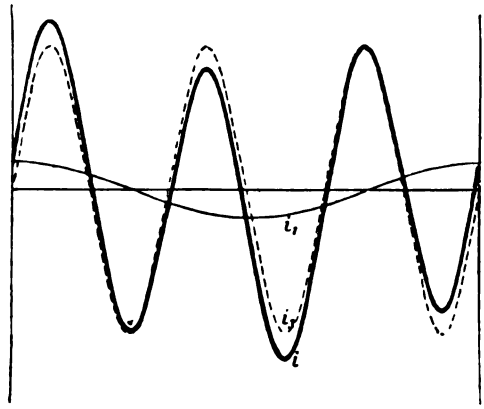
198. Oscillations non sinusoïdales. — *a*. On relie aux deux bornes d'un courant alternatif, qui ne présente pas une tension exactement sinusoïdale, un conducteur de résistance w, de capacité c et de coefficient de self-induction p. Soient $\mathcal{V}_1$, $\mathcal{V}_2$, $\mathcal{V}_3$, ... les oscillations fondamentale et supérieures de la tension, i_1, i_2, i_3, ... celles du courant. D'après **193** *c* on obtient

$$i_{10} = \frac{\mathcal{V}_{10}}{z_1}, \qquad z_1 = \sqrt{w^2 + \left(\pi np - \frac{1}{\pi nc}\right)^2},$$

$$i_{20} = \frac{\mathcal{V}_{20}}{z_2}, \qquad z_2 = \sqrt{w^2 + \left(\pi 2np - \frac{1}{\pi 2nc}\right)^2}, \qquad \ldots.$$

Les valeurs de l'impédance z pour les oscillations fondamentale et

Fig. 317.



supérieures étant différentes, la courbe de courant doit, comme dans les cas de **94** et **190**, être différente de la courbe de tension.

En particulier la différence entre les deux courbes doit être grande, si le conducteur est accidentellement en résonance avec l'une des

(*) Comme le montre la théorie ([98]), les maxima de P et de i ne se produisent pas en même temps; mais la différence est faible tant que la résistance du circuit à condensateur est faible vis-à-vis de $\frac{1}{\pi nc} - \pi np_2$.

Digitized by Google

oscillations, par exemple celle d'ordre k, c'est-à-dire que

$$\pi(k+1)np = \frac{1}{\pi(k+1)nc}.$$

D'après 194, l'amplitude de cette oscillation doit atteindre une valeur relativement élevée. Elle peut être si élevée qu'elle dépasse non seulement l'amplitude du courant des autres oscillations supérieures,

Fig. 318.

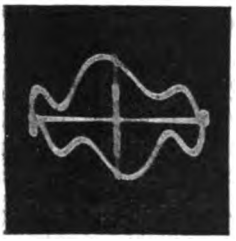
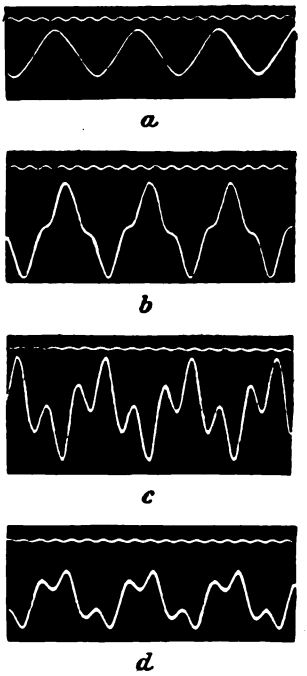


Fig. 319.



mais aussi celle de l'oscillation fondamentale. On est dans le cas particulier où le courant proprement dit n'a plus la fréquence de la tension, mais une fréquence beaucoup plus grande, précisément celle de l'oscillation supérieure considérée.

b. Exemple I. — On suppose que la courbe de la tension soit celle de la figure 168. Soit en outre $\pi 3np = \frac{1}{\pi 3nc}$, c'est-à-dire qu'il y a résonance avec la deuxième oscillation supérieure. Si $w = \frac{1}{2}\pi np$, la courbe

Digitized by Google

du courant de l'oscillation fondamentale sera celle tracée en traits fins (*fig.* 317), celle de la deuxième oscillation supérieure est tracée en pointillé, celle du courant résultant est tracée en gros traits. On obtient alors un courant ayant une fréquence trois fois plus grande que la tension.

c. Exemple II. — Lorsque dans le dispositif de la figure 155 dans **89** on monte, au lieu des bobines, un condensateur de 16,5 microfarads et que le tout est relié aux bornes d'une machine à courant alternatif, dont la figure 56 représente la courbe de tension, on obtient sur l'écran du tube de Braun la figure 318. D'après **60** et **193** *c* on pouvait s'attendre à voir une ellipse ou un cercle, ou à cause de l'oscillation supérieure une figure de la forme des figures 71 ou 72, qui a été obtenue avec la même machine. Une discussion de cette figure 318 conduit à ce résultat, que la neuvième oscillation supérieure, dont l'existence a été déjà démontrée par les figures 71 et 72, a atteint une amplitude extraordinairement grande, que donc le conducteur devait être dans ce cas sensiblement en résonance avec cette oscillation supérieure.

d. Dans cette application, les courbes de courant données par F.-E. Millis ([99]) sont particulièrement intéressantes. Lorqu'on fait agir une FEM, dont la forme est donnée par la courbe 319 *a*, sur un circuit à condensateur, on obtient, suivant la grandeur de la self-induction introduite, les courbes 319 *b*, *c*, *d*. C'est la deuxième oscillation supérieure, dont cependant l'amplitude dans la FEM était extrêmement faible (la courbe 319 *a* semble être une sinusoïde parfaite), qui a produit une action telle que la courbe de courant apparaît toute déformée.

199. Les tensions dans un circuit à condensateur. — *a.* Un condensateur à papier et une ou plusieurs bobines de réaction de coefficient de self-induction considérable sont placés en série entre les bornes K_1 et K_2 d'un conducteur de courant alternatif (*fig.* 320). Trois voltmètres V_1, V_2, V_3 sont intercalés dans le même ordre que pour la méthode des *trois voltmètres* (91 *d*). Les indications des trois voltmètres peuvent alors présenter un résultat surprenant à première vue : la tension $\mathcal{V}_{2\text{eff}}$ entre les armatures du condensateur peut, de même que $\mathcal{V}_{3\text{eff}}$ tension entre les extrémités de la bobine, être supérieure à la tension $\mathcal{V}_{1\text{eff}}$ qui se rapporte aux bornes du courant alternatif. La tension efficace pour chaque partie du circuit serait donc supérieure à celle de l'ensemble.

L'emploi de la bobine de **191** ($\pi np = 135$ ohms) et du condensa-

Digitized by Google

teur correspondant $\left(\frac{1}{\pi nc} = 193 \text{ ohms}\right)$ donne les résultats suivants :

$$\mathcal{V}_{1\text{eff}} = 131 \text{ volts},$$
$$\mathcal{V}_{2\text{eff}} = 270 \text{ volts},$$
$$\mathcal{V}_{3\text{eff}} = 190 \text{ volts}.$$

b. On comprend que $\mathcal{V}_{2\text{eff}}$ et $\mathcal{V}_{3\text{eff}}$ puissent surpasser $\mathcal{V}_{1\text{eff}}$, en faisant attention aux phases du phénomène. En effet, par rapport au courant i dans le circuit, $\mathcal{V}_2$ est dévié d'un angle d'environ $-90°$ (**185** *b*) et $\mathcal{V}_3$

Fig. 320.

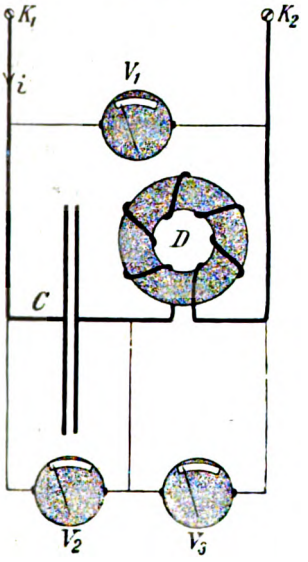


Fig. 321.

de $+90°$ environ (**88** *b* et **106**); de sorte qu'entre les vecteurs qui les représentent la différence de phase est d'environ 180°. $\mathcal{V}_1$, qui est leur résultante géométrique à chaque instant (**3** *a*), peut donc être de beaucoup inférieur à chacune des composantes comme le montre la figure 321, et $\mathcal{V}_{1\text{eff}}$ être très inférieur à $\mathcal{V}_{2\text{eff}}$ et $\mathcal{V}_{3\text{eff}}$.

c. Le raisonnement suivant montre également que l'une des tensions $\mathcal{V}_{2\text{eff}}$ ou $\mathcal{V}_{3\text{eff}}$ peut être supérieure à $\mathcal{V}_{1\text{eff}}$.

La tension entre les armatures du condensateur est, d'après **185** *c*, proportionnelle à l'amplitude du courant dans le circuit :

$$\mathcal{V}_{2\text{eff}} = \frac{1}{\pi nc} i_{\text{eff}}$$

Digitized by Google

Si le condensateur était seul interposé entre K_1 et K_2 (la résistance w du circuit étant dans ce qui suit supposée très petite), la tension entre les armatures du condensateur $\mathfrak{V}_{2\text{eff}}$ serait à peu de chose près égale à la tension entre les bornes K_1 et $K_2 = \mathfrak{V}_{1\text{eff}}$ (**187** *b*). Mais si l'on introduit la résistance inductive à la suite du condensateur, dans le cas où la condensance du condensateur $\frac{1}{\pi nc}$ est supérieure à l'inductance de la bobine de résistance inductive πnp, le courant devient plus fort (**194** *a*) que si le condensateur était seul en circuit. Dans ce dernier cas, la tension $\mathfrak{V}_{2\text{eff}}$ aux armatures du condensateur est plus forte que dans le premier cas, et par conséquent est supérieure à $\mathfrak{V}_{1\text{eff}}$.

Si au contraire l'inductance πnp est supérieure à la condensance, il résulte d'une manière analogue (**88** *b* et **194**) que $\mathfrak{V}_{3\text{eff}}$ est supérieure à $\mathfrak{V}_{1\text{eff}}$. Donc soit $\mathfrak{V}_{2\text{eff}}$, soit $\mathfrak{V}_{3\text{eff}}$ peuvent l'emporter sur $\mathfrak{V}_{1\text{eff}}$. Mais elles peuvent être toutes les deux supérieures à $\mathfrak{V}_{1\text{eff}}$ lorsque le courant, dans le dispositif de la figure 320, est supérieur à celui qui passe lorsque la bobine ou le condensateur se trouvent seuls dans le circuit. Les relations exactes entre les tensions sont les suivantes :

$$\frac{\mathfrak{V}_{2\text{eff}}}{\mathfrak{V}_{1\text{eff}}} = \frac{\frac{1}{\pi nc}}{\sqrt{w^2 + \left(\pi np - \frac{1}{\pi nc}\right)^2}},$$

$$\frac{\mathfrak{V}_{3\text{eff}}}{\mathfrak{V}_{1\text{eff}}} = \frac{\pi np}{\sqrt{w^2 + \left(\pi np - \frac{1}{\pi nc}\right)^2}}.$$

Elles sont faciles à déduire de **88** *b*, **187** *b* et **193**.

d. Cas de la résonance. — Dans le cas de la résonance (**194** *b*) les relations deviennent

$$\frac{\mathfrak{V}_{2\text{eff}}}{\mathfrak{V}_{1\text{eff}}} = \frac{\mathfrak{V}_{3\text{eff}}}{\mathfrak{V}_{1\text{eff}}} = \frac{\frac{1}{\pi nc}}{w} = \frac{\pi np}{w}.$$

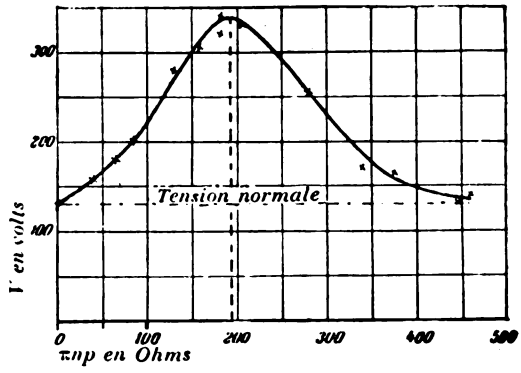
La tension $\mathfrak{V}_{2\text{eff}}$ se comporte donc avec $\mathfrak{V}_{1\text{eff}}$ comme l'inductance ou la condensance avec la résistance du circuit. Plus cette résistance est petite, plus la tension entre les armatures du condensateur est grande.

e. Vérification expérimentale. — D'après *c*, la tension entre les armatures du condensateur doit être d'autant plus élevée que le courant est plus fort dans le circuit. Si donc, comme c'était le cas dans

Digitized by Google

l'expérience de 195 *c*, on intercale dans un circuit à condensateur des self-inductions de plus en plus fortes, la tension entre les armatures du condensateur suit la même variation que le courant dans le circuit. Dans la figure 322 on a porté les valeurs de cette tension (courbe

Fig. 322.



tracée en plein) lues sur un voltmètre électrostatique (*); la forme en est semblable à celle de la figure 313 (courbe tracée en plein). Dans le cas de la résonance, la tension s'élève à 340 volts$_{eff}$, soit à peu près trois fois la tension normale du courant alternatif (130 volts$_{eff}$).

f. Effet Ferranti. — Le phénomène qui vient d'être étudié est connu, sous une forme spéciale, sous le nom *d'effet Ferranti;* ce nom lui vient des circonstances suivantes. L'entreprise Ferranti avait installé un transport de force par courant alternatif, de Deptford à Londres (18^{km},5 environ). Le câble employé était à structure concentrique, de dimensions analogues à celui décrit à 82 *c*. Il n'était pas alimenté à Deptford directement par les alternateurs de l'usine, mais fixé au secondaire d'un transformateur dont le primaire recevait le courant des alternateurs. Tant que la tension s'arrêtait aux pôles du secondaire du transformateur, avant que le câble fût intercalé, le voltmètre marquait 8500 volts. Quand le câble fut connecté à Londres, l'aiguille du voltmètre sauta à 10000 volts ([100]).

La cause en est que le câble ouvert se comporte à peu près comme

(*) Les voltmètres thermiques ont besoin pour cet usage de beaucoup de courant, même quand leur résistance est relativement élevée. On peut cependant les employer pour la démonstration du phénomène.

Digitized by Google

un grand condensateur de la capacité du câble et une résistance inductive (celle du câble) mis en série (*).

D'après *c* la tension entre les armatures du condensateur, ici les deux conducteurs du câble, doit être supérieure à celle du courant débité par la source. Celle-ci est la tension indiquée par le voltmètre aux pôles du secondaire quand le câble n'est pas connecté.

Cet effet a pour la technique un côté très sérieux. A chaque installation pour transport de force, au moyen de courants alternatifs ou triphasés, on a à fixer de longs câbles à des transformateurs. Pour une très faible résistance de ces câbles (*d*), la tension entre les fils peut devenir bien supérieure à celle pour laquelle le câble a été construit. Des cas où les câbles ont été rompus ainsi se sont déjà produits dans la pratique électrotechnique.

g. Pour les recherches de laboratoire du genre de celles indiquées en *e*, on emploie des bobines à noyau de fer, quand on n'a pas sous la main des condensateurs de très haute capacité. Par suite des pertes par hystérésis, qui dans le cas actuel ont le même effet qu'une grande résistance, on ne peut en général obtenir les hautes tensions que les relations de *c* et *d* faisaient prévoir.

L'expérience montre cependant qu'on peut faire monter la tension d'un courant alternatif de 130 à 340 volts$_{eff}$ par interposition de condensateurs. Il est donc recommandé de ne pas toucher les circuits qui possèdent à la fois une grande capacité et une grande inductance, de n'utiliser pour eux que des voltmètres et des condensateurs pouvant supporter sûrement au moins le triple de la tension normale du courant alternatif.

200. Relations de l'énergie. — *a*. La relation générale, qui montre comment se décompose l'énergie dans le circuit à condensateur, est [**193**, égalité (1)]

$$(1) \qquad i^2 w = i\mathcal{E}_a + i\mathcal{E}_i + i\mathcal{V},$$

ou

$$L_a = L_w + L_m + L_c,$$

c'est-à-dire que, dans le circuit à condensateur, l'énergie prise au dehors $L_a = i\mathcal{E}_a$ se changera partie en chaleur $i^2 w = L_w$, partie s'en ira au champ magnétique du circuit $-i\mathcal{E}_i = L_m$ (**97**), partie au champ électrique du condensateur $-i\mathcal{V} = L_c$ (**189**). Comme vis-à-vis

(*) Les mesures effectuées pour expliquer l'effet Ferranti ont montré approximativement ce qui, dans le cas actuel, se rapportait à l'une ou l'autre cause ([100]).

Digitized by Google

de i aussi bien $\mathcal{E}_i$ que $\mathfrak{V}$ diffèrent de 90° dans la phase, $i\mathcal{E}_i$ et $i\mathfrak{V} = 0$ en valeur moyenne. La consommation effective d'énergie se borne donc ici à l'échauffement. Mais en général on trouve un échange d'énergie, comme dans les cas de **97** et de **189** qui sont des cas particuliers de celui-ci, entre l'alternateur ou le transformateur, le champ magnétique du circuit et le champ électrique du condensateur.

b. L'égalité (1) devient très simple dans le cas de la résonance

$$\pi np = \frac{1}{\pi nc}.$$

On a (**85** et **185** *c*)

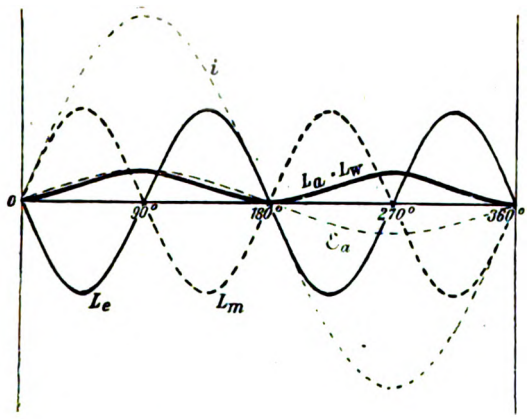
$$\mathfrak{V}_0 = \mathcal{E}_{i_0}.$$

Comme en outre $\mathfrak{V}$ et $\mathcal{E}_i$ diffèrent l'une par rapport à l'autre de 180° dans la phase (**85** et **185** *b*), on a à chaque moment

$$\mathfrak{V} = -\mathcal{E}_i.$$

Les courbes d'énergie deviennent celles de la figure 323. A la place

Fig. 323.



de l'égalité (1) on a simplement

$$i^2 w = i\mathcal{E}_a,$$

ou

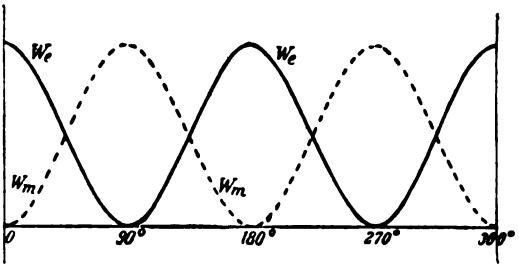
$$L_a = L_w.$$

Dans le cas de la résonance, la machine ne fournira comme énergie que ce qu'il en sera transformé en chaleur dans le circuit. En outre de cela il y a échange d'énergie, mais seulement entre le champ électrique du condensateur L_e et le champ magnétique du circuit L_m.

Digitized by Google

c. Cet échange d'énergie se conduit de la manière suivante. Pendant le premier quart de la période, quand le courant croît de o à i_0, la tension $\mathcal{V}$ entre les armatures du condensateur varie de $\mathcal{V}_0$ à o. L'énergie W_e du champ électrique dans le condensateur, dont la courbe est représentée figure 324, est d'après 40 égale à $\frac{1}{2} c\mathcal{V}^2$, au moment où $\mathcal{V}$ est la tension du condensateur. Pendant le premier quart de la

Fig. 324.



période, l'énergie électrique fournie par le condensateur est donc au total de $\frac{1}{2} c \mathcal{V}_0^2$.

D'un autre côté, l'énergie du champ magnétique, qui est, d'après 41 *b*, égale à $\frac{1}{2} pi^2$, croît pendant ce premier quart de o à $\frac{1}{2} pi_0^2$. Or on a

$$\frac{1}{2} pi_0^2 = \frac{1}{2} c\mathcal{V}_0^2 \quad (*).$$

Toute l'énergie abandonnée par le champ électrique du condensateur est donc prise par le champ magnétique du circuit.

Pendant le deuxième quart de la période, la marche des phénomènes est complètement renversée. Le champ magnétique abandonne de l'énergie, qui est entièrement reprise par le champ électrique.

(*) La condition de résonance $\frac{1}{\pi nc} = \pi np$ donne

$$c = \frac{1}{(\pi n)^2} \frac{1}{p};$$

d'autre part, l'égalité (4) de 185 *c* donne

$$\mathcal{V}_0^2 = (\pi np)^2 i_0^2,$$

en multipliant membre à membre

$$c\mathcal{V}_0^2 = pi_0^2.$$

Digitized by Google

La succession des phénomènes se comporte de la même manière; il y a échange continuel d'énergie électrique en énergie magnétique et réciproquement.

d. La machine ne participe à cet échange qu'autant qu'elle continue à fournir l'énergie transformée en chaleur au cours de cette mutation. Plus la résistance du circuit à condensateur est petite, plus le développement de chaleur est faible et par suite aussi la perte d'énergie résultant de ce fait; et la machine a d'autant moins à travailler pour entretenir les phénomènes qui se produisent dans le circuit. Si l'on pouvait rendre la résistance infiniment petite, la machine n'aurait plus aucune influence sur les phénomènes qui se passent dans le circuit à condensateur. Les oscillations dans le circuit à condensateur dureraient même après que la machine aurait été éloignée.

On arrive ainsi à cette conclusion caractéristique : Quand dans un circuit à condensateur on a produit des oscillations (*) par le moyen d'une FEM dont la fréquence est n, si en outre le circuit est en résonance avec ces oscillations $\left(\pi np = \frac{1}{\pi nc}\right)$ et si la résistance est infiniment petite, les oscillations continueront avec la même amplitude et la fréquence

$$n = \frac{1}{\pi\sqrt{pc}},$$

même quand la FEM extérieure cessera d'exister.

III. — Condensateur et résistance inductive associés en quantité.

201. Cas général. — *a.* Un courant alternatif i (*fig.* 325) se partage entre un condensateur C et une bobine de très forte self-induction.

La résistance des deux dérivations est très petite vis-à-vis de la condensance ou de l'inductance. Dans chaque dérivation, et avant la bifurcation, se trouve un ampèremètre comme dans la méthode des ampèremètres (**92** *d*).

Les indications constatées aux ampèremètres sont au premier abord très étranges. A, l'ampèremètre avant la bifurcation, indique toujours un courant plus faible que A_1 ou A_2. Avec les données de **191**,

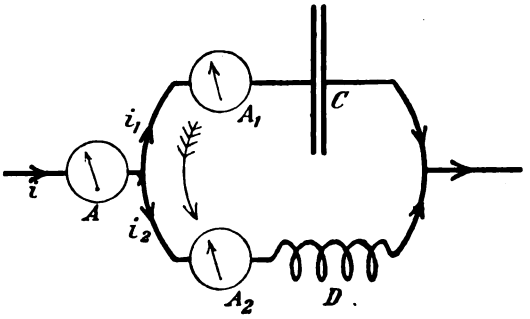
(*) Au commencement, quand les oscillations s'établissent, c'est-à-dire un peu après que le courant dans le circuit à condensateur a été fermé, les relations de 193 sont applicables; par conséquent, elles s'appliquent aussi peu que celles de 86 à l'état initial (*voir* 93 et 304).

Digitized by Google

résistance inductive $\pi np = 135$ ohms, condensance $\frac{1}{\pi nc} = 193$ ohms, on obtient les résultats suivants : $i_{1\text{eff}} = 0,59$ amp., $i_{2\text{eff}} = 0,77$ amp. pour les deux dérivations, et pour le courant total $i_{\text{eff}} = 0,38$ amp.

b. La raison de ce phénomène est la même que pour la disposition en série (**199** *a*). Par rapport à la tension $\mathcal{V}_a$ entre les bifurcations,

Fig. 325.



i_1 est en avance d'environ 90° et i_2 en retard d'environ 90°; la différence de phase approximative est donc de 180°. L'amplitude du courant alternatif i, formé de la résultante de i_1 et i_2, peut donc être notablement inférieure à l'amplitude de i_1 ou de i_2.

La valeur de i, dans chaque cas, se calcule par les relations ou par le vecteur-diagramme de **87** et **186**.

202. Cas de la résonance. — *a*. Si l'on répète avec la disposition de la figure 325 l'expérience de **195** *c*, c'est-à-dire si on laisse invariable la capacité du condensateur C, et si l'on augmente d'une manière continue la self-induction de la bobine D, on observe que le courant i dans le fil d'arrivée passe par un minimum pour une certaine valeur du coefficient de self-induction p. Ce minimum se produit quand le circuit à condensateur, formé par les deux dérivations, entre en résonance avec la fréquence du courant alternatif.

Pour de très petites résistances de ces dérivations, le phénomène se démontre d'une manière simple. Lorsque la résistance des dérivations est négligeable vis-à-vis de la condensance ou de l'inductance, on a approximativement

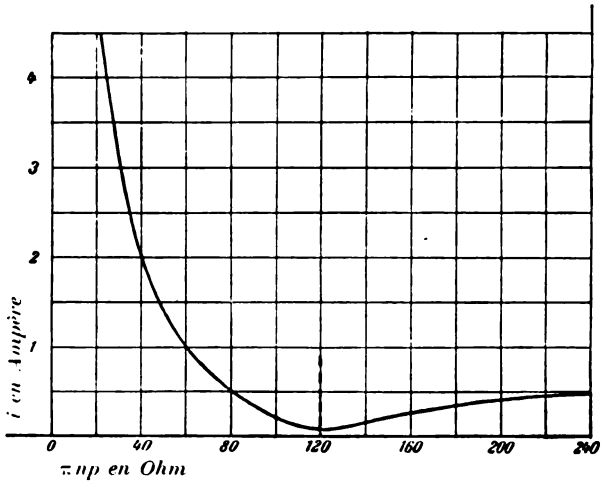
$$i_{10} = \frac{\mathcal{V}_a}{\frac{1}{\pi nc}} \quad (187\ b), \qquad i_{20} = \frac{\mathcal{V}_a}{\pi np} \quad (88\ b),$$

$$i_0 = i_{10} - i_{20} \quad (201\ b);$$

Digitized by Google

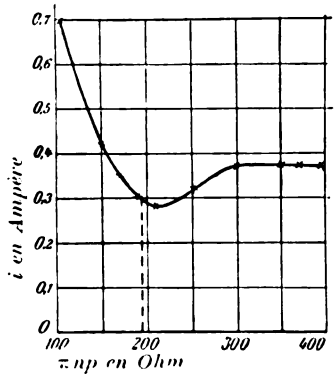
i_0 est minimum lorsque $\pi np = \frac{1}{\pi nc}$, donc lorsqu'il y a résonance. Ceci reste encore sensiblement vrai, ainsi que le montre la figure 326,

Fig. 326.



quand la résistance sans être négligeable reste petite ([101]). La courbe montre les valeurs de i_{eff} obtenues pour différentes valeurs de l'induc-

Fig. 327.



tance πnp. Les données sont les mêmes que pour la courbe A de la figure 310 : $\frac{1}{\pi nc} = 120$ ohms, w résistance des deux dérivations ensemble $= 10$ ohms, $V_{aeff} = 120$ volts.

Digitized by Google

La figure 327 montre qu'avec des bobines à noyau de fer le phénomène devient moins marqué. Elle a été obtenue avec la même bobine et le même condensateur qui ont servi pour obtenir la courbe en traits pleins de la figure 313; elle montre un minimum de i_{eff} sensiblement à l'endroit où l'autre figure montrait un maximum.

b. On suppose les résistances des deux dérivations égales entre elles, donc égales chacune à $\frac{w}{2}$; on voit très bien, dans ce cas parti-

Fig. 328.

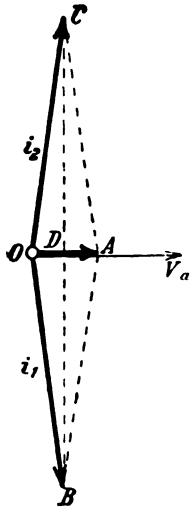
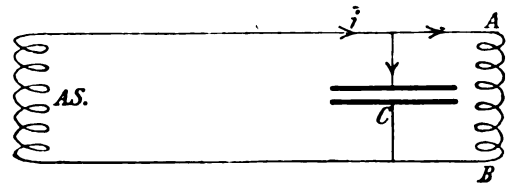


Fig. 329.



culier, quel rôle joue la résistance w du circuit à condensateur. On a pour le cas de résonance

$$i_{10} = i_{20},$$

$$\sphericalangle(i_1, V_a) = -\sphericalangle(i_2, V_a).$$

Le vecteur-diagramme prend la forme de la figure 328, et pour le courant dans le fil d'arrivée i (vecteur OA) (*) on a approximati-

(*) D'après 87, si l'on appelle $\gamma = \widehat{OCD} = \widehat{OBD}$, on a

$$\operatorname{tang}(i_2, V_a) = \operatorname{tang} COD = \frac{\pi np}{\frac{w}{2}} = \frac{1}{\operatorname{tang}\gamma},$$

en outre

$$i_0 = OA = 2\,OD = 2\,i_{20} \sin\gamma.$$

Si w est, comme on l'a supposé, petit par rapport à πnp, l'angle (i_2, V_a) est

Digitized by Google

vement

$$i_0 = i_{10} \frac{w}{\pi np} = i_{10} \frac{w}{\frac{1}{\pi nc}}.$$

Le courant i, arrivant de l'extérieur au condensateur, sera directement proportionnel à la résistance du circuit à condensateur. Donc plus cette résistance sera diminuée, plus ce courant sera faible.

c. Application pratique. — Dans **147** on a fait ressortir, comme défaut des transformateurs à noyau de fert ouvert, la force relative du courant primaire, en particulier pour la marche à vide.

L'influence nuisible de ce courant primaire est affaiblie d'une manière notable quand, parallèlement à la bobine primaire AB du transformateur (*fig.* 329), on introduit un condensateur. Si la capacité de celui-ci est choisie de manière que, lors de la marche à vide, le circuit ACB soit en résonance avec la fréquence de la machine, le courant i dans le conducteur et dans l'induit AS de la machine sera de beaucoup inférieur au courant dans le primaire AB du transformateur. De même le développement de chaleur dans le conducteur et dans l'induit AS sera bien moindre que sans le condensateur (*), alors que tout le courant de la marche à vide passait dans le conducteur et les enroulements de l'induit de la machine.

203. Possibilité d'oscillations propres dans un circuit à condensateur. — *a.* Un circuit à condensateur, dans le dispositif de la figure 325, étant en résonance avec la fréquence de la machine, on a

$$n = \frac{1}{\pi\sqrt{pc}}.$$

Si l'on pouvait diminuer indéfiniment la résistance du circuit (**202** *a*), on aurait

$$i_{10} = \frac{\mathfrak{V}_{a_0}}{\frac{1}{\pi nc}} = i_{20} = \frac{\mathfrak{V}_{a_0}}{\pi np},$$

$$\sphericalangle(i_1, i_2) = 180^\circ.$$

---

voisin de 90°, γ est très petit, on peut remplacer $\sin\gamma$ par $\operatorname{tang}\gamma$, et l'on a toujours approximativement

$$i_0 = 2 i_{20} \operatorname{tang}\gamma = i_{20} \frac{w}{\pi np} = i_{10} \frac{w}{\pi np}.$$

(*) L'emploi d'un condensateur, en dérivation sur le primaire d'un transformateur à noyau ouvert, a aussi d'autres avantages ([102]).

Digitized by Google

A chaque moment on aurait

$$i_1 = -i_2,$$

et, si l'on compte i_1 comme positif dans le même sens que i_2 (direction de la flèche empennée, *fig.* 325),

$$i_1 = i_2;$$

il y aurait alors dans le circuit à condensateur total un courant unique et, par suite, une seule oscillation électromagnétique.

b. Mais, si la résistance de ce circuit devient infiniment petite, il en sera de même du courant i dans le circuit qui conduit au circuit à condensateur; et par suite, si l'oscillation est établie pour une fois dans le circuit à condensateur, la machine ne lui fournira plus de courant. Il est indifférent dès lors, pour la continuation du phénomène, que la machine soit ou non éloignée; les oscillations continuent avec la même amplitude et la même fréquence. On arrive ainsi au même résultat que par les raisonnements précédents (**200** *d*).

c. On peut supposer que les connexions entre le circuit à condensateur et la machine soient réellement enlevées; les oscillations doivent alors continuer. On remarquera qu'au moment où l'énergie du condensateur est maxima, le courant i est nul ainsi que l'énergie du champ magnétique. L'énergie totale est celle du champ électrique, qui y a été amenée par la charge des plateaux du condensateur. Le même état peut d'ailleurs être établi, en chargeant le condensateur avec une machine à influence. Si, une fois le condensateur ainsi chargé, on ferme le circuit à condensateur, le cours des phénomènes doit être le même que si la charge provenait d'une oscillation. Les oscillations du circuit à condensateur se produiront avec la fréquence

$$n = \frac{1}{\pi\sqrt{pc}}.$$

On désigne sous le nom d'*oscillations propres* ces oscillations, qui se produisent par la force elle-même emmagasinée dans le circuit à condensateur sans le secours d'une FEM oscillatoire.

d. Ces propositions ne sont rigoureusement valables que quand la résistance du circuit à condensateur est vraiment nulle. Pour les circuits à condensateur utilisables, dont la résistance n'est jamais nulle, ni même très petite, elles ne sont pas concluantes. Néanmoins, il est très vraisemblable que le raisonnement subsiste encore et que, dans un circuit à condensateur de résistance finie, bien que très petite, des oscillations propres sont possibles, et que leur fréquence est approxi-

Digitized by Google

mativement de

$$n = \frac{1}{\pi\sqrt{pc}}.$$

Mais la résistance étant finie, si petite soit-elle, un changement s'introduira dans les relations; l'amplitude ne saurait rester constante. La transformation d'énergie électrique en énergie magnétique (**200**), qui existe réellement dans les oscillations, est permise par le courant qui se trouve dans le circuit à condensateur. Mais cette transformation exige une certaine dépense d'énergie (**43**) dès que la résistance est finie. Cette energie, dans le dispositif figuré plus haut (**200** et **201**), est fournie entièrement par la source. Dans un circuit à condensateur isolé, elle sera consommée aux dépens de la provision d'énergie que représente la charge du condensateur. Par suite, cette charge diminuera progressivement, ainsi que l'amplitude des grandeurs oscillatoires.

L'oscillation qu'on obtient est donc amortie (**53** *b*).

Digitized by Google

CHAPITRE IX.

OSCILLATIONS PROPRES DES CIRCUITS A CONDENSATEUR ([103]).

I. — Preuve expérimentale des oscillations propres.

204. Tube de Braun. — *a*. Les propositions de **203** font prévoir, avec vraisemblance, qu'il se produira des oscillations propres dans un circuit à condensateur, quand on chargera d'une manière quelconque un condensateur et qu'on fermera ses armatures sur un circuit de faible résistance.

On peut montrer très simplement, par le dispositif de la figure 330, que dans ces conditions on obtient des oscillations propres. Les armatures du condensateur C sont reliées par l'intermédiaire du commutateur W aux pôles d'une batterie galvanique A et chargées de cette manière. En fermant la partie inférieure du commutateur, on décharge le condensateur par la résistance inductive S (bobine de réaction) et les bobines S_1 et S_2 entre lesquelles, comme dans le dispositif de la figure 61, se trouve un tube de Braun.

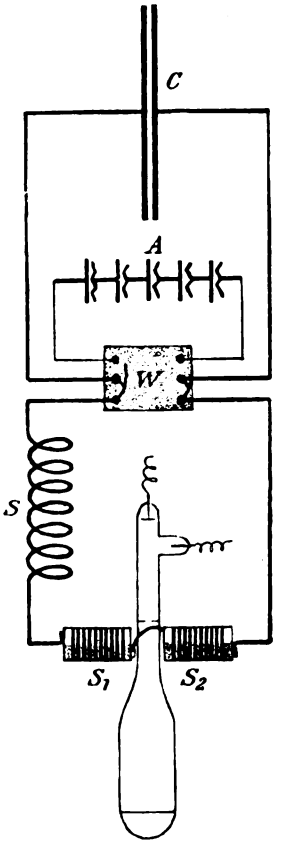
Lors de la décharge du condensateur, une image lumineuse apparaît sur l'écran du tube (*fig.* 331). La tache lumineuse fixe est marquée par la croix. Cette image suffit à démontrer la présence d'un courant alternatif dans les bobines, et, par suite, d'une oscillation dans le circuit à condensateur. Comme la tache se déplace vers le haut et vers le bas, on peut en conclure (5 *c*) que le courant passe dans l'un et l'autre sens.

b. On obtient des renseignements plus exacts sur les phénomènes de la décharge quand on observe au miroir tournant la tache lumineuse du tube de Braun (59 *b*). Lorsque la décharge traverse les bobines, on voit dans le miroir des courbes représentées par les figures 341 à 344. Elles montrent indubitablement la présence d'oscillations propres amorties.

c. L'artifice de 59 *a* est excellent pour la démonstration, aussi bien que pour la photographie des courbes oscillatoires. On peut facilement

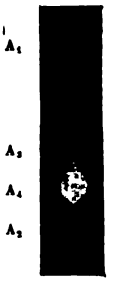
Digitized by Google

Fig. 330.



obtenir que la tache décrive toujours la courbe d'oscillation au même

Fig. 331.



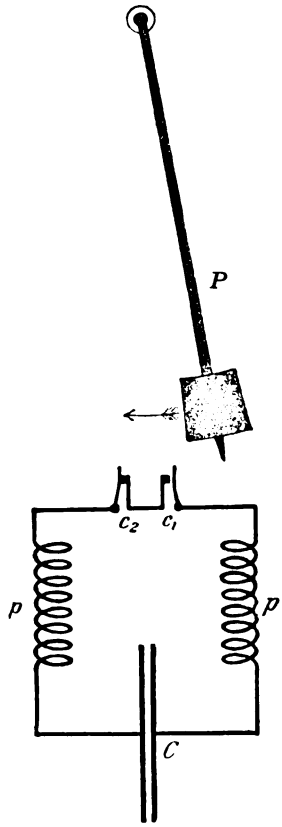
endroit de l'écran. Elle paraît alors brillante et nette sur le fond

Digitized by Google

sombre, et l'on peut démontrer, *de visu,* l'influence sur la courbe d'un changement quelconque dans le circuit (fréquence ou amortissement). Des photographies de courbes d'oscillation ainsi obtenues ont été réunies dans ce Chapitre et le Chapitre XIII. On a encore de bons résultats avec une fréquence de quelques mille par seconde, mais il est déconseillé de monter beaucoup au-dessus de 10000, parce que la courbe devient trop peu visible sur l'écran.

205. Pendule interrupteur. — En principe on peut employer, pour démontrer les oscillations propres, tel dispositif qui est susceptible

Fig. 332.

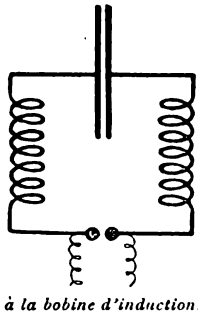


de fournir les courbes d'oscillation. Mais en fait, quand la fréquence dépasse quelques milliers par seconde, les méthodes techniques exposées à 59 *c* ne donnent plus rien. Pour l'observation exacte des

Digitized by Google

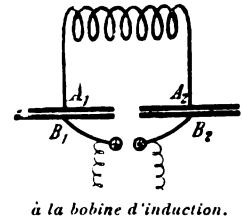
courbes d'oscillation, jusqu'à environ 10^5 alternances par seconde, on emploie surtout le dispositif réalisé au moyen du pendule interrupteur de Helmholtz (*voir* le schéma de la figure 332). Le condensateur C du circuit à condensateur étant chargé, le pendule se dirigeant dans le sens de la flèche ferme le contact C_1, et met par suite en

Fig. 333.



à la bobine d'induction.

Fig. 334.



à la bobine d'induction.

branle les oscillations de la décharge. Après un temps réglable avec précision, le pendule ouvre le contact C_2 et interrompt les oscillations. La tension qui existe entre les armatures du condensateur est déterminée par un procédé quelconque. On peut, en changeant l'écartement des contacts, obtenir un instant quelconque de l'oscillation et par suite divers points de la courbe de tension.

206. Images des étincelles dans le miroir tournant. — *a*. Dans **204** et **205** on a supposé que, le condensateur étant chargé, on fermait le circuit de décharge. Quand il s'agit de hautes tensions, quelques milliers de volts, il est plus commode d'agir autrement. On met le conducteur, dont il a été question plus haut, aux armatures du condensateur et on l'interrompt à un endroit; les extrémités du circuit sont, à cet endroit, terminées par des boules métalliques, dont l'écartement est choisi d'autant plus grand que la tension est plus forte au condensateur (**253** *a*). La figure 333 montre la disposition avec un condensateur simple, la figure 334 avec deux condensateurs en série. Si l'on charge maintenant, à l'aide de la machine à influence, les armatures du condensateur et par suite les boules à un potentiel de plus en plus élevé, les lignes d'intensité électrique dans l'air seront de plus en plus serrées entre les deux boules jusqu'à ce que l'air devienne conducteur. Les oscillations propres se produisent alors par l'air devenu conducteur, aussi bien que si les boules se touchaient. Dès que l'air devient conducteur, une étincelle jaillit, le trajet de l'étincelle indique le parcours du courant.

Digitized by Google

b. Si l'on regarde l'étincelle, que produit un circuit à condensateur de faible résistance, dans un miroir tournant autour d'un axe parallèle à la direction de l'étincelle, on aperçoit une image telle que celles des figures 345 à 348. L'étincelle d'une décharge unique paraît en traits forts séparés les uns des autres, et sa clarté passe périodiquement par des maxima et des minima. On ne peut pas encore déduire de là l'existence d'oscillations, c'est-à-dire de phénomènes qui changent périodiquement d'apparence; mais on trouve, en examinant de plus près les images d'étincelles :

1° Que la raie lumineuse de l'étincelle a toujours une extrémité beaucoup plus éclairée que l'autre;

2° Que, dans deux raies successives, ce point lumineux ne se trouve jamais à la même extrémité (*voir* surtout *fig.* 346).

Comme la place de cette tache lumineuse ne peut dépendre que du signe du courant, il s'ensuit que la décharge est oscillatoire, puisque pendant la décharge il y a un changement périodique du signe.

c. Cette méthode fut appliquée d'abord par Feddersen ([104]) à l'étude de la décharge des circuits à condensateur. Pour les hautes fréquences auxquelles on arrive aujourd'hui, elle exige surtout une rotation plus rapide du miroir. J. Trowbridge et W. Duane ([105]) ont encore obtenu des images utilisables pour des fréquences de 10^7/sec, avec un miroir donnant 70 tours à la seconde.

Pour la clarté des images, le choix des boules entre lesquelles jaillit l'étincelle est très important. On recommande surtout le cadmium, ensuite l'étain et le zinc.

d. Pour la démonstration on emploie le dispositif suivant : on suppose que l'on a du courant alternatif à volonté. Le miroir tournant est fixé à l'axe d'un petit moteur synchrone à courant alternatif (**157**) ou à champ tournant; les condensateurs (bouteilles de Leyde) sont chargés par une bobine d'induction dont le primaire est alimenté par le même courant alternatif. A cause du synchronisme du moteur, l'image des étincelles tombe exactement dans la même direction; elle peut donc être observée et photographiée. Si l'on a un moteur à champ tournant, les images changent de place, à cause du glissement du moteur. Mais, comme d'après **179** le glissement du moteur non chargé est très faible, on peut photographier du même emplacement toute une série de décharges.

207. Tube de Geissler ([106]). — Une méthode très simple, et applicable aux plus hautes fréquences, est encore utilisée pour prouver qualitativement l'existence des oscillations, au moyen des tubes de Geissler.

Digitized by Google

Elle repose sur le fait suivant : quand on relie aux deux pôles d'une machine à influence les deux électrodes d'un tube de Geissler, soigneusement rempli avec de l'air ou de l'azote raréfiés, l'électrode négative apparaît couronnée d'une lueur bleuâtre, *effluve* (*fig.* 335); l'électrode positive au contraire est dégagée de toute apparence lumineuse, sauf une petite aigrette rougeâtre au sommet, qui semble se décharger dans le tube. L'effluve négatif est caractéristique de ce pôle; il sert à le reconnaître aux hautes tensions, aussi bien que le papier à réaction polaire bien connu aux basses tensions. On dispose

Fig. 335. Fig. 336.

Pôle négatif.

Pôle positif.

les électrodes du tube aux armatures A_1 et A_2 d'un circuit à condensateur en série (*fig.* 334). Les armatures du condensateur sont chargées par une machine à influence; le circuit peut ainsi se décharger par étincelles (employer de petites étincelles). Quand la décharge se produit, le tube s'illumine, mais les deux électrodes ont des effluves aussi intenses (*fig.* 336). Comme les deux armatures ne peuvent pas être toutes deux chargées positivement, on en déduit qu'elles sont alternativement positives et négatives et que la décharge du circuit à condensateur est oscillante. L'exactitude de ces conclusions est confirmée

Digitized by Google

pour les fréquences qui ne sont pas trop grandes; le miroir tournant montre l'effluve se déplaçant d'une électrode à l'autre.

208. Tube à soupape de Holtz ([107]). — Des tubes vides, à l'intérieur desquels sont disposées de petites chicanes de verre (*fig.* 337), ont la

Fig. 337.

propriété de laisser passer le courant dans un sens beaucoup plus facilement que dans l'autre. Si l'on combine deux tubes ayant des chicanes

Fig. 338.

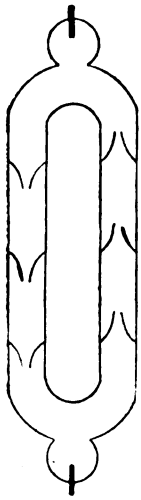
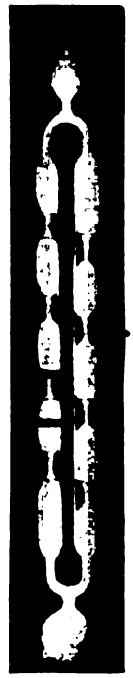


Fig. 339.

Fig. 340.



en sens contraire (*fig.* 338), la décharge d'une machine à influence passe toujours par la même branche (*fig.* 339).

Digitized by Google

Si, au contraire, on relie ce tube aux deux armatures A_1 et A_2 du circuit à condensateur de la figure 334, lors de la décharge les deux tubes sont illuminés (*fig.* 340). Donc la décharge passe tantôt dans un tube, tantôt dans l'autre; donc elle est oscillante. On peut le démontrer pour les faibles fréquences, comme dans le cas précédent, à l'aide du miroir tournant.

II. — Fréquence pour les faibles résistances.

209. Résultat théorique. Formule de Thomson. — *a*. Si l'on essaye, par une des méthodes précédentes, de décharger un condensateur dans un circuit de faible résistance, on se convainc que la décharge est oscillante. Le raisonnement de **203** est donc confirmé qualitativement, mais ce raisonnement avait aussi conduit à un résultat quantitatif. On avait prévu comme fréquence des oscillations $\frac{1}{\pi\sqrt{pc}}$, p désignant le coefficient de self-induction et c la capacité du circuit à condensateur. Cette fréquence avait été établie en supposant le circuit sans résistance appréciable; on peut donc se demander si elle s'applique encore au cas d'une résistance très petite, mais finie.

b. Cette relation reste approchée. En effet, déjà en 1855, W. Thomson (Lord Kelvin) ([108]) avait établi théoriquement les phénomènes de la décharge d'un circuit à condensateur. Il ressort de raisonnements semblables à ceux de **193** et de la relation

$$(1) \qquad iw = \mathcal{V} + \mathcal{E}_i,$$

que l'on déduit de l'égalité (1) de **193**, que, si aucune FEM extérieure n'agit dans le circuit à condensateur, la tension $\mathcal{V}$ entre les armatures du condensateur et la FEM induite $\mathcal{E}_i$ dans le circuit à condensateur par le courant i du condensateur sont reliées par les formules

$$(2) \qquad \mathcal{E}_i = -pi' \quad (38\,e),$$

$$(3) \qquad i = -e' = -c\mathcal{V}' \quad (185\,b),$$

e étant la charge d'une armature du condensateur.

Kelvin déduisait de ces relations (1), (2) et (3) que pour une faible résistance w un circuit à condensateur se déchargeait par des oscillations dont la fréquence est approximativement

$$(4) \qquad n = \frac{1}{\pi\sqrt{pc}}.$$

Digitized by Google

La fréquence des oscillations propres dans un circuit à condensateur ne dépend, en première approximation, que de la capacité du condensateur et du coefficient de self-induction du conducteur. Elle est d'ailleurs en raison inverse de ces quantités.

c. Si l'on emploie de petites capacités et de petits coefficients de self-induction, on doit trouver de très hautes fréquences.

Mais alors il est au moins possible (**83** *a*) que le champ électrique induit par le champ magnétique alternatif soit sensible. La conséquence peut en être que la capacité du condensateur, c'est-à-dire le rapport de la charge à la tension, n'ait pas la même valeur c que lors d'un changement statique (**17**), mais prenne une autre valeur $\mathfrak{c}$ (**259**). D'autre part, le coefficient de self-induction, c'est-à-dire le rapport de $\mathcal{E}_i$ à i' [égalité (2)], peut aussi prendre une autre valeur (**83** et **239**) désignée par $\mathfrak{p}$. On obtiendra alors la fréquence n sous la forme

$$(4\,a) \qquad n = \frac{1}{\pi\sqrt{\mathfrak{p}\mathfrak{c}}}.$$

210. Démonstration expérimentale. — *a*. Dans un circuit à condensateur dont la fréquence n'excède pas quelques mille par seconde, en pratique, tant qu'il s'agit de condensateurs à papier et de bobines à noyau de fer ou comptant un très grand nombre de spires (*), on peut, par le dispositif de **59** *a* prendre les courbes d'oscillation avec le tube de Braun. Il est surtout désigné pour démontrer immédiatement l'influence de la capacité et du coefficient de self-induction sur la fréquence.

Les photographies reproduites plus loin (*fig*. 341 à 344) montren des courbes d'oscillation se rapportant à des circuits à condensateur de dimensions suivantes :

	c. microfarad	*p*. henry
Figure 341	16,5	0,15
Figure 342	16,5	3,39
Figure 343	7,3	0,15 (**)
Figure 344	7,3	0,39

La vitesse horizontale communiquée à la tache lumineuse était

(*) Avec $n = 1000$/sec, on a pour une capacité de 1 microfarad $p = 0,1$ henry, pour une capacité de 10 microfarads $p = 0,01$ henry. (*Voir* **34** *f*.)

(**) La fréquence de l'oscillation propre de ce circuit de condensateur est donc

$$n = \frac{1}{\pi\sqrt{0,15 \text{ henry} \times 7,3 \text{ microfarads}}} = \frac{1}{\pi\sqrt{0,15.10^9 \times 7,3.10^{-15}}} \text{ C.G.S.} = 304/\text{sec.}$$

Digitized by Google

partout constante; une comparaison des courbes se rapportant à la même capacité et à des coefficients de self-induction différents (*fig.* 341 et 342 d'une part et 343 et 344 d'autre part) montre le chan-

Fig. 341.

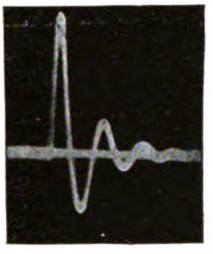
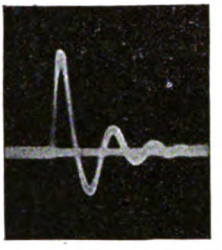


Fig. 342.



gement de fréquence pour des coefficients de self-induction croissants. Comparant au contraire les figures 341 et 343 d'une part, 342 et 344 d'autre part, on voit l'influence de la capacité sur la fréquence.

La formule de Thomson est ainsi vérifiée qualitativement, mais les mesures quantitatives effectuées sur ces courbes sont insuffisamment

Fig. 343.

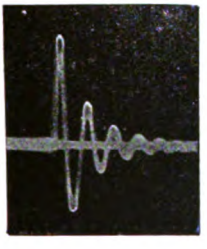
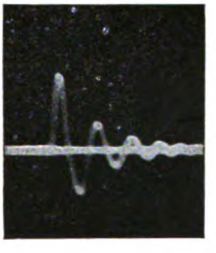


Fig. 344.



exactes (*). En employant une bobine à noyau de fer fermé, on ne peut pas espérer avoir de meilleure vérification (**103**).

b. Si les courbes d'oscillation se rapportent à une fréquence beaucoup plus rapide, 10^5/sec, on peut vérifier la formule de Thomson

(*) D'après 55 *a*, la fréquence des oscillations est inversement proportionnelle à la distance de deux points consécutifs où la courbe coupe l'axe des x. Les figures 341 et 342 donnent comme rapport de fréquence 1,2, les figures 343 et 344 donnent 1,3, alors que, dans les deux cas, la théorie donne $\sqrt{0,39 : 0,15} = 1,6$.

Les figures 341 et 343 donnent 1,3, les figures 342 et 344 donnent 1,5; la théorie donne dans les deux cas $\sqrt{16,5 : 7,3} = 1,5$.

Digitized by Google

par le pendule interrupteur (**205**) ou par un dispositif analogue. Les déterminations ainsi obtenues ont donné une excellente vérification de la formule ([103]).

c. La méthode de Feddersen va beaucoup plus loin que tous les artifices qui donnent une détermination expérimentale directe de la fréquence (**206**). Parmi les nombreux travaux ([103]) qui sont basés sur l'application de cette méthode, on doit citer en premier lieu les déterminations soigneuses faites ces temps derniers par A. Batelli et L. Magri ([109]) (*). Elles sont en parfait accord avec la formule de Thomson jusqu'à la fréquence de 10^6/sec (**).

Mais, que l'on veuille par cette méthode déterminer la fréquence par le tracé du trait brillant dans l'image de l'étincelle, ou seulement comparer avec précision les résultats obtenus, la photographie est également nécessaire. Malgré cela, la méthode, sous la forme indiquée **206** *d*, est encore propre à démontrer l'influence de la capacité et du coefficient de self-induction, même pour les oscillations rapides. On doit seulement faire varier assez fortement les données, pour que le changement de constitution du trait brillant saute immédiatement

---

(*) Voici deux séries de mesures de Batelli et Magri, pour (I) $n = 10^6$/sec environ et pour (II) 3.10^6/sec; les valeurs de (II) s'écartent plus de la formule de Thomson.

Les chiffres donnent en seconde la durée d'une oscillation complète.

I. Observé.	$2,18.10^{-6}$ sec	
	$2,19.10^{-6}$ sec	
	$2,17.10^{-6}$ sec	
	$2,19.10^{-6}$ sec	
	$2,15.10^{-6}$ sec	
	$2,14.10^{-6}$ sec	
Moyenne.....	$2,17.10^{-6}$ sec	Différence : 1 pour 100.
Calculé.....	$2,15.10^{-6}$ sec	

II. Observé.	$7,43.10^{-7}$ sec	$7,42.10^{-7}$ sec	
	$7,26.10^{-7}$ sec	$7,10.10^{-7}$ sec	
	$7,41.10^{-7}$ sec	$7,62.10^{-7}$ sec	
	$7,56.10^{-7}$ sec	$7,49.10^{-7}$ sec	
	$7,57.10^{-7}$ sec	$7,44.10^{-7}$ sec	
	$7,56.10^{-7}$ sec	$7,41.10^{-7}$ sec	
Moyenne.....	$7,44.10^{-7}$ sec		Différence : 9 pour 100.
Calculé.....	$6,84.10^{-7}$ sec		

(**) Le désaccord est au plus de 9 pour 100. Il est possible qu'il soit dû à des valeurs inexactement calculées, par suite d'une connaissance imparfaite du coefficient de self-induction.

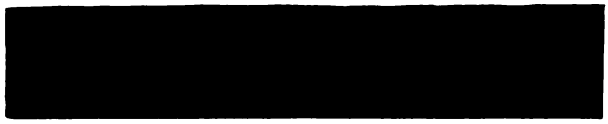
Digitized by Google

aux yeux. Les figures 345 à 348 se rapportent aux éléments suivants :

	c. microfarad	*p.* henry
Figure 345	7.10^{-3}	0,02
Figure 346	7.10^{-3}	0,006
Figure 347	17.10^{-3}	0,02
Figure 348	17.10^{-3}	0,006

La plus grande différence dans l'écart des traits brillants se trouve

Fig. 345.



entre les figures 345 et 348, et l'on peut ainsi se rendre compte de la différence de fréquence à simple vue dans le miroir tournant.

d. Pour les fréquences dépassant de beaucoup 3.10^6/sec, on ne peut

Fig. 346.

employer que des méthodes indirectes, dont on parlera plus tard, pour apprécier d'une manière exacte la fréquence. Ces méthodes ont parfaitement établi la formule de Thomson jusqu'à 10^8 oscillations

Fig. 347.

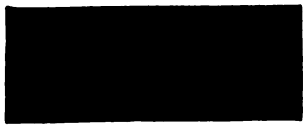


Fig. 348.

par seconde. Mais à ces fréquences se trouve la limite à partir de laquelle les hypothèses de la formule de Thomson ne se laissent plus facilement réaliser.

211. Conditions pour la validité de la formule de Thomson. —

Digitized by Google

Parmi ces hypothèses, la plus importante est celle qui suppose que le courant sur tout son parcours est quasi stationnaire. Dès que ce n'est plus le cas, on ne peut plus parler comme s'il s'agissait d'un courant déterminé. Les égalités (1), (2) et (3) de **209** deviennent inexactes. Donc ce n'est que dans le cas d'un courant quasi stationnaire que cette formule est valable. On donnera plus tard (**227** *d*) un criterium certain pour savoir si cette condition est réalisée ([110]).

a. On peut, par l'exemple suivant, se rendre compte de l'erreur commise en appliquant la formule de Thomson à un courant qui n'est pas quasi stationnaire.

Un condensateur de $0,03.10^{-3}$ microfarad se trouve dans un circuit rectangulaire ayant un développement de 10^{m} de long sur $0^{m},10$ de large, le rayon du fil étant de 1^{mm}. Dans ce cas, comme on le verra plus tard, le courant n'est pas quasi stationnaire. Le coefficient de self-induction $\mathfrak{p} = 18580$ C.G.S., la formule de Thomson donne

$$n = \frac{1}{\pi\sqrt{0,03.10^{-18}.18580}} = 1,35.10^{7}/\text{sec};$$

or, en réalité, la fréquence est assez exactement $n = 1.10^{7}/\text{sec}$ ([111]). L'erreur est donc de 35 pour 100.

b. Par ailleurs, on n'a pas besoin de rejeter la formule de Thomson, au moins pour ce motif; car la raison, qui dans ce cas empêche le courant d'être quasi stationnaire, est (*voir* **227** *d*) la petite capacité du condensateur et la haute fréquence des oscillations, jointes à la grande longueur du conducteur. Si l'on emploie un condensateur de capacité moyenne et un conducteur ne dépassant pas quelques mètres, dont le coefficient de self-induction ne soit pas choisi à dessein aussi petit que possible, on peut appliquer sans hésiter la formule de Thomson.

212. Calcul de la fréquence dans un circuit à condensateur. — Naturellement l'application de la formule de Thomson, ou de la Table XII dans laquelle sont calculées les fréquences des circuits à condensateur pour diverses valeurs de la capacité ou du coefficient de self-induction, suppose que ces quantités sont connues pour un condensateur et un conducteur donnés. On s'arrange donc au mieux pour les obtenir expérimentalement ou les calculer.

a. La capacité des condensateurs, jusqu'à environ $0,1.10^{-3}$ microfarad (petites bouteilles de Leyde), peut être déterminée facilement et exactement ([112]). Si l'on veut employer des capacités encore plus petites, on recommande de prendre des plaques métalliques exactement parallèles et de même axe. Pour la capacité des condensateurs

Digitized by Google

à plaques, il y a des formules exactes (Table II *b*); pour une faible distance de plaques, la formule approximative de **17** suffit.

b. La détermination directe expérimentale (*voir* **333**) du coefficient de self-induction du conducteur n'est calculable par des moyens simples, et avec une exactitude suffisante, que quand il atteint 1 pour 100 de celui d'une bobine de réaction de moyenne grandeur ([113]).

On peut calculer directement ce coefficient quand le conducteur affecte une forme carrée ou circulaire (*voir* **239** et les Tables X, XI, VIII et IX). La Table VIII *f* donne aussi des formules pour les bobines régulièrement enroulées sans noyau de fer. Mais, si elles ne comprennent qu'un très petit nombre de spires enroulées serré, on obtient une valeur tout à fait approximative en multipliant le coefficient de self-induction d'une spire (Table IX) par le carré du nombre de spires (*voir* **34** *c*).

c. Exemple. — Une fréquence très employée en télégraphie sans fil (Chapitre XX) est $n = 3.10^6$/sec. On veut construire un circuit à condensateur donnant cette fréquence. Le conducteur circulaire de 50^{cm} de diamètre est constitué par un fil de cuivre de 5^{mm} de diamètre. De la formule $n = \frac{1}{\pi\sqrt{pc}}$, on tire, pour la capacité cherchée du condensateur,

$$c = \frac{1}{\pi^2 n^2 p};$$

p est donné par la Table IX (*voir* **240** *a*) et a une valeur de 1472 C.G.S.; donc

$$c = \frac{1}{\pi^2 \times 3^2.10^{12} \times 1472} \text{ C.G.S.} = 7,65.10^{-18} \text{ C.G.S.} = 7,65.10^{-3} \text{ microfarad,}$$

ce que l'on aurait pu à peu près obtenir par la Table XII.

213. Établissement d'oscillations rapides par les circuits à condensateur. — L'exemple ci-dessus peut servir d'origine à un calcul de fréquence pour de tels circuits à condensateur.

a. Avec le même conducteur, la fréquence 10^6/sec peut être établie si l'on utilise une capacité 9 fois plus grande, environ 69.10^{-3} microfarad, par exemple 23 grosses bouteilles de Leyde de 3.10^{-3} microfarad.

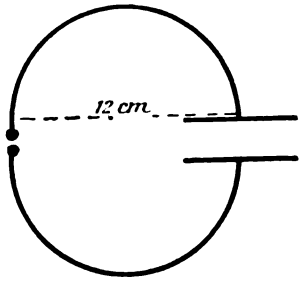
D'un autre côté, pour la fréquence 10^7, on aurait besoin d'une capacité 100 fois plus petite que pour 10^6, soit une bouteille de Leyde moyenne de $0,69.10^{-3}$ microfarad.

Inversement, pour la même capacité que dans l'exemple de **212**, il

Digitized by Google

faudrait au moins trois tours de fil de 50^{cm} de diamètre ou 5 tours de 25^{cm} pour une fréquence de 10^6, tandis que pour une fréquence de 10^7/sec il ne faut plus qu'un seul cercle de 10^{cm} de diamètre. D'où il suit que : si l'on emploie comme condensateur des bouteilles de Leyde d'une capacité ni très grande ni très petite, et, d'un autre côté, des conducteurs ne dépassant pas quelques mètres, mais d'au moins 50^{cm}, on obtient en général des fréquences comprises entre 10^6/sec et 10^7/sec. Ce peu de variabilité dans la fréquence est la conséquence immédiate de ce que, dans la formule de Thomson, la capa-

Fig. 349.



cité et le coefficient de self-induction n'entrent que par leur racine carrée; une capacité centuple ne donne qu'une fréquence dix fois plus faible (*voir* Table XII).

b. Par l'emploi de condensateurs à plaques et de conducteurs de quelques centimètres seulement, on ne peut être sur la voie des très hautes fréquences. Celle du circuit à condensateur figuré plus haut, figure 349, au quart de sa grandeur, n'est que de 10^9 calculé expérimentalement, et c'est déjà beaucoup.

214. Calcul de $\frac{v}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ par la décharge du circuit à condensateur. — Un circuit à condensateur comprend comme condensateur deux plaques parallèles circulaires de rayon R et d'écartement d, la constante diélectrique entre les plaques étant ε. Comme conducteur on a une bobine en anneau très serrée de N spires; le rayon de l'anneau est r et celui d'une spire ρ, la perméabilité de l'intérieur de la bobine étant μ. La fréquence de la décharge d'un tel circuit à condensateur, dont la résistance est supposée très petite, sera obtenue expérimentalement par une méthode quelconque, celle de **210** c par exemple.

Soient n la fréquence obtenue, c la capacité du condensateur et p

Digitized by Google

le coefficient de self-induction de la bobine; on a

(1) $$c = \frac{\pi R^2}{d} \varepsilon \qquad (17),$$

(2) $$p = \frac{N^2 . \pi \rho^2}{2 \pi r} \frac{\mu}{v^2} \qquad (34 \text{ et } 27\ a),$$

(3) $$n = \frac{1}{\pi \sqrt{pc}} = \frac{\sqrt{2 \pi r d}}{\pi^2 N R \rho} \frac{v}{\sqrt{\varepsilon \mu}};$$

d'où

(4) $$\frac{v}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{\pi^2 N}{\sqrt{2 \pi}} \frac{\rho R}{\sqrt{r d}} n.$$

Le premier terme $\frac{\pi^2 N}{\sqrt{2\pi}}$ se composé de simples quantités numériques, le second ne comprend que des longueurs exprimables en centimètres, enfin n est un nombre par seconde. La partie de droite tout entière est donc une vitesse par seconde exprimée en centimètres.

D'après cette méthode, décrite ici schématiquement, O. Lodge et R.-T. Glazebrook ([114]) ont effectué des mesures, qui ont conduit pour $\frac{v}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ à une valeur très importante. Si l'intérieur du condensateur et de la bobine contiennent de l'air, $\varepsilon = \varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$, on a environ

$$\frac{v}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3 . 10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{sec}},$$

ce qui est la vitesse de la lumière.

On en déduit $\frac{v}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ ([115]), pour chaque gaz pour lequel on connait $\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$ et $\frac{\mu}{\mu_0}$ (15).

215. Application pratique des oscillations propres des circuits à condensateur dans les bobines d'induction. — Pratiquement, on a utilisé ces oscillations propres des circuits à condensateur depuis que l'on construit des bobines d'induction, sans toutefois se douter de leur point de départ.

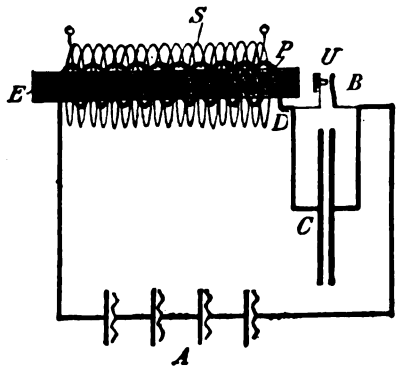
a. On sait que dans toutes ces bobines un condensateur est intercalé suivant le montage de la figure 350.

On suppose d'abord que le condensateur C et le fil BCD soient éloignés. Le circuit primaire comprend non seulement l'enroulement

Digitized by Google

primaire, mais l'interrupteur U, la batterie d'accumulateurs A et leurs connexions. Si l'interrupteur est ouvert, le courant tombe à zéro; mais, bien qu'il n'existe plus de conducteur apparent lorsqu'il n'y a plus contact métallique entre les deux parties de l'interrupteur, le courant ne tombe pas brusquement, il ne tombe que progressivement. Par la chute du courant et du champ magnétique dans la bobine primaire, il y aura dans celle-ci une FEM induite (**38** *e*), qui a pour effet d'établir une tension entre les pôles de l'interrupteur et se traduit par une étincelle. Par cette étincelle, le courant peut passer encore un instant; il provient, en dehors de la FEM des accumulateurs, avant tout de

Fig. 350.



la FEM induite dans le primaire. La photographie de la figure 351 montre que la chute du courant a bien lieu ainsi. La ligne horizontale *a* décrivant l'axe des abscisses (courant nul), la ligne *b* (courbe du courant primaire) est parallèle à l'axe des abscisses aussi longtemps que l'interrupteur est fermé, elle tombe ensuite progressivement à zéro.

b. Si dans le voisinage de l'interrupteur U se trouve un condensateur C (*fig.* 350), la bobine primaire P et le circuit des accumulateurs forment avec lui un circuit à condensateur. Si donc l'interrupteur vient à s'ouvrir, il y aura encore une FEM induite dans le primaire, qui continuera à faire circuler un instant le courant dans l'ancienne direction; mais une partie seulement du courant passe par l'interrupteur, le reste passe par le condensateur et le charge. Si donc le courant primaire tombe à zéro, on a un circuit à condensateur dont le condensateur est chargé et qui n'est parcouru par aucun courant. Il se trouve exactement dans l'état initial du circuit à condensateur de **206**. Donc le circuit à condensateur doit, si sa résistance est faible, être parcouru par des oscillations propres.

Digitized by Google

Les figures 352 et 353 se rapportent à la même bobine que 351, avec introduction d'un condensateur en dérivation sur l'interrupteur. Dans le premier cas (*fig.* 352), le secondaire est ouvert; dans le deuxième

Fig. 351.

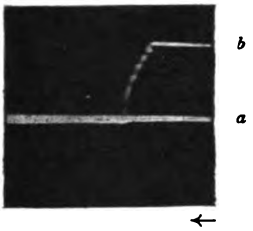
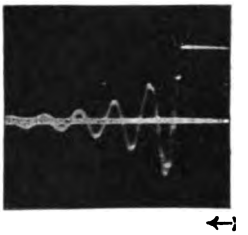
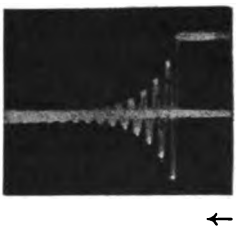


Fig. 352.



cas (*fig.* 353), le secondaire est fermé sur un fil court. Les courbes montrent que ces oscillations se produisent effectivement et vérifient qualitativement les propositions. Mais le fait, que la courbe du courant primaire est différente suivant l'état du secondaire, prouve que le raisonnement, où l'on n'a pas envisagé cette action du secondaire

Fig. 353.



sur le primaire, n'a pas la prétention d'expliquer complètement l'action du condensateur dans la bobine d'induction ([116]).

c. Dans le cas où la réaction du secondaire sur le primaire est très faible, comme elle a lieu en fait quand le secondaire est ouvert (*fig.* 352), l'usage du condensateur présente les avantages suivants.

1° Le courant, qui existe encore après l'ouverture de l'interrupteur, ne passe que partiellement par l'étincelle. Le développement de chaleur sera donc moindre que sans condensateur, et par suite les contacts de l'interrupteur seront moins rongés.

2° La FEM induite dans la bobine secondaire est, d'après 37, proportionnelle à la rapidité avec laquelle le flux magnétique d'induction décroît dans celle-ci. Mais ce flux est, d'après l'hypothèse faite, proportionnel à celui qui traverse le primaire et par là même inhérent au courant primaire. La FEM induite dans le secondaire par l'inter-

Digitized by Google

ruption est donc d'autant plus grande, que la courbe du courant primaire tombe d'une manière plus abrupte sur l'axe des abscisses. Dans la figure 351 (sans condensateur), la chute de la courbe est relativement faible. Dans la figure 352, elle est au commencement presque verticale. Donc la FEM induite dans le secondaire sera bien supérieure dans le second cas (avec condensateur). L'expérience le vérifie, la distance d'éclatement (253) aux bornes du secondaire est dans le premier cas $2^{mm},5$; dans le second cas, avec le même courant primaire, elle est de 15^{mm}.

3° Quand un courant est induit dans un circuit quelconque, la théorie montre ([117]) que, dans les conditions précédentes, toute la quantité d'électricité qui parcourt le circuit dans un temps donné est proportionnelle à la variation du flux d'induction magnétique, et, par suite, à la variation du courant primaire pendant le même temps. Si l'on compare les figures 351 et 352, il s'ensuit que, dans le premier cas, la variation que subit le courant primaire par l'interruption est de i_0 à o. Dans la figure 352, au contraire, pendant la première demi-oscillation le courant ne tombe pas à zéro, mais prend une valeur presque égale et de signe contraire, la variation est de $i_0 - (-i_0) = 2\,i_0$. L'introduction du condensateur donne donc au secondaire, durant cette première demi-période, une quantité d'électricité environ double de celle que l'on obtiendrait sans lui. Donc il y a deux avantages à l'emploi du condensateur : diminution de l'étincelle de rupture, accroissement de la tension du secondaire et de la quantité d'électricité qui y est induite.

III. — L'amortissement.

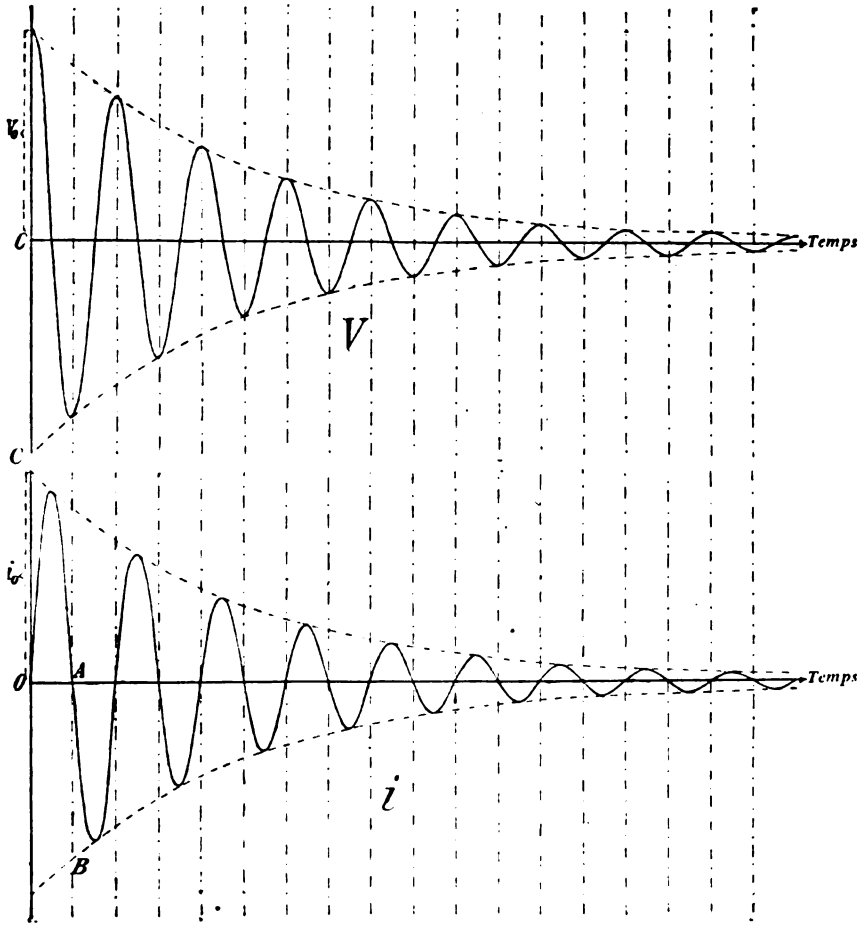
216. Nécessité d'un amortissement. — On peut être surpris de ce que les moyens simples que constituent les circuits à condensateur (213) aient permis d'obtenir des fréquences de quelques millions par seconde, alors que les machines (79), malgré leurs perfectionnements, n'atteignent guère que 30000 oscillations par seconde. C'est que l'on a omis de faire constater une particularité, qui fait que ces oscillations ne sont pas comparables. Celles produites par les machines ont l'avantage de ne pas être amorties, tandis que les oscillations des circuits à condensateur, dont on a donné les courbes, se comportent comme des oscillations amorties.

On trouve dans 200 et 203 la raison pour laquelle il doit en être ainsi; ce que l'on disait sur les phénomènes physiques est également vrai pour les oscillations propres des circuits à condensateurs. Elles

Digitized by Google

se produisent par changement d'énergie électrique en énergie magnétique, et réciproquement. Le courant électrique, par le moyen duquel s'effectue ce changement, transforme une partie de cette énergie en chaleur, qui n'est point récupérée au cours de l'oscillation et constitue

Fig. 354.



une perte sèche d'énergie. Dans 200, où l'on supposait une FEM extérieure reliée au circuit à condensateur, cette perte d'énergie était aussitôt compensée par un apport d'énergie, qui maintenait l'amplitude de l'oscillation à une valeur constante. Dans une oscillation propre, où aucune source extérieure d'énergie n'intervient que celle

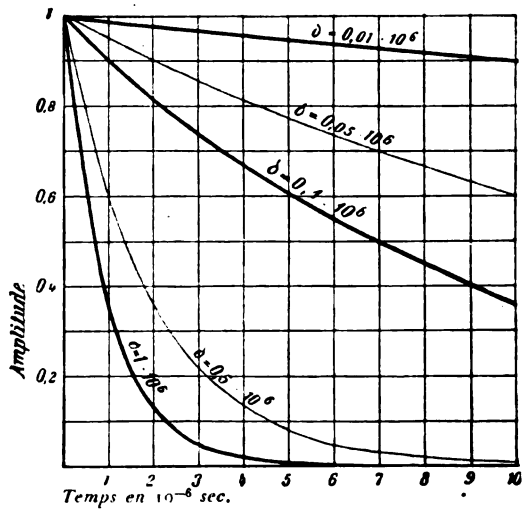
Digitized by Google

emmagasinée lors du chargement du condensateur, chaque perte d'énergie correspond à une décroissance d'amplitude.

Si $\mathcal{V}_{10}$ par exemple indique la grandeur de la tension au moment où celle-ci est nettement maxima, $\mathcal{V}_{20}$ la même quantité après une période d'oscillation, $\mathcal{V}_{20}$ doit être plus petit que $\mathcal{V}_{10}$. L'énergie $\frac{1}{2}c\mathcal{V}_{20}^2$ est inférieure à $\frac{1}{2}c\mathcal{V}_{10}^2$, que le circuit contenait d'abord (*), de la valeur de l'énergie perdue pendant l'intervalle. Donc $\mathcal{V}_{20}$ est plus petit que $\mathcal{V}_{10}$, et il y a par suite décroissance de l'amplitude. Si $\mathcal{V}_0$ est la tension primitive à laquelle on a chargé les armatures du condensateur, la courbe des tensions des oscillations sera comme l'indique la courbe V (*fig.* 354). Il en est de même pour la courbe des courants i dans le circuit à condensateur. La ressemblance avec la courbe V vient de ce que la relation entre ces deux quantités est donnée par $i = -c\mathcal{V}'$ (**185**) (courbe i, *fig.* 354).

217. Amortissement par effet Joule. — *a.* En ce qui concerne la grandeur de l'amortissement, c'est-à-dire la rapidité avec laquelle décroît l'amplitude, il est vraisemblable, d'après tout ceci, qu'elle

Fig. 355.



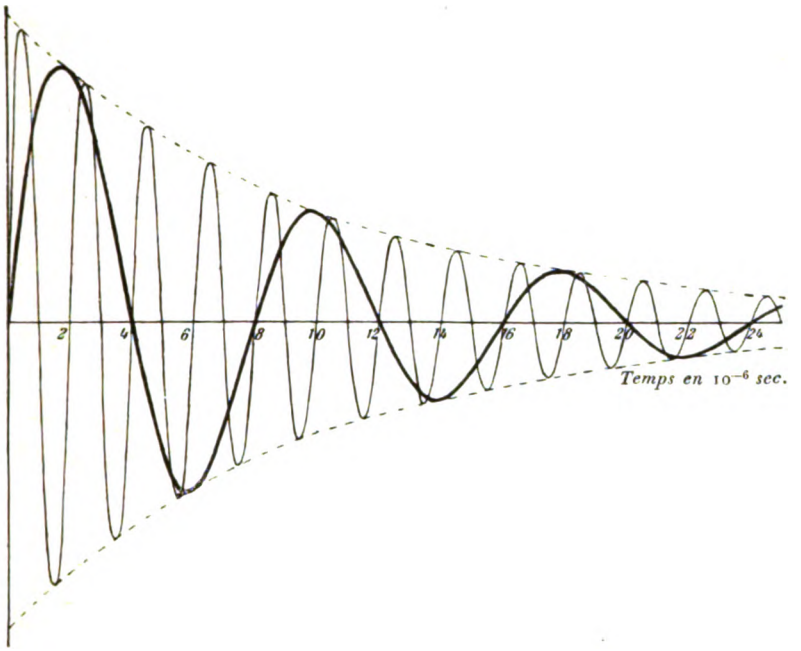
dépendra de la grandeur de l'énergie consommée par rapport à l'énergie totale contenue dans le circuit à condensateur. Comme la perte d'énergie se fait par développement de chaleur dans le conduc-

(*) Au moment où la tension est maxima, le courant dans le circuit est nul, il n'existe donc pas d'énergie magnétique (*voir* 203 *c*).

Digitized by Google

teur (chaleur Joule), elle est proportionnelle à la résistance $\mathfrak{w}$ (*) du conducteur et au carré de l'amplitude momentanée du courant. Mais l'énergie emmagasinée dans le circuit à condensateur est proportionnelle au coefficient de self-induction $\mathfrak{p}$ (*) du circuit et au carré de

Fig. 356.



l'amplitude du courant. On peut donc s'attendre à ce que le rapport $\frac{\mathfrak{w}}{\mathfrak{p}}$ joue un rôle dans l'amortissement.

b. La théorie donne les résultats suivants :

1° Les maxima de la courbe, qui correspondent aux amplitudes des oscillations, sont situés sur une courbe exponentielle (**125** *b*), courbe dite *des amplitudes*. Si $\mathfrak{A}_0$ est l'amplitude de l'oscillation initiale où le temps $t = 0$, on a pour ordonnée $\mathfrak{A}$ de la courbe d'amplitudes au temps t

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{A}_0 e^{-\delta t}, \tag{1}$$

e est la base des logarithmes népériens, $\mathfrak{A}_0$ amplitude initiale s'appelle aussi simplement *amplitude*.

(*) *Voir* plus loin 233 *a* et 239.

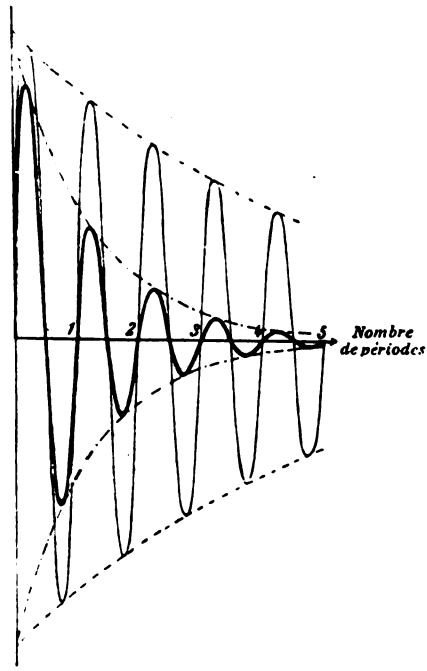
Digitized by Google

2° La grandeur de la constante δ se détermine, quand la perte d'énergie n'est due qu'à l'effet Joule, par

$$\delta = \frac{w}{2p}, \tag{2}$$

δ est le facteur d'amortissement donnant une mesure de celui-ci. La figure 355 donne les courbes d'amplitudes pour différentes valeurs de δ (*). Il s'ensuit immédiatement, que plus δ est grand, plus rapi-

Fig. 357.



dement l'amplitude atteindra une fraction donnée de l'amplitude primitive. Pour $\delta = 1.10^6$/sec, elle diminue de moitié après $0,7.10^{-6}$ seconde; pour $\delta = 0,1.10^6$/sec, elle n'atteint cette valeur qu'après 7.10^{-6} seconde. La grandeur de la fréquence de l'oscillation n'inter-

(*) Si l'on avait pris pour unité d'abscisse non pas 1.10^{-6} seconde mais environ 1.10^{-2} la courbe supérieure correspondrait au facteur d'amortissement $0,01.10^2 = 1$.

Pour le calcul des courbes exponentielles, *voir* la Table XV à la fin de l'Ouvrage.

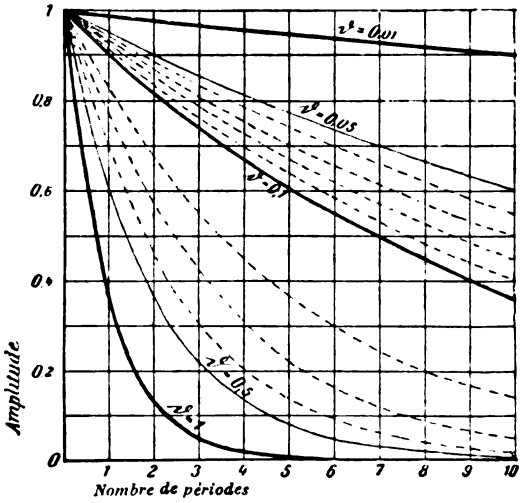
Digitized by Google

vient pas là-dedans. Par exemple les deux courbes de la figure 356 ont le même facteur d'amortissement pour une fréquence très différente.

c. Malgré cela, on est porté à croire que la courbe en gros traits de la figure 356 est plus amortie que l'autre, on oublie involontairement ce qui en réalité constitue le facteur d'amortissement.

Au fait il est bien plus rationnel, pour beaucoup d'applications, de ne pas rapporter l'amortissement au temps après lequel l'amplitude sera réduite à une fraction donnée de sa valeur initiale, mais au

Fig. 358.



nombre d'oscillations après lequel ce résultat sera obtenu. On se sert pour cela d'une mesure ne contenant pas le temps, mais le nombre de périodes. C'est ce qu'on a fait dans la figure 357 pour les courbes de la figure 356, la courbe en gros traits de cette dernière apparaît ainsi comme beaucoup plus amortie.

Les relations exactes sont les suivantes : $\mathfrak{A}_1$ étant l'amplitude de l'oscillation au temps t, $\mathfrak{A}_2$ l'amplitude après une période T de l'oscillation, on tire de l'égalité (1)

$$(3) \qquad \frac{\mathfrak{A}_1}{\mathfrak{A}_2} = \frac{e^{-\delta t}}{e^{-\delta(t+T)}} = e^{\delta T},$$

c'est-à-dire que le rapport entre deux amplitudes consécutives (du même côté) est constant pendant toute la durée de l'oscillation. Le

Digitized by Google

logarithme népérien de ce rapport (rapport d'amplitudes de l'oscillation considérée) est appelé en général *décrément logarithmique* ou simplement *décrément* de l'oscillation. Par définition

$$\mathfrak{d} = \log \text{nép.}\ (\mathfrak{A}_1/\mathfrak{A}_2),$$

et alors d'après (3)

$$(4) \qquad \mathfrak{d} = \delta T = \frac{\delta}{\frac{n}{2}} \qquad (55\ a).$$

La figure 358 montre les courbes d'amplitudes pour différentes valeurs du décrément, et la Table XVI donne les décréments correspondant aux rapports d'amplitudes donnés.

218. Amortissement par les étincelles. — Dans l'emploi des circuits à condensateur, on est presque toujours amené à interrompre le circuit métallique par une étincelle (*voir* **206**). Il est douteux que dans de tels circuits l'amortissement provienne surtout du développement de chaleur Joule. On peut se convaincre de la manière la plus simple qu'il se dégage de la chaleur sur le trajet de l'étincelle (*); on n'a qu'à toucher les boules entre lesquelles l'étincelle a jailli pendant quelque temps, on sent qu'elles sont très chaudes. Comme la chaleur développée par l'étincelle vient en dernière ligne de l'énergie du circuit à condensateur, cette perte d'énergie doit concourir à l'amortissement aussi bien que l'effet Joule.

a. Il est assez difficile d'éclaircir l'influence de l'étincelle sur l'amortissement, par ce fait que la perte d'énergie par l'étincelle n'est pas plus que la perte par hystérésis proportionnelle à i^2 (**104** *c*). S'il en était ainsi, la perte d'énergie par seconde pourrait être mise sous la forme $w_f i^2$, et l'influence de l'étincelle comprise comme un accroissement de la résistance du conducteur. On pourrait appeler w_f *résistance d'étincelle,* ce serait au moins un élément caractéristique pour un circuit à condensateur et une longueur d'étincelle donnés. La seule différence entre deux mêmes circuits à condensateur, avec et sans étincelle, serait le changement du facteur d'amortissement donné par l'égalité (2) de **217**, en :

$$(1) \qquad \delta = \frac{\mathfrak{w} + w_f}{2\mathfrak{p}}.$$

On écrirait alors

$$(2) \qquad \begin{cases} \delta = \delta_j + \delta_f, \\ \mathfrak{d} = \mathfrak{d}_j + \mathfrak{d}_f. \end{cases}$$

(*) Employer une bobine d'induction chargée par du courant alternatif.

Digitized by Google

En séparant le facteur d'amortissement δ en deux parties (ou le décrément $\mathfrak{d}$), on a

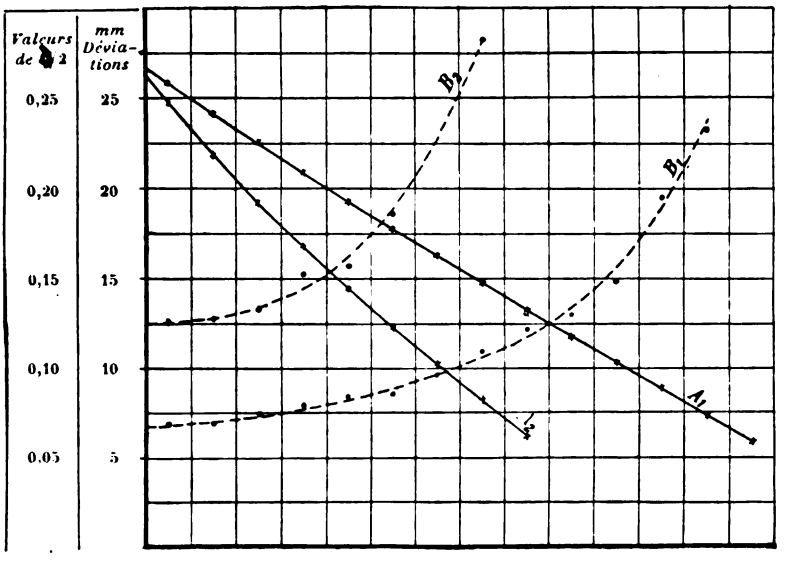
$$\delta_j = \frac{\mathfrak{w}}{2\mathfrak{p}} = \text{facteur de l'amortissement Joule,}$$

$$\delta_f = \frac{w_f}{2\mathfrak{p}} = \text{facteur de l'amortissement par étincelle.}$$

La propriété de la courbe d'oscillation, que le rapport de deux amplitudes consécutives reste constant, serait encore réalisée [égalité (3) de **217**].

Mais si, par la méthode de **221**, on détermine expérimentalement ([118]) le rapport de deux amplitudes consécutives, on trouve qu'il n'est pas

Fig. 359.



constant. Les amplitudes décroissent beaucoup plus vite que ne le supposait l'égalité (1) de **217**, d'où il résulte que la résistance de l'étincelle w_f, si l'on veut encore conserver cette dénomination, et le décrément $\mathfrak{d}_f$ croissent progressivement au cours de la même oscillation en même temps que l'amplitude décroît.

La figure 359 montre les courbes d'amplitudes A_1 et A_2 de deux cir-

Digitized by Google

cuits à condensateur (*); elles sont plus semblables à des droites qu'à des exponentielles. B_1 et B_2 donnent les valeurs du décrément.

L'accroissement du décrément pendant l'oscillation s'est montré comme peu important dans le petit nombre de cas où on l'a calculé jusqu'ici. En outre, les résultats calculés plus loin (*c*, 1° et 2°) montrent comme probable que, pour une petite résistance et éventuellement aussi pour une petite capacité du circuit à condensateur, cette influence de l'étincelle peut devenir très grande. Malgré cela, on a toujours admis dans la suite que la courbe des amplitudes d'un circuit à condensateur avec étincelle était approximativement une exponentielle, à laquelle sont applicables les égalités (1) et (2) ci-dessus et l'égalité (1) de **217**; il y a une présomption, à cause de la simplicité du phénomène, pour qu'il existe une loi rigoureuse, que jusqu'ici l'on ne connaît pas exactement.

b. Indépendamment de cette hypothèse, on peut émettre une proposition certaine sur l'influence de l'étincelle dans l'amortissement. Il suffit de déterminer la chaleur développée pendant toute la durée du phénomène par l'étincelle, et de prendre son rapport à la chaleur Joule. Plus ce rapport sera élevé, plus l'étincelle aura d'influence dans l'amortissement, en ne tenant pas compte du détail de son action. Les méthodes par lesquelles on a déterminé un décrément moyen de l'oscillation donnent une indication sur la part de l'étincelle et sur celle de la chaleur Joule dans l'amortissement, l'action $\mathfrak{d}_j$ de l'effet Joule pouvant être calculée d'une manière suffisamment exacte par les égalités (2) et (4) de **217**.

Ces mesures ont été effectuées pour le rapport $\frac{W_f}{W_j}$ par W. Kaufmann ([119]), par A. Batelli et L. Magri ([109]), et par L. Lindemann ([120]); pour le décrément $\mathfrak{d}$ de l'oscillation, par H. Brooks ([121]) et surtout par G. Rempp ([122]).

c. On peut conclure des mesures de la première espèce ce qui suit :

1° Pour la même longueur d'étincelle et la même capacité, le rapport $\frac{W_f}{W_j}$ dépend surtout de la résistance w du conducteur métallique; il est très petit lorsque w est très grand, mais il croît très vite pour les petites résistances. Kaufmann a trouvé que la chaleur développée par l'étincelle W_f, en ce qu'elle dépend de la résistance w, peut être

(*) On avait dans les deux cas

$$\left.\begin{array}{l} c = 1,71.10^{-3} \text{ microfarad} \\ p = 0,48 \text{ henry} \end{array}\right\} n = 1,1.10^4/\text{sec},$$

w pour A_1 et B_1 était de 60 ohms et pour A_2 et B_2 de 140 ohms.

Digitized by Google

exprimée par la relation

$$W_f = a + \frac{b}{w},$$

a et b étant des constantes ne dépendant que de la longueur d'étincelle et de la capacité. Les mesures de Batelli et Magri s'accordent bien avec cela.

TABLEAU I.

Mesures de Batelli et Magri (123).

Longueur d'étincelle en mm.	Tension en volts.	A. $w = 1,65$ ohm. $W_f : W_j$.	A. w_f en ohm.	B. $w = 0,827$ ohm. $W_f : W_j$.	B. w_f en ohm.	C. $w = 0,154$ ohm. $W_f : W_j$.	C. w_f en ohm.
2	8000	0,4257	0,723	0,682	0,564	1,886	0,290
3	10000	0,4854	0,805	0,716	0,593	2,000	0,308
4	12000	0,5156	0,855	0,756	0,626	2,165	0,333
5	14000	0,5531	0,918	0,780	0,845	2,167	0,334

	c. microfarad	n.
Avec circuit à condensateur A.....	$3,96.10^{-3}$	$0,93.10^6$/sec
» » B.....	$3,96.10^{-3}$	$1,2\ .10^6$/sec
» » C.....	$3,96.10^{-3}$	$2,6\ .10^6$/sec

TABLEAU II.

Mesures de Kaufmann.

Tension en volts.	$w = 1,4$ ohm. $W_f : W_j$.	$w = 0,35$ ohm. $W_f : W_j$.
6870	0,033	0,064
9080	0,044	0,093
11300	0,052	0,094
13600	0,056	0,122
15700	0,060	0,134

Avec $c = 54.10^{-3}$ microfarad.

2° Pour la même étincelle de 5^{mm}, même résistance et même coefficient de self-induction du conducteur, les mesures de Kaufmann montrent, que pour une capacité c comprise entre 12.10^{-3} et 48.10^{-3} microfarad la chaleur de l'étincelle W_f est à peu près proportionnelle à $\sqrt{c}$ (voir **252** f) et $\frac{W_f}{W_j}$ à $\frac{1}{\sqrt{c}}$. On tire les mêmes conclusions des

Digitized by Google

mesures de Batelli et Magri pour des capacités comprises entre 4.10^{-3} et 15.10^{-3} microfarad et une étincelle de 2^{mm}.

3° Avec la même capacité et la même résistance, Kaufman, Batelli et Magri trouvent un petit accroissement du rapport $\frac{W_f}{W_j}$, donc un accroissement de l'amortissement avec l'accroissement de la longueur de l'étincelle (*). Par contre R. Lindemann a constaté une diminution de la résistance d'étincelle pour une augmentation de la longueur d'étincelle.

219. Décrément des circuits à condensateur avec étincelle. — Les mesures citées plus haut, dans lesquelles les grandeurs considérées ne varient que dans des limites très restreintes, ne suffisent certainement pas pour établir des lois sur la décharge d'un circuit à condensateur quelconque avec étincelle. Une seule conclusion peut en être tirée; c'est que la valeur de l'amortissement, calculée par l'égalité (2) de **217**, ne peut même pas être considérée comme approximativement exacte.

C'est pourquoi G. Rempp a étudié systématiquement le décrément dans les circuits à condensateur avec étincelle, au moyen de la méthode donnée dans **336** (**). Les résultats en sont réunis en majeure partie dans la Table XVII (***). Ils se rapportent à des circuits à condensateur formés de flint anglais, avec très petite résistance du conducteur (****) et des boules d'éclateur en zinc.

En général, de ses mesures, partie d'accord, partie en contradiction avec celles de ses prédécesseurs, il résulte ce qui suit.

(*) De même, pour la même longueur d'étincelle le développement de chaleur dépend de la matière des boules. Kaufmann a trouvé pour les chaleurs développées avec des boules en laiton et en zinc le rapport $\frac{0,54}{1}$.

(**) Les mesures de Rempp donnent la valeur moyenne du décrément (218 *a*). La grandeur du décrément n'est pas seulement mesurée par la perte d'énergie dans l'étincelle et le conducteur, mais aussi par l'hystérésis diélectrique dans le condensateur. On est cependant autorisé à conclure que l'emploi du flint anglais rend très faibles les pertes par hystérésis diélectrique (337).

(***) Il a été établi, postérieurement à 1905, que par suite des effluves dans les bouteilles, les nombres de Rempp sont trop grands pour les longueurs d'étincelles supérieures à 5^{mm} ou 6^{mm}, et qu'ils sont beaucoup trop grands pour les étincelles d'une longueur très supérieure. Les conséquences qui ont été déduites dans ce qui suit des nombres de Rempp, pour les longueurs d'étincelles supérieures à 5^{mm} ou 6^{mm}, ne sont donc pas exactes.

(****) Il est constitué par des fils de cuivre épais de plusieurs millimètres, sauf naturellement pour les mesures données dans *a*.

Digitized by Google

a. Influence de la résistance du conducteur. — Si l'on ne fait varier que cette résistance, le décrément ne croît pas proportionnellement à la résistance, mais plutôt plus vite. On doit remarquer aussi que la résistance d'étincelle croît avec la résistance du conducteur.

Une des séries de mesures donne les résultats suivants. On a : $c = 6.86.10^{-3}$ microfarad, $p = 3.37.10^{-6}$ henry, longueur d'étincelle $= 0^{cm},5$, rayon des boules $0^{cm},75$;

w_1.	δ.	w.	$w - w_1$.
0	0,0778	0,54	0,54
0,28	0,135	0,94	0,66
0,49	0,172	1,20	0,71
0,97	0,252	1,75	0,78
1,63	0,360	2,51	0,88
1,98	0,412	2,86	0,88

où w_1 est la résistance introduite dans le conducteur, δ le décrément observé, w la résistance totale du circuit, $w - w_1$ indique donc la part de résistance de l'étincelle.

b. Influence de la capacité. — Toutes choses égales d'ailleurs, surtout pour de mêmes longueurs d'étincelle, le décrément diminue lorsque la capacité augmente jusqu'à la capacité de 1.10^{-3} microfarad, et pour de plus grandes capacités reste sensiblement constant. Pour les petites capacités la résistance d'étincelle diminue très rapidement lorsque la capacité augmente, elle ne diminue que très lentement au delà de 1.10^{-3} microfarad environ.

Ceci s'accorde avec les conclusions de **218** *c* et les résultats de H. Brooks. Il constate de même un accroissement de l'influence de l'étincelle sur l'amortissement à mesure que la capacité diminue, pour les petites capacités toutefois; cette influence augmente très vite pour les capacités au-dessous de 2.10^{-3} microfarad, pendant qu'au-dessus de cette capacité elle reste pratiquement constante.

c. Influence du coefficient de self-induction. — Dans les limites des recherches de Rempp (*voir* Table XVII), le décrément ne change que très peu quand on change le coefficient de self-induction du conducteur. Le décrément n'en dépend donc que très peu.

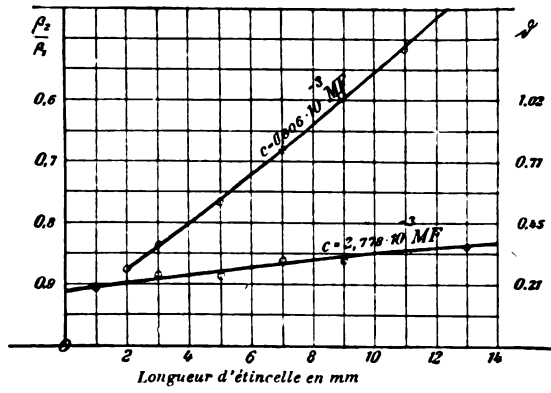
d. Influence de la longueur de l'étincelle. — Pour les petites longueurs, le décrément varie en raison inverse de cette quantité; il passe par un minimum pour une longueur comprise entre 3^{mm} et 6^{mm} suivant la capacité employée; puis il augmente pour de plus grandes

Digitized by Google

longueurs d'étincelle. Cet accroissement est relativement rapide pour les petites capacités et lent pour les grandes.

Il ressort des mesures de H. Brooks, dont les résultats sont résumés dans la figure 360, que le décrément croît toujours avec la longueur

Fig. 360.



de l'étincelle, mais beaucoup plus vite pour les petites capacités que pour les grandes.

e. Le décrément ne dépend presque pas de la grosseur des boules de l'éclateur jusqu'à environ 1^{cm} d'étincelle. A partir de ce point, il augmente plus vite pour des grosses boules que pour des petites.

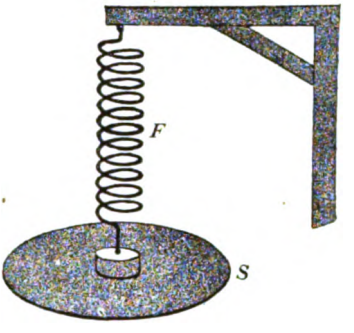
f. La valeur absolue du décrément dans les circuits à condensateur avec étincelle composés de gros fils de cuivre, et dont la capacité est comprise entre $0,2.10^{-3}$ et 10.10^{-3} microfarad, varie suivant la longueur favorable de l'étincelle entre 0,15 et 0,06.

220. Amortissement par rayonnement. — *a*. L'analogie avec les oscillations mécaniques montre qu'il peut y avoir d'autres pertes d'énergie. Si on laisse un poids suspendu à un ressort osciller de part et d'autre (*fig.* 361), l'amplitude des oscillations décroît très lentement; donc l'amortissement est très faible. Si l'on fixe sous le poids une plaque de plomb, rendue perpendiculaire à l'axe de suspension à l'aide d'un niveau, l'amortissement augmente très sensiblement. On ne peut rendre responsable de cet amortissement le frottement de l'air, car, si l'on couvre la feuille de plomb polie avec du papier rugueux, l'amortissement n'augmente pas d'une manière sensible, bien que le frottement de l'air soit considérablement accru. Ceci est une preuve

Digitized by Google

que le frottement n'était pas la cause déterminante de cet amortissement considérable. On en découvre la cause véritable en mettant à quelque distance une flamme sensible, obtenue en allumant le gaz d'éclairage sortant par un ajutage très fin en verre. Dès que le système commence à osciller, on voit que la flamme, bien qu'éloignée notablement, monte et s'abaisse en synchronisme avec les oscillations.

Fig. 361.



L'air est comprimé par la feuille de plomb oscillante, qui en même temps en entraîne une partie.

Il se forme donc des ondes d'air, comme dans la vibration d'un diapason; seulement, par suite de la moindre fréquence, on ne les entend pas. L'énergie de ces ondes, qui se disperse dans toutes les directions, est empruntée au système. L'amortissement sera donc augmenté par suite de ces ondes.

b. Une perte d'énergie tout à fait semblable est produite en effet à chaque oscillation électromagnétique. Une partie du champ électromagnétique, relatif à un système oscillant, se répand au dehors sous la forme d'ondes électromagnétiques. L'énergie que possèdent ces ondes provient du système.

On appelle ce phénomène *rayonnement électromagnétique;* il en sera parlé plus au long au Chapitre XVIII; on insistera seulement sur deux points.

1° On doit remarquer que la perte d'énergie par rayonnement dans l'unité de temps est proportionnelle à i^2. Ce rayonnement notable d'énergie est une raison, qui explique la forme exponentielle de la courbe des amplitudes de l'oscillation propre d'un circuit à condensateur. Ainsi vient s'ajouter, au facteur δ_j de l'amortissement par effet Joule, un facteur δ_Σ provenant du rayonnement; de sorte que pour l'amortissement total la relation (1) de **217** reste valable en

Digitized by Google

posant

$$\delta = \delta_j + \delta_\Sigma,$$

et lorsqu'il y a étincelle (*voir* **218** *a*).

$$\delta = \delta_j + \delta_f + \delta_\Sigma.$$

De même pour le décrément

$$\mathfrak{d} = \mathfrak{d}_j + \mathfrak{d}_f + \mathfrak{d}_\Sigma.$$

La partie additionnelle $\mathfrak{d}_\Sigma$, que le rayonnement ajoute au décrément, s'appelle *décrément de rayonnement* ou *décrément de Hertz*.

2° Dans les circuits à condensateur, la perte d'énergie par rayonnement est très petite par rapport à la perte d'énergie par effet Joule ou par étincelle :

$$\mathfrak{d}_\Sigma \quad \text{très petit par rapport à } \mathfrak{d}_j + \mathfrak{d}_f.$$

La vérification expérimentale en a été faite par les mesures de Batelli et Magri. Ils avaient mesuré la chaleur Joule dans tout le circuit à condensateur, ainsi que la chaleur émise par l'étincelle; d'un autre côté ils avaient déterminé l'énergie emmagasinée primitivement dans le chargement du condensateur, soit $\frac{1}{2} c \mathcal{V}_0^2$. D'après l'ensemble des observations, il se trouve que l'influence de l'effet Joule et de la chaleur d'étincelle ne diminue pas en moyenne de plus de 3,9 pour 100 l'énergie électrique reçue par le condensateur.

Dans les mesures se rapportant aux plus hautes fréquences ($2,6.10^6$/sec), la différence était en moyenne de 7 pour 100. La perte par rayonnement ne peut donc pas dépasser de 4 à 7 pour 100; mais elle n'atteint pas forcément cette valeur. Les mesures de ce genre, surtout la détermination de la tension (**253**) à laquelle se produit la décharge, sont si difficiles à effectuer, que les divergences sont peut-être attribuables à l'inexactitude des mesures.

221. Détermination expérimentale de l'amortissement. — Aux causes principales de l'amortissement viennent s'ajouter, avec les condensateurs à isolateur solide entre les armatures (verre, micanite), l'effet de l'hystérésis diélectrique, et dans les circuits qui contiennent des bobines à noyau de fer l'hystérésis du fer. Mais la perte d'énergie par ces deux causes est aussi mal connue que celle par la chaleur d'étincelle.

Le calcul de l'amortissement, qui suppose une connaissance exacte des diverses pertes d'énergie, est donc impossible dans la plupart des cas; il est donc très important de le déterminer par l'expérience.

Digitized by Google

a. Dans ce but, on peut utiliser toute méthode permettant d'enregistrer une courbe d'oscillation. Les tubes de Braun sont surtout indiqués, mais pour les oscillations relativement lentes, dispositif de **204** *c*.

La figure 362 se rapporte à un circuit à condensateur sans étincelle, de même capacité et de même coefficient de self-induction que celui de la figure 342, mais de plus grande résistance; en outre des bobines que traverse le courant dans la figure 342, on ajoute dans le circuit 12 lampes de 32 bougies en parallèle, d'une résistance totale de 34 ohms. La comparaison des deux figures montre immédiatement que l'accroissement de la résistance augmente l'amortissement, comme l'indique l'égalité (2) de **217**.

Si au lieu de 12 lampes on n'en met que quatre, triplant ainsi la résistance, on a, toutes choses égales par ailleurs, la figure 363. Elle

Fig. 362.

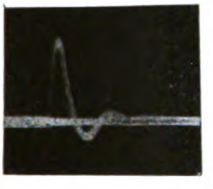


Fig. 363.

montre que, par suite de l'augmentation de la résistance, la décharge du circuit à condensateur n'est plus oscillante, mais apériodique.

La diminution de l'amortissement, par augmentation du coefficient de self-induction (*) dans les circuits sans étincelle [**217** égalité (2)], ressort des figures 364 et 365. La figure 364 se rapporte à un circuit à condensateur de 7,3 microfarads et 0,09 henry. La figure 365 se rapporte à un circuit à condensateur de mêmes résistance et capacité, mais de plus grand coefficient de self-induction, soit 0,3 henry.

La mesure sur les figures donne, pour la figure 364, un rapport d'amplitudes de 12,6, et pour la figure 365 un rapport de 8,4, correspondant à des valeurs du décrément de 2,5 et de 2,1 L'amortissement n'est donc pas beaucoup diminué par l'accroissement de la self-induction. Les deux figures donnent une confirmation pratique de

(*) Il ressort des égalités (2) et (4) de 217 et (4) de 209 que le décrément devient plus petit dans le rapport $\frac{1}{\sqrt{p}}$ quand le coefficient de self-induction croît dans le rapport $\frac{p}{1}$.

Digitized by Google

l'égalité (2) de 217, mais elles ne peuvent servir de démonstration quantitative, parce que dans les circuits à condensateur correspondant on a employé des bobines à noyau de fer.

b. Une preuve quantitative de la relation (2) de 217 a été faite, pour les circuits à condensateur sans étincelle, au moyen du pendule interrupteur, principalement par H. Tallqvist ([124]). Il a pu très bien établir cette relation, même pour des oscillations dont l'amortisse-

Fig. 364.

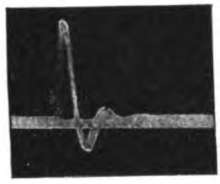
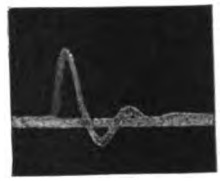


Fig. 365.



ment était si considérable que la décharge n'était pas loin d'être apériodique.

c. Même pour des fréquences d'environ un million, on peut utiliser une méthode ([125]) basée sur l'emploi des tubes de Braun et qui est très claire.

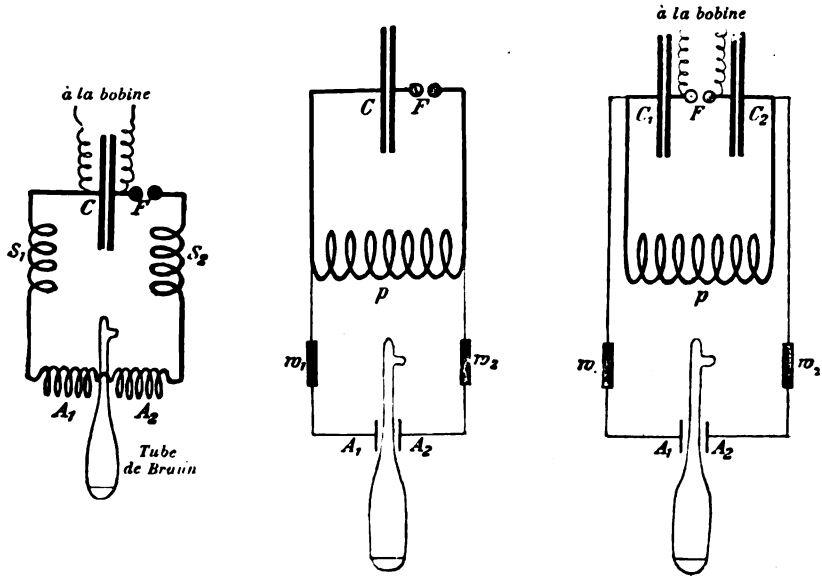
La figure 331 était l'image sur l'écran du tube de Braun, quand le faisceau des rayons cathodiques était dévié par l'oscillation; la courbe ainsi obtenue est reproduite à la figure 341. La figure 331 se compose d'un trait lumineux, à l'intérieur duquel on peut voir des points beaucoup plus brillants A_1, A_2, A_3, A_4. Si l'on compare les figures 331 et 341, on voit immédiatement que ces places plus lumineuses correspondent aux amplitudes de la figure 341. Mais de ce qu'on obtient ces taches il résulte que le faisceau lumineux des rayons cathodiques a une vitesse relativement faible au voisinage de l'endroit où sa direction est renversée. Les rayons atteignent cette place de l'écran relativement lentement, et par suite l'impression lumineuse y est plus forte que dans d'autres endroits.

Les figures du genre de la figure 331 sont aussi bien appropriées que les courbes d'oscillation à apprécier l'amortissement, quand les hautes fréquences empêchent de recueillir ces courbes. Le dispositif est très simple. On peut employer celui de la figure 366 ou un dispositif en série (197), dans lequel l'oscillation dont l'amortissement doit être mesuré agit en déviant le faisceau du tube de Braun. Au lieu de cela, on peut, pour les hautes fréquences, employer la déviation électrique des rayons cathodiques, comme dans 6 *c*. Dans ce but, on

Digitized by Google

remplace les bobines A_1 et A_2 de la figure 366 par deux petites plaques parallèles A_1 et A_2 (*fig.* 367 et 368), fixées à des résistances électrolytiques élevées w, mises en dérivation sur le circuit à condensateur. Il se produit entre ces plaques un champ électrique, dont l'intensité

Fig. 366 (*). Fig. 367. Fig. 368.



est proportionnelle à la tension entre les armatures des condensateurs C ou C_1 et C_2.

Les figures 369 et 370 sont ainsi obtenues avec le dispositif de la figure 366. Pour ces deux expériences, la capacité du circuit à condensateur et le coefficient de self-induction étaient les mêmes, $c = 1,71 . 10^{-3}$ microfarad, $p = 0,48$ henry. La résistance seule différait, 60 ohms dans le cas de la figure 369, 140 ohms dans le cas de la figure 370. Les taches claires de la première figure sont beaucoup moins écartées que celles de la seconde, donc dans cette dernière la décroissance de l'amplitude et, par suite, l'amortissement sont bien plus élevés. Donc on peut encore une fois vérifier qu'une plus grande résistance entraîne un amortissement plus fort.

(*) Si le courant de charge provoque déjà une déviation, il est nécessaire de relier directement les fils venant de la bobine d'induction aux deux armatures du condensateur, au lieu de les relier à l'éclateur (329 *d*).

Digitized by Google

d. Une méthode complètement différente de la précédente a été donnée par C. Rutherford ([126]).

Si une aiguille d'acier est introduite dans le champ d'un aimant puissant, elle conserve, après avoir été retirée du champ, un certain magnétisme; c'est-à-dire qu'elle produit elle-même un champ magnétique dont l'intensité, mesurée à une distance déterminee, donne une idée du magnétisme de l'aiguille. On reconnaît ainsi qu'il ne peut dépasser une certaine limite. Si cette limite est atteinte, l'aiguille est aimantée au maximum, et un champ magnétique approché d'elle,

Fig. 369.

Fig. 370.

dans le but de l'aimanter, reste sans action. Donc un courant continu dans une bobine où se trouve une telle aiguille, dont la direction est positive par rapport à la bobine, c'est-à-dire dont le pôle nord indique la direction positive du champ magnétique dans la bobine, est sans action sur cette aiguille. Si elle occupait la position inverse dans la bobine, le courant la désaimanterait et l'affaiblissement de son magnétisme serait, d'après les recherches de Rutherford effectuées dans des limites étendues, proportionnel à l'intensité du champ magnétique de la bobine qui agit sur l'aiguille.

Une telle aiguille, ainsi aimantée au maximum, sera introduite dans une bobine traversée par la décharge d'un circuit à condensateur, c'est-à-dire par un courant de la forme de la figure 354. Elle sera placée de sorte que le champ magnétique travaille d'abord à la désaimanter.

Donc la première demi-période du courant la désaimantera, la

Digitized by Google

seconde l'aimantera, et ainsi de suite; le résultat final sera une désaimantation toujours en avance d'une demi-période sur l'aimantation.

Si maintenant on met l'aiguille aimantée au maximum dans la direction opposée par rapport à la bobine, le courant ne produit aucun effet pendant la première demi-période, désaimante pendant la seconde, et ainsi de suite. Le résultat est encore une désaimantation; mais dans ce cas elle sera moindre que précédemment.

L'oscillation totale agit dans le premier cas; dans le second cas, c'est à partir du point A de la figure 354 qu'elle commence à agir, oscillation de même fréquence et de même décrément, mais de plus petite amplitude, AB au lieu de OC.

Donc, à un moment de la seconde expérience, la désaimantation sera plus faible qu'au moment correspondant de la première, dans le rapport $\frac{AB}{OC}$, c'est-à-dire, d'après **217** *c*, dans le rapport $\frac{1}{e^{-\frac{\delta T}{2}}} = \frac{1}{e^{-\frac{\delta}{2}}}$ (*voir* **218** *a*).

Si l'on détermine la désaimantation dans le premier cas, puis dans le second, on a ce rapport (*) et par suite le décrément.

Ceci est rigoureusement exact, à condition que l'aimantation et la désaimantation soient rigoureusement proportionnelles au courant. Mais on peut, par une légère modification de l'expérience, se libérer de cette condition. Si dans le second cas on introduit l'aiguille non plus dans la même bobine, mais dans une autre dont le nombre de spires soit à celui de la première N_1 dans le rapport $\frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{e^{-\frac{\delta}{2}}}$, la désaimantation doit être exactement la même que pour le moment correspondant du premier cas, et l'on doit trouver dans les deux cas le même résultat final. Donc on modifiera le nombre de spires jusqu'à obtenir cette coïncidence (**). On a alors

$$\frac{1}{e^{-\frac{\delta}{2}}} = \frac{N_2}{N_1}$$

$$\frac{\delta}{2} = \log \text{nép.} \frac{N_2}{N_1} \quad (***).$$

(*) Ce rapport est désigné dans la figure 360 par $\beta_2 : \beta_1$.

(**) Il faut s'arranger naturellement pour que l'oscillation ne soit pas modifiée de ce fait.

(***) En principe les expériences de H. Brooks (219) sont basées sur cette méthode.

Digitized by Google

On recommande, dans la pratique, de ne pas prendre une aiguille unique, mais un faisceau d'aiguilles aussi minces que possible et bien isolées entre elles. La désaimantation sera très bien déterminée par un petit magnétomètre (galvanomètre à miroir), qui peut aussi servir dans un but de démonstration.

222. Influence de l'amortissement sur la fréquence. — *a.* On a expressément stipulé à **209** que la formule de Thomson supposait une très faible résistance du conducteur. Pour un circuit à condensateur d'assez forte résistance, la théorie montre qu'il faut remplacer la formule de **209** par la suivante :

$$(1) \qquad n = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{1}{pc} - \left(\frac{w}{2p}\right)^2}.$$

On y suppose que la seule perte d'énergie est celle par chaleur Joule; comme $\frac{w}{2p}$ est le facteur d'amortissement δ, on a aussi

$$(1\,a) \qquad n = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{1}{pc} - \delta^2}.$$

Cette relation est valable pour tout circuit à condensateur dont la courbe des amplitudes est une exponentielle, quand δ représente le facteur total d'amortissement correspondant à toute perte d'énergie (*).

Cette égalité montre que l'amortissement a aussi une influence sur la fréquence et la diminue.

b. La formule de **209**

$$(2) \qquad n = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{1}{pc}}$$

n'est, d'après ce qui a été dit, qu'une formule approchée, d'autant plus exacte que δ^2 est plus petit par rapport à $\frac{1}{pc}$ ou, ce qui revient au même, que δ^2 est plus petit par rapport à $(2\pi)^2$ [*voir* égalité (3)].

La relation entre la valeur approchée tirée de (2), que l'on peut appeler n_0, et la valeur exacte de n tirée de (1) peut, d'après **217**, égalité (4), être mise sous la forme

$$(3) \qquad n = \frac{n_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{\delta}{\pi n}\right)^2}} = \frac{n_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{\delta}{2\pi}\right)^2}}.$$

(*) Seulement la perte d'énergie par unité de temps doit être proportionnelle à i^2, sans quoi la courbe des amplitudes n'est pas une exponentielle de la forme de 217, égalité (1).

Digitized by Google

La Table XIII donne la différence $n - n_0$ pour différentes valeurs du décrément. L'influence de l'amortissement sur la fréquence est très faible, tant que l'oscillation n'est pas très amortie, par conséquent aussi longtemps que $\mathfrak{d}^2$ est petit par rapport à $(2\pi)^2$ ou δ^2 par rapport à $(\pi n)^2$. On peut sans crainte employer la formule de Thomson, égalité (2), pour le calcul de la fréquence jusqu'au décrément 1 quand on ne recherche pas une exactitude absolue.

c. La formule (1 *a*) montre aussi quand on est dans le cas de la décharge apériodique (**221** *a*). Dès que le facteur d'amortissement $\delta \geqq \frac{1}{pc}$, n s'annule ou devient imaginaire. Il ne peut donc plus y avoir d'oscillation. En réalité $\delta = \frac{1}{pc}$ est la limite entre la décharge oscillante et la décharge apériodique des circuits à condensateur.

IV. — Flux d'énergie.

223. Nécessité de la considération d'un flux d'énergie. — D'après **216**, les oscillations électromagnétiques d'un circuit à condensateur consistent dans ce fait, que l'énergie du champ électrique entre les armatures du condensateur se transforme en énergie magnétique du courant et réciproquement. Au moment où la charge du condensateur est maxima, l'énergie totale est celle du champ électrique; car en ce moment, d'après **185** *b*, $i = 0$, donc aussi $W_m = 0$. Un quart de période plus tard, la charge du condensateur est nulle, l'énergie totale du circuit du condensateur est celle du champ magnétique.

On a maintenant pensé à localiser l'énergie électrique dans les mêmes endroits où se trouve le champ électrique, sous la forme indiquée à **39**. Donc, au premier moment, la partie de beaucoup la plus grande de l'énergie doit trouver place entre les plaques du condensateur. Au second moment, elle occupe au contraire la place où est localisé le champ magnétique, c'est-à-dire, présentement, dans le voisinage du conducteur. Comme conséquence indispensable, pendant le premier quart de période il y a un transport d'énergie de l'interplaque du condensateur à l'espace extérieur.

Après un autre quart de période, l'énergie totale a fait retour aux armatures du condensateur sous forme d'énergie électrique, donc transport d'énergie en sens inverse pendant le second quart de période.

Partant de ce point de vue, on considère l'oscillation électromagné-

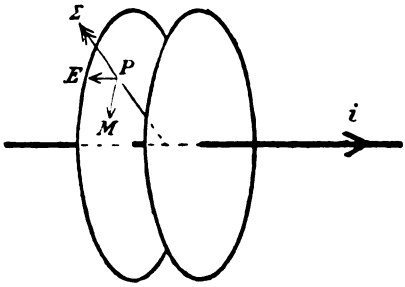
Digitized by Google

tique d'un circuit à condensateur, en faisant d'abord abstraction de la perte de chaleur dans le fil, comme un échange continu d'énergie entre les parties internes du condensateur et l'espace environnant. D'une certaine manière, l'énergie est chassée des armatures du condensateur, qui ensuite s'en imprègnent à nouveau.

224. Direction et grandeur du flux d'énergie. — A la place de flux d'énergie, on emploie aussi souvent le mot de rayonnement. Les propositions suivantes sont connues sous le nom de *propositions de Poynting*.

a. On ne peut avoir de doutes sur la direction du flux d'énergie, dans les conditions simples suivantes : le condensateur se compose de deux plaques circulaires de même axe, le conducteur dans le

Fig. 371.



voisinage étant rectiligne et arrivant normalement au centre des plaques (*fig.* 371). Comme dans ce cas tout est symétrique par rapport à l'axe du condensateur, il doit en être de même du flux d'énergie; c'est-à-dire, d'après **223**, que les lignes qui donnent la direction du flux d'énergie, et que l'on désignera ici et dans la suite par **Σ**, doivent traverser l'axe de symétrie et l'atteindre normalement; par exemple au point P (*fig.* 371), elles ont la direction de la double flèche. Maintenant la direction du champ électrique E au point P est parallèle à l'axe du fil (**14** *b*), et celle du champ magnétique M (**36** *c*) lui est perpendiculaire. Le flux d'énergie dans ce cas est aussi bien perpendiculaire à la direction de E qu'à celle de M.

Ce qui dans ce cas particulier est plausible, devient, comme l'a montré Poynting ([127]), tout à fait général. La direction du flux d'énergie est toujours perpendiculaire, aussi bien sur le champ magnétique que sur le champ électrique; donc

$$\Sigma \begin{cases} \perp E \\ \perp M. \end{cases}$$

Digitized by Google

b. Le sens du flux d'énergie se détermine de la manière suivante. On considère l'angle le plus petit qui amène l'intensité E du champ électrique sur celle du champ magnétique M (flèche empennée de la

Fig. 372.

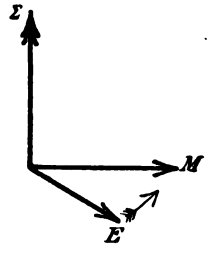


figure 372), la direction positive de Σ sera celle d'un tire-bouchon progressant par une rotation de ce sens (voir *fig.* 20).

Quand E ou M changent de sens, Σ en change donc aussi; s'ils en changent tous les deux, la direction de Σ est invariable.

c. La grandeur de Σ sera définie comme la quantité d'énergie passant en une seconde à travers une surface d'un centimètre carré, cette surface étant normale à la direction du flux. On a alors :

1° Quand E et M sont rectangulaires,

$$\Sigma = \nu EM,$$

c'est-à-dire que Σ est proportionnel au produit de E par M.

2° Dans le cas général où E et M font un angle quelconque,

$$\Sigma = \nu EM \sin(E, M).$$

Le facteur de proportionnalité ν est le même que dans les relations fondamentales de **31**, **35** et **37**.

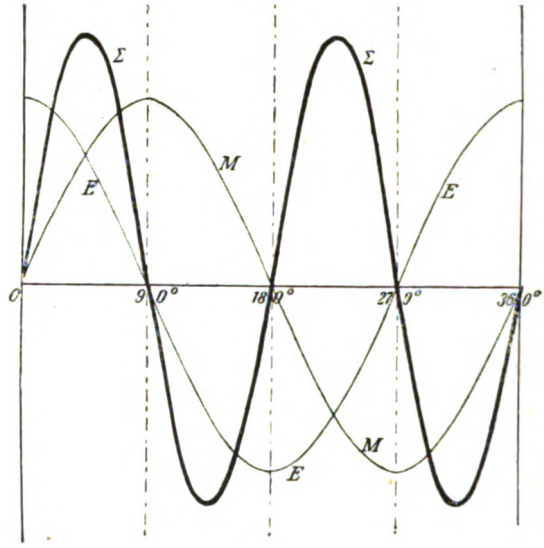
225. Flux d'énergie dans le condensateur. — Si le courant i, les intensités E du champ électrique et M du champ magnétique sont comptés positivement dans la direction des flèches de la figure 371, le flux d'énergie sera compté positivement dans le sens de la double flèche. D'après **83** *b*, M a même phase que i; E sera de même phase que la tension entre les plaques du condensateur d'après **17** *a*. Si l'on suppose que les oscillations du circuit à condensateur sont peu ou point amorties, les relations de **185** *b* restent exactes ou très approchées (**248**), c'est-à-dire que M et E diffèrent de 90° dans la phase. La valeur moyenne du produit $\Sigma = \nu EM$ pendant une période entière est donc nulle, puisqu'elle est le produit de deux grandeurs oscilla-

Digitized by Google

toires qui diffèrent de 90° dans la phase. Il arrive, pendant une période complète, autant d'énergie entre les plaques du condensateur qu'il en sort.

Le flux est positif, c'est-à-dire qu'il sort de l'énergie du condensateur, aussi longtemps que E et M ont le même sens, c'est-à-dire (*fig.* 373, voir *fig.* 302) pendant la décharge du condensateur. Le flux

Fig. 373.



est négatif, c'est-à-dire que le condensateur reçoit de l'énergie, quand E et M ont des sens différents, c'est-à-dire (*fig.* 373) pendant la charge du condensateur.

L'application des propositions de Poynting donne donc le même résultat que les relations générales de **223**.

226. Flux d'énergie dans le conducteur. — On va supposer, dans ce qui suit, que le courant dans le conducteur du circuit à condensateur se comporte comme un courant stationnaire, c'est-à-dire que le courant dans toute la section normale du fil est uniforme et de même phase. En fait, cette hypothèse n'est réalisée que pour des oscillations très lentes, ou des fils très fins (**230** et **231**). Ce n'est qu'à de telles conditions que s'applique ce qui suit.

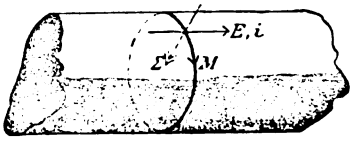
a. Si l'on considère la surface du fil traversé par le courant, dans cette surface l'intensité du champ électrique E (**22**) est dirigée dans

Digitized by Google

le sens de i. Le sens de M (29) se détermine par la règle du tire-bouchon (*fig.* 374). E et M ont même phase que i, d'où il résulte pour le flux Σ à travers la surface du fil :

Puisque $\Sigma = v\mathrm{EM}$ est le produit de deux grandeurs de même phase, il a toujours le même signe (69 *b*), signe marqué par la double flèche de la figure 374. Il se trouve ainsi établi qu'il se produit un afflux

Fig. 374.



d'énergie dans le fil. L'apport d'énergie par unité de temps est, d'après **70** *b* et **71**,

$$= v\mathrm{E}_{\mathrm{eff}}\mathrm{M}_{\mathrm{eff}}.$$

b. Comme l'énergie qui arrive dans le fil ne réapparaît plus, elle doit être employée dans le fil. Il est naturellement à supposer qu'elle se transforme en chaleur. La preuve en est facile à faire.

Σ est le flux d'énergie à travers un centimètre carré de la surface du fil par seconde. Le flux total pour une portion de fil de longueur l et de diamètre $2r$ est donc

$$= l2\pi r v\mathrm{E}_{\mathrm{eff}}\mathrm{M}_{\mathrm{eff}} \qquad (a).$$

Mais on a

$$\mathrm{E} = \frac{\mathfrak{S}}{\sigma} \qquad (22\ c),$$

$$= \frac{i}{q\sigma} \qquad (25\ b)\ (q \text{ surface de la section du fil}),$$

$$\mathrm{M} = \frac{i}{v}\frac{1}{2\pi r} \qquad (32\ a).$$

Ceci étant admis, il résulte que le flux total par seconde est

$$= \frac{l}{q\sigma} i_{\mathrm{eff}}^2,$$

$$= w i_{\mathrm{eff}}^2 \qquad (25),$$

lorsque w est la résistance de la portion du fil considérée.

C'est précisément la chaleur Joule produite dans le fil (95).

Digitized by Google

CHAPITRE X.

LES CIRCUITS A COURANT ALTERNATIF QUASI STATIONNAIRE DE HAUTE FRÉQUENCE.

227. Conditions pour qu'un courant soit quasi stationnaire. — Dans **82** on a montré que dans aucun circuit à courant alternatif le courant ne peut avoir exactement la même force dans toutes les parties du circuit. La fréquence joue un très grand rôle pour savoir si un courant peut ou non être considéré comme quasi stationnaire. Il faut donc s'attendre à des résultats très différents, suivant qu'on atteint les fréquences 10^6 et 10^7 ou la fréquence des alternateurs 100/sec, cas pour lequel étaient formulées les conditions de **82**.

a. Il était en particulier question d'une canalisation de courant alternatif en deux fils parallèles distants de $0^m,10$ et de rayon de 1^{mm}: on la donnait comme exemple de ce que, durant des centaines de mètres, le courant pouvait être considéré comme quasi stationnaire. Pour la fréquence 10^7/sec, on aurait les résultats suivants avec une portion ABCD du circuit (*fig.* 140) de 1^m seulement de longueur. Soient i_1 le courant avant A ou après C, i_2 le courant après B ou avant D, $\mathcal{V}_{eff}$ la tension entre AB et CD de 3000 volts correspondant à 1^{mm} de distance d'éclatement (Table XIX). On a, puisque la capacité c de 1^m de canalisation est, d'après **82** c, égale à 6.10^{-6} microfarad,

$$(i_1 - i_2)_{eff} = \pi n c \mathcal{V}_{eff} = 0,57 \text{ ampère.}$$

La différence du courant, à la distance de 1^m, sera de l'ordre d'un demi-ampère.

Pour une fréquence de 100/sec, on aurait à la distance de 1^m

$$(i_1 - i_2)_{eff} = 0,57.10^{-5} \text{ ampère.}$$

On voit ainsi que la fréquence change beaucoup les relations.

b. Par contre, il faut remarquer que, pour les oscillations rapides, il s'agit de tout autres forces de courant que pour les oscillations lentes. Pour ces dernières, on avait donné comme limite inférieure

Digitized by Google

des intensités à considérer $\frac{1}{100}$ d'ampère, tandis que quand il s'agit d'oscillations rapides, à peu près dans les mêmes conditions de mesure, il faut élever cette limite à 0,5 ou 1 ampère.

c. En réalité, il est très hasardeux de répondre si un courant est quasi stationnaire, en considérant les différences d'amplitude du courant en divers points du circuit. Les amplitudes du courant varient trop, d'un cas à l'autre, pour qu'on puisse formuler des règles valables pour le cas général. Si malgré cela, plus haut et dans **82**, on a donné un criterium, c'était sous la réserve tacite que les conditions n'étaient pas extrêmes, mais telles qu'on les rencontre en général dans les cas pratiques.

d. Un criterium valable dans la plupart des cas, et indépendamment de cette restriction, est donné par la considération de la longueur d'onde λ et de la vitesse de propagation ω de l'onde électromagnétique.

Dans tous les cas, on appelle *longueur d'onde* l'espace dont une telle onde progresse pendant une période entière $\left[\frac{2}{n}\text{ seconde (55)}\right]$, avec sa vitesse de propagation (*voir* **360**). On a donc la relation

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{\omega}{n}. \tag{1}$$

On montrera plus loin que ω, dans la plupart des cas, est la vitesse trouvée précédemment (**214**)

$$\omega_0 = 3.10^{10} \text{ cm/sec},$$

donc

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{3.10^{10}}{n} \text{ cm}. \tag{2}$$

Grâce à ces relations, on formule la règle suivante : le courant sur une longueur quelconque d'un conducteur peut être considéré comme quasi stationnaire, si la longueur considérée est très petite par rapport à la demi-longueur d'onde que donne la fréquence considérée d'après l'égalité (2). On donnera au Chapitre XVII l'utilisation pratique de cette règle.

Dans le cas cité en *a*, l'égalité (2) donne

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{3.10^{10}}{10^7} \text{ cm} = 30^{\text{m}}.$$

Donc le courant pour la fréquence 10^7 est considéré comme quasi

Digitized by Google

stationnaire, lorsque la longueur du circuit est petite par rapport à 30^m. Donc dans l'exemple de **211**, où le circuit avait $20^m,2$, la considération d'un courant quasi stationnaire était tout à fait injustifiée.

I. — Distribution du courant dans les conducteurs cylindriques.

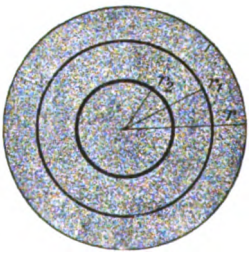
228. Raison de la non-uniformité du courant. — Dans **84** on avait supposé que le courant dans un conducteur cylindrique, un fil par exemple, était uniforme dans toute l'étendue d'une section normale. En fait cette condition ne peut être exactement remplie. Un fil circulaire, rayon du circuit R, rayon du fil r, est introduit dans un champ électrique. Le rayon du fil doit être assez petit, pour qu'en chaque point de la section le champ électrique ait sensiblement la même intensité. Donc la FEM $\mathcal{E}_a$, venant du champ électrique extérieur, sera la même pour chacun des faisceaux infiniment minces composant le fil. En outre R doit être assez grand par rapport à r pour qu'un petit élément de fil puisse être considéré comme rectiligne. Il s'ensuit que :

1° Le champ à l'intérieur du fil est cylindrique par raison de symétrie (**29** *b*);

2° Les lignes d'induction du champ magnétique produit par le courant sont, dans le fil et au voisinage immédiat, des cercles dont l'axe est celui du fil.

Dans un tel fil, considérablement agrandi à la figure **375**, qu'on se

Fig. 375.



figure, comme dans **122** *b*, deux tubes très minces de rayons r_1 et r_2 ayant la même section normale q; soient i_1 le courant dans le tube r_1, i_2 le courant dans le tube r_2.

Si la FEM venant du champ extérieur est $\mathcal{E}_a$, et si les courants i_1

Digitized by Google

et i_2 sont supposés constants, on a

$$(1)\qquad \begin{cases} i_1 w_1 = \mathcal{E}_a, \\ i_2 w_2 = \mathcal{E}_a, \end{cases}$$

w_1 et w_2 étant les résistances des tubes r_1 et r_2.

D'après **25** *e*,

$$(2)\qquad w_1 = w_2 = \frac{2\pi R}{q\sigma} \quad (*)$$

et, d'après **22** *d*,

$$(3)\qquad \begin{cases} i_1 = q\mathfrak{S}_1 \quad (*), \\ i_2 = q\mathfrak{S}_2, \end{cases}$$

donc, d'après l'égalité (1),

$$\mathfrak{S}_1 = \mathfrak{S}_2.$$

Donc pour un champ stationnaire le courant est constant dans les deux tubes et, puisque leur rayon est arbitraire, il est constant dans toute la section.

Mais si $\mathcal{E}_a$ est oscillatoire, il en est de même du courant; mais alors, en plus de la FEM extérieure $\mathcal{E}_a$, on a encore dans les tubes des FEM induites $\mathcal{E}_{i_1}$ et $\mathcal{E}_{i_2}$. Si Q_{m_1} et Q_{m_2} sont les flux magnétiques d'induction à travers les deux tubes (**122** *b*), on a

$$Q_{m_2} = Q_{m_1} + Q_m,$$

si l'on désigne par Q_m le flux magnétique d'induction dans l'espace compris entre les deux tubes. Alors

$$\mathcal{E}_{i_1} = -\frac{1}{v} Q'_{m_1},$$

$$\mathcal{E}_{i_2} = -\frac{1}{v} Q'_{m_2} = -\frac{1}{v} Q'_{m_1} - \frac{1}{v} Q'_m,$$

et à la place de l'égalité (1) on a

$$(4)\qquad \begin{cases} i_1 w_1 = \mathcal{E}_a + \mathcal{E}_{i_1}, \\ i_2 w_2 = \mathcal{E}_a + \mathcal{E}_{i_2} = \mathcal{E}_a + \mathcal{E}_{i_1} - \frac{1}{v} Q'_m, \end{cases}$$

et finalement

$$(5)\qquad \frac{\mathfrak{S}_1}{\mathfrak{S}_2} = \frac{\mathcal{E}_a + \mathcal{E}_{i_1}}{\mathcal{E}_a + \mathcal{E}_{i_1} - \frac{1}{v} Q'_m}.$$

(*) σ conductibilité de la matière du fil, $\mathfrak{S}_1$ ou $\mathfrak{S}_2$ courant à la distance r_1 ou r_2 de l'axe.

Digitized by Google

D'où l'on conclut que : le courant dans un fil parcouru par un courant alternatif a une intensité différente suivant la distance à l'axe du fil.

229. Influence de la perméabilité, de la conductibilité et de la fréquence. — Dans **228** on voit que les relations pour le courant électrique sont semblables à celles de **122**, où il s'agissait du flux d'induction magnétique. Il y a donc à tirer de l'égalité (5) de **228** les mêmes conclusions que de la relation correspondante de **122**; de même que dans **123** on peut déduire que la distribution du courant à l'intérieur d'une section normale sera d'autant moins uniforme que le produit de la perméabilité par la conductibilité du fil et la fréquence de l'oscillation sera plus grand.

230. Formules pour la distribution du courant. — La théorie complète fournit ([128]), pour le courant oscillatoire dans les cylindres conducteurs, exactement les mêmes relations que l'on avait eues à **124** pour le flux d'induction oscillatoire $\mathfrak{M}$ dans les cylindres de fer. Il est vrai que les relations n'affectent pas seulement relativement la même forme, mais que relativement aussi les facteurs numériques restent les mêmes.

a. Comme résultat général de la théorie, il suit que :

1° L'amplitude du courant est maxima à la surface et décroît d'une manière constante en allant vers l'intérieur;

2° Le courant à l'intérieur du fil diffère dans la phase de celui à la surface, et cette différence varie d'une manière constante à mesure que l'on va vers l'intérieur du fil.

On remarque, à propos de 1°, que ce phénomène est connu sous le nom d'*effet superficiel*. Mais il n'est pas exact de dire que le courant est porté à la surface par les oscillations. Le courant à la surface n'est pas plus grand par suite des oscillations, il est exactement le même que la FEM $\mathcal{E}_a$ le produirait si le courant était stationnaire.

b. La décroissance du courant vers l'intérieur ne dépendra que de la perméabilité et de la conductibilité du fil et de la fréquence de l'oscillation, lorsque la valeur d'une grandeur unique sera ainsi déterminée

$$(1)\qquad \left\{\begin{aligned} \varkappa &= r\sqrt{\frac{\pi n \sigma \mu}{8\rho^2}}, \\ &= \mathfrak{t} r \sqrt{n}, \end{aligned}\right.$$

en posant

$$\mathfrak{t} = \sqrt{\frac{\pi\sigma\mu}{8\rho^2}} = \pi\sqrt{\frac{\sigma\frac{\mu}{\mu_0}}{2}}\ \text{C.G.S.},$$

Digitized by Google

constante qui ne dépend que de la matière du fil, à prendre dans la Table IV, et r étant le rayon du fil.

La décroissance de l'amplitude du courant de la surface au centre s'exprime à l'aide d'une relation simple dans deux cas particuliers.

c. Premier cas. — $\varkappa^2$ est grand par rapport à 1. On a alors pour l'amplitude du courant $\mathfrak{S}_\beta$ à la profondeur β, par rapport à l'amplitude $\mathfrak{S}_1$ à la surface

$$\frac{\mathfrak{S}_\beta}{\mathfrak{S}_1} = e^{-2\varkappa\frac{\beta}{r}}. \tag{2}$$

Cette formule est d'autant plus exacte, comme celle de **125**, que $\varkappa$ est plus grand; pour la plupart des applications, l'exactitude est suffisante à partir de $\varkappa = 6$. Mais la formule ne s'applique à la distribution du courant que jusqu'à une distance de la surface égale à un dixième du rayon (**125**).

Il s'ensuit comme dans le cas correspondant de **125** *d* que, dans les limites d'exactitude de cette formule, l'amplitude du courant à une distance déterminée décroît suivant la même loi, quel que soit le rayon du fil; mais que si l'on considère toute la section, la distribution est d'autant moins uniforme, toutes choses égales d'ailleurs, que le fil est plus gros.

d. Deuxième cas. — $\varkappa$ est sensiblement plus petit que 1. Si $\mathfrak{S}_\rho$ est l'amplitude du courant à la distance ρ de l'axe, on a, d'autant plus exactement que $\varkappa$ est plus petit,

$$\frac{\mathfrak{S}_\rho}{\mathfrak{S}_2} = 1 + \varkappa^4\left(\frac{\rho}{r}\right)^2; \tag{3}$$

d'où, pour le rapport des amplitudes à la surface et sur l'axe,

$$\frac{\mathfrak{S}_1}{\mathfrak{S}_2} = 1 + \varkappa^4. \tag{3 a}$$

e. Comme les formules de *c* et de *d* sont déduites de **228**, égalité (5), elles n'ont de valeur qu'autant que les hypothèses de cette dernière sont vérifiées; la plus importante est que le rayon du fil soit très petit par rapport au rayon de courbure, de telle sorte qu'un petit élément de fil puisse être considéré comme rectiligne, condition qui n'est pas remplie dans les bobines de faible rayon. Les relations précédentes ne s'appliquent donc pas à ce cas.

En outre, l'application de cette égalité (5) de **228**, pour les formules de *c* et de *d*, exige que l'oscillation ne soit pas amortie. En fait, il faudrait considérer l'influence de l'amortissement dans la distribution

Digitized by Google

du courant, mais elle est en pratique à peine sensible et n'atteint une valeur non négligeable que pour de très hautes valeurs du décrément ([129]).

231. Exemples. — *a. Fil de cuivre.* — $t = 0,054$ (Table IV).

1° Pour les fréquences industrielles $n = 100$/sec, $x = 0,54\,r$.

Pour un câble de $r = 1^{cm}$, x est d'abord égal à 0,54. Pour des câbles ou des fils de ce rayon et au-dessous, on peut appliquer la relation (3) ou (3 *a*) de **230.** Elle donne :

Pour un câble de cuivre de 1^{cm} de rayon,

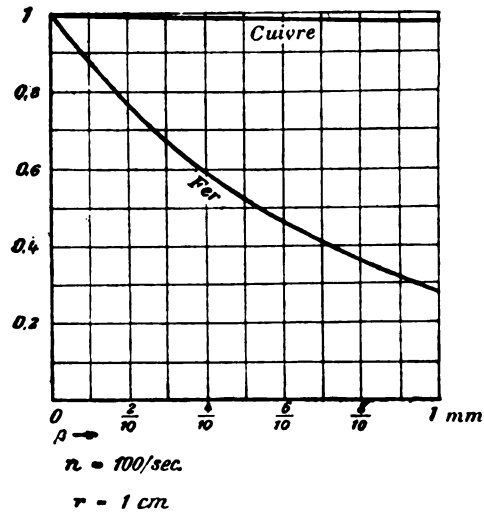
$$\frac{S_1}{S_2} = 1,085;$$

pour un fil de cuivre de 1^{mm} de rayon,

$$\frac{S_1}{S_2} = 1,0000085.$$

Pour des fils de quelques millimètres de rayon, la différence d'am-

Fig. 376.



plitude du courant entre l'axe et la surface est donc parfaitement insensible.

Pour de gros câbles de cuivre (mais de gros câbles massifs de plus de 2^{cm} de diamètre n'ont guère d'utilisation pratique), la différence n'atteint que quelques centièmes. Cette décroissance de l'amplitude

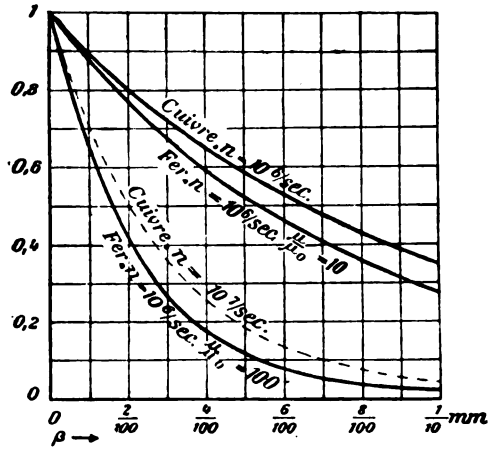
Digitized by Google

du courant est indiquée dans la figure 376, les abscisses représentant en millimètres les profondeurs au-dessous de la surface. Cette figure est relative à un câble de 1^{cm} de rayon.

2° Pour les hautes fréquences que produisent les circuits à condensateur, les relations sont essentiellement différentes. Si l'on prend $n = 10^6$/sec, pour un fil de 1^{mm} de rayon, on aura déjà $x = 5,4$.

C'est alors le premier cas de 230 qui est applicable, et la figure 377

Fig. 377.



représente la répartition du courant. Déjà pour cette fréquence de 10^6/sec, le courant est pratiquement localisé dans une couche superficielle très mince. C'est vrai, *a fortiori,* pour une fréquence de 10^7/sec.

b. Fils de fer. — 1° Pour la fréquence technique $n = 100$/sec, on peut alors prendre comme perméabilité moyenne du fer environ $1000 \times \mu_0$, et l'on a

$$t = 0,65 \qquad \text{(Table IV)},$$
$$x = 6,5r.$$

Pour un câble de fer de 1^{cm} de rayon, on aura la décroissance d'amplitude indiquée par la courbe de la figure 376 (*), amplitude déjà diminuée de moitié à $0^{mm},5$ de la surface.

(*) Courbe identique à la courbe supérieure de la figure 212, puisque la valeur de $\frac{\mathfrak{S}_2}{\mathfrak{S}_1}$ de l'égalité (2) de 230 *c* est identique à celle de $\frac{\mathfrak{M}_2}{\mathfrak{M}_1}$ de 125, égalité (1).

Digitized by Google

Pour un fil de 1^{mm} de rayon, on a

$$\frac{S_1}{S_2} = 1,18,$$

(*voir* **126** *a*).

Déjà, pour un fil aussi fin, la variation d'amplitude du courant à l'axe est de 18 pour 100.

2° Pour les oscillations rapides $n = 10^6$, on ne peut employer la même valeur de t, la perméabilité du fer à de si hautes fréquences n'étant guère que de $100\mu_0$ à $10\mu_0$ (**268** *b*). Pour un fil de 1^{mm} de rayon, on a

$$\frac{\mu}{\mu_0} = 100, \qquad t = 0,215, \qquad \varkappa = 21,4,$$

$$\frac{\mu}{\mu_0} = 10, \qquad t = 0,065, \qquad \varkappa = 6,5,$$

avec $\sigma : \sigma_{Hg} = 8$.

La décroissance du courant pour ces deux cas est représentée figure 377.

On voit que, pour la même fréquence, il y a une différence notable avec la courbe des fils de cuivre, mais moins forte quand même qu'entre les gros câbles de fer et de cuivre dans le cas des oscillations lentes.

c. Électrolyte. — Un cylindre de 10^{cm} de rayon, rempli d'acide sulfurique au maximum de conductibilité, est parcouru dans la direction de son axe par un courant d'une fréquence de 10^6/sec. D'après la Table IV, on a $t = 6.10^{-5}$, donc

$$\varkappa = 0,6$$

et

$$\frac{S_1}{S_2} = 1,13.$$

Même pour de si gros cylindres, le courant entre l'axe et la surface ne diffère que de 13 pour 100; le courant est donc réparti à peu près uniformément dans toute la section.

232. Flux d'énergie. — *a.* Dans **226**, on a trouvé que dans le fil conducteur, pendant toute la durée d'une oscillation, il y avait un apport continuel d'énergie complètement utilisée dans le fil. C'était une conséquence de l'hypothèse que le courant avait même phase dans une section normale entière.

En fait cette hypothèse n'est valable, pour les fils de cuivre, que dans le cas des oscillations très lentes de l'industrie. Il en est de même des conséquences que l'on en a déduites dans **226**. Mais pour des oscil-

Digitized by Google

lations rapides, la répartition du courant se fait d'une manière toute différente de celle relative au courant stationnaire. Le courant à l'intérieur n'a plus la même phase qu'à la surface du conducteur. Il s'ensuit que le courant total i dans le fil, c'est-à-dire la quantité d'électricité qui passe par seconde dans la section totale, n'a plus la même phase que le courant et par suite que l'intensité E du champ électrique à la surface du fil. Mais l'intensité du champ magnétique M à la surface du fil a même phase que le courant i (32 a). Donc entre E et M à la surface du fil il y a une différence de phase, et le flux d'énergie $\Sigma = v$ EM (224 c) est le produit de deux grandeurs oscillatoires de phases différentes. La courbe de Σ est donc de la forme de la courbe $\mathfrak{B}$ (*fig.* 87). Σ dans le cours d'une période n'a pas toujours le même signe, il n'y a pas toujours apport d'énergie dans le fil, mais parfois une expulsion d'énergie hors de ce fil. Donc la totalité de l'énergie qui vient de l'extérieur dans le fil, n'y est pas complètement consommée.

b. Il y a encore une autre relation qui met en évidence la différence entre le courant stationnaire, ou les oscillations lentes, et les oscillations rapides. L'intensité du champ magnétique M_ρ à la distance ρ de l'axe est

$$M_\rho = \frac{1}{2\pi v}\frac{i_\rho}{\rho} \qquad (32\ a),$$

où i_ρ est la totalité du courant dans un cylindre concentrique de rayon ρ. Pour un courant uniforme $\mathfrak{S}$, on a :

$$M_\rho = \frac{1}{2v}\rho\mathfrak{S} \qquad (32\ a),$$

c'est-à-dire qu'à chaque distance de l'axe il faut considérer un champ magnétique particulier. Comme dans ce cas l'intensité du champ électrique à toute distance de l'axe est la même, il s'ensuit que, dans le cas du courant stationnaire ou des oscillations lentes, une certaine partie de l'énergie arrive jusqu'au centre du fil.

Pour les oscillations rapides, au contraire (231 a), le courant est pratiquement localisé dans une mince couche superficielle, par conséquent les intensités des champs électrique et magnétique, et par suite aussi la valeur du flux d'énergie, sont insensibles à une faible distance de la surface. Ici donc, l'énergie venant de l'extérieur ne pénètre que dans la petite couche superficielle; dans les parties profondes du fil elle ne circule que d'une manière insensible. L'intérieur du fil reste complètement étranger aux phénomènes qui se passent à l'extérieur pendant l'oscillation.

Digitized by Google

On a considéré ce phénomène, surtout au point de vue de la protection des couches intérieures contre l'influence des oscillations qui se bornent à la surface extérieure, et à ce phénomène on a appliqué le nom *d'écran* (*voir* **119** *b*).

II. — Résistance et coefficient de self-induction pour les oscillations rapides.

233. Résistance d'un fil pour le courant oscillatoire. — Dans le cas représenté par les courbes de la figure 377, il n'y a d'effectivement parcouru par un courant appréciable qu'un cylindre très mince, et non le fil tout entier. Il est donc vraisemblable que, pour le développement de chaleur par le fait du courant, ce sera plutôt la section de ce cylindre que celle du fil tout entier qui interviendra, et que la quantité de chaleur sera liée à la distribution du courant. On ne peut démontrer de façon élémentaire, la relation qui lie les deux phénomènes. La théorie ([128]) donne les résultats suivants.

a. Pour les courants oscillatoires, également, l'effet Joule pendant un nombre entier de périodes est proportionnel à la valeur moyenne de i^2,

$$L_w = \mathfrak{w}\, i^2_{eff},$$

$\mathfrak{w}$ représente un facteur de proportionnalité, qui pour le développement de chaleur des courants oscillatoires joue le même rôle que la résistance w pour le développement de chaleur dans les courants stationnaires. Lord Kelvin appelle $\mathfrak{w}$ la résistance effective du fil pour la fréquence considérée, ou simplement la résistance pour la fréquence considérée.

b. Cette résistance effective $\mathfrak{w}$ d'un fil pour le courant oscillatoire est plus grande que la résistance w correspondant au courant stationnaire. Il existe entre ces résistances les mêmes relations que dans **127** entre la résistance magnétique effective $\mathfrak{w}_m$ des cylindres de fer et la résistance magnétique w_m pour un champ stationnaire.

1° La résistance effective $\mathfrak{w}$ d'un fil pour un courant oscillatoire est toujours plus grande que sa résistance w pour un courant constant.

2° Le rapport $\frac{\mathfrak{w}}{w}$ dépend de la distribution du courant. Il est d'autant plus grand que la répartition est moins uniforme, donc (**230** *b*) que la valeur de x est plus grande, valeur où sont réunies les influences de la perméabilité, de la conductibilité, du rayon du fil et de la fréquence de l'oscillation.

Digitized by Google

c. Les formules, que donne la théorie pour le rapport $\frac{\mathfrak{w}}{w}$, ne sont simples que dans les cas particuliers précédents (**230** *c* et *d*).

1° x grand par rapport à 1 :

On a, d'autant plus exactement que x est plus grand,

$$\mathfrak{w} = x w \ (^*). \tag{3}$$

2° x beaucoup plus petit que 1 :

On a, d'autant plus exactement que x est plus petit,

$$\mathfrak{w} = w \left(1 + \frac{x^4}{3}\right) \ (^*). \tag{4}$$

Si la valeur de x est telle qu'aucune de ces deux conditions ne soit remplie, le rapport $\frac{\mathfrak{w}}{w}$ se cherche dans la Table V, courbe A (**).

Ces courbes donnent les valeurs de $\frac{\mathfrak{w}}{w}$ pour les différentes valeurs de x comprises entre ces limites. De plus, pour les fils de cuivre la résistance effective, pour les fréquences comprises entre 8.10^5 et 8.10^7/sec, est donnée par la Table VI.

a. Les relations données, comme celles de **230**, supposent : 1° que le fil est rectiligne, 2° que l'oscillation n'est pas amortie. Elles sont donc encore approchées pour des cercles dont le rayon est relativement grand par rapport au rayon du fil, et pour des oscillations faiblement amorties; mais dès que l'amortissement devient considérable, qu'il s'agisse de petites boucles ou de bobines de faible diamètre, il ne faut plus les appliquer (**237** et **238**).

D'un autre côté on suppose, dans tout le Chapitre X, que le courant dans tout le circuit est quasi stationnaire. Cette hypothèse n'est pas très essentielle dans le cas présent. Il dépend surtout de la longueur du segment que le courant puisse y être considéré comme quasi stationnaire (**227**); pour des segments assez courts on peut toujours faire cette hypothèse, et les relations de **227**, exposées pour le circuit entier, sont encore au moins approchées pour de telles longueurs.

234. Exemples. — *a. Fils de cuivre.* — 1° Oscillations techniques : $n = 100$/sec.

(*) Pour $x = 5$ l'égalité (3) a une exactitude de 5 pour 100, il en est de même de l'égalité (4) pour $x = 0{,}65$. Pour $x = 3$ l'erreur de l'égalité (3) est d'environ 10 pour 100.

(**) On peut remplacer ces formules, pour les valeurs de x comprises entre 1 et 10, par la formule approximative $\frac{\mathfrak{w}}{w} = 0{,}997x + 0{,}277$ ([130]).

Digitized by Google

On a, pour un fil d'un rayon de :

$$1^{cm} : \quad x = 0,54, \quad \frac{w}{w'} = 1,028;$$

$$1^{mm} : \quad x = 0,054, \quad \frac{w}{w'} = 1,0000028.$$

Donc pour de gros câbles de cuivre, de 1^{cm} de rayon environ, la résistance effective pour les courants alternatifs usuels peut être de 3 pour 100 plus forte que pour le courant continu; pour les petits fils de cuivre, la différence est si faible qu'on ne pourrait la mesurer exactement.

2° Oscillations rapides : $n = 10^6$/sec.

Pour un fil de 1^{mm} de rayon, $x = 5,4$ et $\frac{w}{w} = 5,7$, la résistance est presque six fois plus grande pour cette fréquence que pour un courant continu ou des oscillations lentes. Cet exemple, et mieux encore la comparaison des valeurs de la Table VI, montre qu'il ne s'agit pas seulement d'une petite correction à faire à la résistance lorsque l'oscillation est rapide, mais que la résistance est dans ce cas d'un tout autre ordre de grandeur que pour le courant stationnaire.

b. Fils de fer.

1° Oscillations techniques : $n = 100$/sec.

On prend $\mu/\mu_0 = 1000$, $\sigma/\sigma_{Hg} = 8$. On a dans ce cas pour

$$r = 1^{cm} : \quad x = 6,5, \quad \frac{w}{w'} = 6,8,$$

$$r = 1^{mm} : \quad x = 0,65, \quad \frac{w}{w'} = 1,06.$$

Pour des câbles de fer d'environ 1^{cm} de rayon, la résistance effective serait déjà pour les fréquences techniques sept fois supérieure à la résistance correspondante w pour un courant stationnaire; comme celle-ci est environ sept fois supérieure à la résistance d'un câble de cuivre identique, la résistance effective du câble de fer sera de 40 à 50 fois supérieure à la résistance effective d'un câble de cuivre de mêmes dimensions.

Le calcul, pour un fil de fer de 1^{mm} de rayon, montre que les fils de fer fins ont, pour les fréquences industrielles, une résistance de quelques unités pour 100 plus forte que pour le courant stationnaire. Cette augmentation est déjà beaucoup plus forte pour les circuits téléphoniques, où la fréquence peut atteindre quelques milliers par seconde. Si l'on prend $n = 4000$, on a $x = 4,1$ et $\frac{w}{w} = 4,4$ avec un fil de 1^{mm} de rayon. La résistance est donc beaucoup plus forte que pour

Digitized by Google

les courants stationnaires, et les fils de fer sont bien moins avantageux pour les conducteurs téléphoniques que pour les conducteurs télégraphiques.

2° Oscillations rapides : $n = 10^6$/sec.

On a pour $r = 1^{mm}$ et

$$\mu/\mu_0 = 100 : \quad \varkappa = 21,4, \quad \frac{\mathfrak{w}}{w} = 21,4,$$

$$\mu/\mu_0 = 10 : \quad \varkappa = 6,5, \quad \frac{\mathfrak{w}}{w} = 6,8.$$

Entre ces deux limites se trouvent vraisemblablement toutes les valeurs pour les fils de fer doux. La différence entre la résistance effective et la résistance pour le champ stationnaire est donc plus grande que pour les fils de cuivre, mais pas autant qu'on aurait pu le supposer d'après les résistances correspondantes pour les oscillations lentes.

c. Électrolyte. — Pour le cylindre dont on a parlé à **231** *c*, de 10^{cm} de rayon, plein d'acide sulfurique au maximum de conductibilité, on a pour $n = 10^6$/sec, $\frac{\mathfrak{w}}{w} = 1,04$; pour un cylindre de 1^{cm} de rayon et les mêmes conditions $\frac{\mathfrak{w}}{w} = 1,000004$, et pour une fréquence de 10^8/sec

$$\frac{\mathfrak{w}}{w} = 1,04$$

seulement.

La résistance des électrolytes est donc pour les oscillations rapides à peu près la même que pour le courant constant. Des tubes de verre pleins d'électrolyte (dissolution de SO^4H^2, SO^4Cu, SO^4Zn) forment des résistances commodes, et indépendantes de la fréquence des oscillations. Il faut seulement prendre garde que leurs électrodes, qui par leur déplacement forment un excellent régulateur de la résistance, peuvent pour les petites distances agir comme des condensateurs de capacité non négligeable.

235. Conséquences pratiques. — *a.* Pour des fils de cuivre pas trop fins (**231** *a*) et des fréquences de l'ordre de 10^6 et au-dessus, la formule de **233**, égalité (3), est encore valable :

$$\mathfrak{w} = \varkappa w.$$

Puisque w est proportionnel à $\frac{1}{r^2}$ (**25** *b*), $\varkappa$ à r (**230** *b*), il en résulte que $\mathfrak{w}$ est proportionnel à $\frac{1}{r}$.

Digitized by Google

La résistance effective des fils de cuivre pour les oscillations rapides décroît, quand le rayon du fil augmente, dans la proportion de $\frac{1}{r}$ et non dans la proportion de $\frac{1}{r^2}$, c'est-à-dire inversement au périmètre du fil et non à sa section, ce qui, d'après **231** *a*, est facilement compréhensible. L'augmentation du rayon du fil n'a donc pas la même action que pour le courant stationnaire.

On en déduit facilement que, pour les oscillations rapides, il est préférable d'avoir à la place d'un gros fil plusieurs petits fils, présentant le même diamètre lorsqu'ils sont réunis ensemble, et qui pour un courant continu auraient la même résistance que le gros fil. On suppose toutefois que, par construction, le courant est le même dans tous les fils.

b. Puisque pour des fréquences assez élevées, des fils épais bons conducteurs ont, d'après **231** *a*, leur partie interne à peu près dépourvue de courant, il est à supposer que la matière dont celle-ci est composée est indifférente. Par suite la résistance effective des tubes métalliques doit être sensiblement la même que celle des tiges pleines, si l'épaisseur en est assez grande pour que pratiquement la paroi intérieure soit sans courant ([131]). On peut donc, pour les utilisations avec les fréquences de 10^6 et au-dessus, employer, au lieu de tiges de cuivre, des tubes de quelques dixièmes de millimètre d'épaisseur.

c. Par contre, le même raisonnement montre qu'il n'est pas sans inconvénients, dans ce cas, d'employer des fils recouverts d'un autre métal. Dans la pratique on utilise surtout des fils de cuivre étamés. Lorsque la fréquence devient assez forte, presque tout le courant passe dans l'étain, même quand celui-ci n'a que quelques centièmes de millimètre d'épaisseur. Pour les oscillations rapides, la résistance de ces fils étamés peut augmenter considérablement, alors que dans le cas de courants stationnaires leur emploi est indifférent. V. Bjerknes ([132]), qui a fait des expériences à ce sujet, a prouvé que le cuivre étamé avait aux hautes fréquences une résistance effective bien supérieure à celle du cuivre non étamé.

Par contre, on peut diminuer beaucoup, en les recouvrant de cuivre, la résistance effective des fils de fer ou d'acier peu appropriés par eux-mêmes aux oscillations rapides. Ils doivent prendre ainsi la résistance effective du cuivre; c'est ce que vérifie l'expérience. V. Bjerknes ([132]) a trouvé qu'un fil de fer de $0^{mm},5$ de diamètre, cuivré sur une épaisseur de $0^{mm},028$, a la même résistance effective qu'un fil de cuivre de même diamètre pour des oscillations d'une fréquence de $n = 2.10^6$/sec environ.

Digitized by Google

236. Preuve expérimentale de l'augmentation de résistance par les oscillations. — *a.* On montre expérimentalement (*fig.* 378), que la résistance d'un fil peut changer totalement quand on passe d'un courant stationnaire à un courant oscillatoire. On introduit deux fils fins de même résistance, mais de métaux différents, à l'intérieur de deux thermiques H_1 et H_2 de la forme de celui de la figure 42, et on les réunit en série, de telle sorte qu'au moyen d'un commutateur on puisse mettre leur ensemble en communication, soit avec un élément de pile A, soit avec un cercle K dans lequel, au moyen d'un circuit à condensateur, on peut induire des oscillations de haute fréquence. Dans le premier cas, celui de la pile, les thermiques donnent la même indication; dans le second cas, leurs indications sont très différentes, car ils mesurent la résistance effective très différente suivant les métaux.

Pour rendre la démonstration plus frappante, on recommande de prendre un des métaux ayant un très grand t (fer ou cuivre) et l'autre ayant un très petit t (platine, constantan, nickeline) (*voir* Table IV). Par exemple, avec un fil de platine et un fil de fer on a, pour le courant stationnaire :

Fil de platine.....	10 divisions
Fil de fer.....	10,5 divisions

pour le courant oscillatoire, $n = 2.10^7$/sec (*) environ :

Fil de platine.....	10 divisions
Fil de fer	110 divisions

On voit donc que la résistance effective du fil de fer est bien plus forte que celle du fil de platine.

b. Si l'on fait traverser les deux thermiques par un courant constant (43 *a*), on peut, avec ce dispositif, mesurer $\frac{\mathfrak{w}_1}{w_1} : \frac{\mathfrak{w}_2}{w_2}$, d'où l'on peut obtenir la résistance effective $\mathfrak{w}_1$ ou $\mathfrak{w}_2$ de l'un des deux fils en fonction de leur résistance w_1 et w_2 pour un courant stationnaire. Si l'on obtient dans la même expérience l'indication a_1 pour le premier instrument, a_2 pour le second, et que ces indications correspondent à des courants stationnaires i_1 et i_2, on a (43)

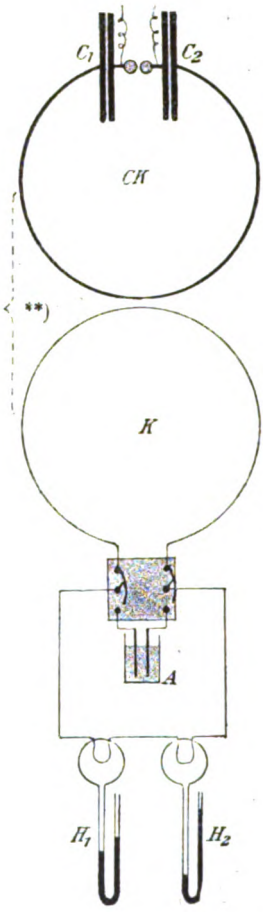
$$(1) \qquad \frac{\frac{\mathfrak{w}_1}{w_1}}{\frac{\mathfrak{w}_2}{w_2}} = \frac{i_1^2}{i_2^2}.$$

(*) On avait $c_1 = 0,345.10^{-3}$, $c_2 = 0,335.10^{-3}$ microfarad, $p = 1200$ C.G.S.

Digitized by Google

Si $\frac{w_2}{\omega_2}$ est calculé (*) ou peu différent de 1 (fil de platine), on en tire le rapport de la résistance effective à la résistance $\frac{w_1}{\omega_1}$ pour le fil choisi. En changeant les capacités c_1 et c_2 des bouteilles de Leyde C_1

Fig. 378 (**).



et C_2, on peut obtenir facilement ce rapport pour des fréquences très différentes.

(*) *Voir* 233 *c*.

(**) Cette parenthèse signifie ici et dans la suite que les deux circuits induisent l'un sur l'autre.

Digitized by Google

Pour le fil de fer employé dans l'expérience *a*, on a, par exemple :

$$n = 2,2.10^7/\text{sec}, \qquad \frac{w_1}{w'_1} = 13,6,$$

$$n = 8,7.10^6/\text{sec}\ (^*), \qquad \frac{w_1}{w'_1} = 9,5.$$

c. Les recherches de ce genre sont particulièrement intéressantes pour les fils de fer. Du rapport $\frac{w_1}{w'_1}$ on déduit, principalement avec les courbes V à la fin de l'Ouvrage ou les formules de **233** *c*, la grandeur x, ou, si l'on connaît le rayon du fil et la fréquence, la grandeur f pour le fil de fer considéré. Si la conductibilité du fil est σ, on obtient de

$$t = \pi\sqrt{\frac{\sigma\frac{\mu}{\mu_0}}{2}} \qquad (230\ b),$$

la perméabilité $\frac{\mu}{\mu_0}$ du fil de fer pour la fréquence considérée (**).

Les nombres de *b* donnent pour

$$n = 2,2.10^7\ \text{sec} : \qquad \frac{\mu}{\mu_0} = 167,$$

$$n = 8,7.10^6/\text{sec} : \qquad \frac{\mu}{\mu_0} = 211.$$

En réalité de telles mesures ne donnent pour la perméabilité qu'une limite supérieure et non la valeur exacte. On ne les fait que parce qu'elles montrent que la perméabilité des fils de fer pour les oscillations rapides tombe parfois beaucoup au-dessous de sa valeur pour le champ stationnaire. La raison pour laquelle on ne peut obtenir la valeur exacte de la perméabilité vient de ce que les conditions de l'égalité (1) de *b* ne sont pas remplies par les fils de fer. On a supposé en effet que, dans le thermique H_1, la chaleur développée par seconde était $w_1 i_{eff}^2$, soit celle de l'effet Joule seule. On doit tenir compte (**104**) de l'hystérésis du fer qui vient ajouter une cause d'échauffement à l'effet Joule et le résultat totalisé est seul donné par l'instrument ([133]).

237. Influence de l'amortissement sur la résistance effective. — Les relations de **233** pour la résistance effective des fils subissent un léger changement quand les oscillations sont amorties.

(*) $c_1 = 2,11.10^{-3}$ microfarad, $c_2 = 2,27.10^{-3}$ microfarad, $p = 1200$ C.G.S.
(**) On avait, pour cette expérience, $r = 0^{mm},113$, $\sigma = 7,8.10^{-5}$ C.G.S.

Digitized by Google

a. La théorie développée par E.-H. Barton ([129]) montre que, même alors, l'effet calorifique L_w, produit pendant un nombre entier de périodes, est proportionnel à la valeur moyenne de i^2 (i courant total dans le fil). On peut donc poser

$$L_w = w_\delta i_{eff}^2,$$

w_δ étant la résistance effective du fil pour l'amortissement et la fréquence considérés.

b. En ce qui concerne cette résistance w_δ, la théorie apprend que, dans les limites du cas particulier I de **230**, x grand par rapport à 1 w_δ est proportionnelle à w résistance effective concernant une même fréquence et une oscillation non amortie, donc

$$w_\delta = a w.$$

La constante $a = \frac{w_\delta}{w}$ est indépendante de la fréquence et dépend seulement du décrément δ de l'oscillation. On a

$$a = (2s^3)^{\frac{1}{2}} \cos\frac{\vartheta}{2}$$

formule dans laquelle (*)

$$s = \sqrt{1 + \left(\frac{\delta}{2\pi}\right)^2}, \qquad \cot\vartheta = \frac{\delta}{2\pi}.$$

La valeur du rapport $a = \frac{w_\delta}{w}$ peut être prise sur la courbe VII à la fin du Tome II. Un regard jeté sur cette courbe montre que l'influence de l'amortissement ne se fait sentir que pour de fortes valeurs du décrément; la différence entre w_δ et w n'atteint 5 pour 100 que pour $\delta = 0,5$, ce qui correspond à un rapport d'amplitudes (Table XVI) de 1,65.

238. Résistance effective des bobines. — *a*. On peut facilement démontrer, à l'aide du dispositif de la figure 378, que les formules de **233** ne s'appliquent pas aux bobines de faible diamètre. On remplace un des fils situés à l'intérieur des thermiques par une spirale de petit diamètre et identique comme matière, comme diamètre du fil et comme longueur au fil rectiligne de l'autre instrument. La meilleure forme pour les thermiques est celle de la figure 43. On fait en sorte, en introduisant des résistances devant la pile ou autrement, que le thermique à fil rectiligne donne la même indication pour le

(*) Pour de très petites valeurs de δ, on a $a = 1 + \frac{\delta}{4\pi}$.

Digitized by Google

courant continu et l'oscillation rapide du circuit à condensateur (*). L'indication du thermique à spirale devrait être la même dans les deux cas si les formules de **233** étaient applicables, puisqu'elles ne supposent pas que l'enroulement en bobine change la résistance du fil. Or, en réalité, on constate un dégagement de chaleur bien plus considérable dans la bobine lors du passage de l'oscillation. On en déduit que la bobine n'obéit pas aux mêmes lois que le fil rectiligne.

b. Batelli et Magri ([109]) ont déterminé, pour quelques bobines, le rapport $\frac{w_s}{w}$ de la résistance effective d'une spirale à celle d'un fil simple, par une méthode qui, en principe, ne diffère pas de la précédente. Ils ont trouvé que $\frac{w_s}{w}$:

1° Est toujours plus grand que 1; donc on augmente la résistance effective du fil en l'enroulant en spirale;

2° Augmente avec la fréquence des oscillations, mais très lentement quand les oscillations sont rapides (**);

3° Varie en sens inverse du pas de la bobine (***).

Comme, déjà pour des oscillations assez lentes, le rapport $\frac{w_s}{w}$ est voisin de 2, on voit que l'influence de la forme hélicoïdale ne se chiffre pas seulement par une petite correction à la résistance effective du fil supposé rectiligne.

Les formules de **233** sont entièrement fausses pour les bobines de faible diamètre. Si l'on veut connaître la résistance effective d'une bobine, il n'y a qu'à la déterminer expérimentalement; car, à l'heure

---

(*) Suivant les circonstances, il vaut mieux modifier la figure 378 et faire circuler directement le courant du circuit à condensateur dans les thermiques.

(**) Ils ont trouvé pour une bobine :

Diamètre du fil	$0^{mm},78$
Diamètre de la bobine	$1^{cm},52$
Spires	220
Longueur de l'axe de la bobine	$36^{cm},8$

pour

n	$4,65.10^5$/sec	$6,7.10^5$/sec	9.10^5/sec
$\frac{w_s}{w}$	1,96	2,15	2,17

(***) Une expérience a donné :

Nombre de spires par centimètre	2,42	3,82	6,22	7,52
$\frac{w_s}{w}$	1,30	1,70	1,89	2,37

Digitized by Google

actuelle, il n'existe ni calcul ni expérience dont les résultats soient applicables à tous les cas ([134]).

c. La raison, pour laquelle la résistance des bobines est autre que celle des fils rectilignes, est la suivante. On suppose que l'on décompose le fil en éléments parallèles à l'axe du fil, le flux magnétique d'induction est le même pour les éléments du fil rectiligne équidistants de l'axe, puisque (**228**) la distribution du courant est symétrique par rapport à cet axe. Dans les bobines, au contraire, ce flux magnétique est différent pour des éléments équidistants de l'axe du fil; le courant n'est donc plus symétrique par rapport à cet axe, il est plus fort sur le côté interne que sur le côté externe de la bobine.

On peut remédier à cette asymétrie dans la distribution du courant et diminuer de beaucoup la résistance effective de la bobine en employant, au lieu de fils massifs, des torons de fils fins isolés entre eux et tordus de telle manière que chaque fil passe alternativement de l'extérieur à l'intérieur de l'enroulement ([134]).

239. Coefficient de self-induction dans les oscillations. — La théorie ([128]) montre que l'énergie, que le circuit prend au champ magnétique, pendant un nombre entier de périodes, et lui restitue ensuite, est proportionnelle à i_0^2 et que, par conséquent, l'échange d'énergie par seconde peut être mis sous la forme

$$(1) \qquad = n \frac{1}{2} \mathfrak{p} i_0^2.$$

Dans cette expression, le facteur de proportionnalité $\mathfrak{p}$ joue le même rôle que le coefficient de self-induction p pour le courant à lentes alternances (**114** *a*); on l'appellera *coefficient de self-induction du circuit pour l'oscillation considérée.*

a. On peut appliquer en général ce qui suit à ce coefficient.

On décompose le champ magnétique en deux parties, la partie extérieure au fil supposé cylindrique (**34** *a*) et la partie intérieure. Ces deux parties concourent à la formation du coefficient de self-induction

$$(2) \qquad \mathfrak{p} = p_0 + p_i$$

Hors du fil, le champ magnétique est exactement le même, que le champ de courant dans le fil soit uniforme ou cylindrique (**29** *b* et **32** *a*). Le facteur p_0 du coefficient de self-induction doit donc être le même, que le courant soit continu ou oscillatoire sous les conditions suivantes : 1° qu'aucun conducteur ne se trouve dans le voisinage du circuit; 2° que la fréquence ne soit pas assez élevée pour que le champ

Digitized by Google

électrique induit ait une influence sensible (**83** *a*). Ces deux conditions doivent être satisfaites.

Le facteur p_i, dû au champ à l'intérieur du fil, dépend de la distribution du courant. Il doit donc différer suivant que le courant est stationnaire ou oscillatoire, car on a vu à **232** *b* que la distribution n'était pas la même dans l'un et l'autre cas.

b. On peut déjà en conclure que le coefficient de self-induction $\mathfrak{p}$ pour les oscillations n'est pas dans le même rapport avec celui p pour le courant constant que la résistance $\mathfrak{w}$ pour un courant oscillatoire avec la résistance w pour un courant constant.

1° Tandis que la résistance pour les oscillations est toujours plus grande que pour le courant constant (**233** *b*), le coefficient de self-induction pour les oscillations est toujours plus petit que pour le courant constant. Dans le cas particulier I (**230** *c*), où le courant est limité à une couche superficielle très mince, cela est facilement compréhensible. Dans ce cas il n'y a pas beaucoup d'énergie dans le champ à l'intérieur du fil (**232** *b*). Donc l'énergie du champ magnétique pour le courant oscillatoire est nécessairement plus petite que pour le même courant continu, et sans doute plus petite de l'énergie du champ magnétique qui pour un champ constant se trouve à l'intérieur du fil.

Mais même aussi quand on n'est pas dans ce cas particulier, on peut montrer d'une façon élémentaire que dans une distribution cylindrique, où le courant décroît de la surface au centre, l'énergie du flux magnétique dans le fil est plus faible que dans le cas d'une distribution uniforme dans toute la section.

2° La résistance $\mathfrak{w}$ pour le courant oscillatoire peut être très différente de celle pour courant constant, même quand le fil n'est pas constitué par du métal ferromagnétique (**234** *a*), elle monte sans limite quand la fréquence augmente. Par contre, la différence entre l'énergie du champ magnétique pour le courant oscillatoire et celle pour le courant stationnaire n'est jamais supérieure à l'énergie du champ magnétique que produirait le même courant constant dans l'intérieur du fil.

Cela fait, en général, pour les fils de métal non ferromagnétiques, une très faible partie de l'énergie magnétique totale du circuit. Ce maximum est surtout atteint quand tout le courant est pratiquement contenu dans une couche superficielle très mince (**231** *a*). Une nouvelle augmentation de la fréquence ne change rien d'essentiel. Pour le coefficient de self-induction on a un résultat correspondant.

c. Pour ce qui est du facteur variable p_i, une simple réflexion montre qu'il est l'analogue électrique du coefficient de self-induction

Digitized by Google

magnétique p_m (**127**); donc les relations démontrées à **127** pour p_m sont encore rigoureusement valables pour p_i.

La grandeur de p_i dépend, comme la distribution du courant, de la valeur de $\varkappa$ (**230** *b*). Dans le cas I (**230** *c*), $\varkappa$ grand par rapport à 1, on a, d'autant plus exactement que $\varkappa$ est plus grand,

$$(3)\qquad \frac{\pi n p_i}{w} = \frac{\pi n(\mathfrak{p} - p_0)}{w} = \varkappa$$

ou

$$(3\,a)\qquad \left\{\begin{aligned} \mathfrak{p} &= p_0 + \frac{l}{\pi r}\sqrt{\frac{\mu}{n\sigma}\,\frac{1}{8\pi\nu}} \qquad (\textbf{230}\ b \text{ et } \textbf{25}\ b),\\ &= p_0 + \frac{l}{\pi r}\sqrt{\frac{\mu_0}{2n\sigma}} \text{ C.G.S.} \end{aligned}\right.$$

Dans le second cas, $\varkappa$ beaucoup plus petit que 1, on a approximativement

$$(4)\qquad \frac{\pi n p_i}{w} = \frac{\pi n(\mathfrak{p} - p_0)}{w} = \varkappa^2$$

ou

$$(4\,a)\qquad \left\{\begin{aligned} \mathfrak{p} &= p_0 + \frac{\mu}{4\pi\nu^2}\,\frac{l}{2},\\ &= p_0 + \frac{\mu}{\mu_0}\,\frac{l}{2} \text{ C.G.S.}, \end{aligned}\right.$$

c'est-à-dire sensiblement la même valeur que pour le courant constant (**34** *a*). Si l'on est en dehors de ces cas particuliers, on peut tirer la valeur de $\frac{\pi n p_i}{w} = \frac{\pi n(\mathfrak{p} - p_0)}{w}$ de la courbe B de la Table V.

d. Les formules de *c* ne sont valables qu'autant que les hypothèses de **230** sont remplies, aussi (**230** *e*) ne sont-elles pas valables pour les oscillations très amorties et les bobines de faible diamètre. L'influence de l'amortissement est cependant négligeable dans la plupart des cas concernant la pratique. Pour ce qui est du coefficient de self-induction des bobines pour les oscillations rapides, *voir* la Table VIII à la fin de l'Ouvrage; on y trouve aussi les valeurs du coefficient de self-induction pour d'autres formes du fil, ainsi que la valeur p_0. Cette valeur de p_0 est calculée à la Table IX pour des cercles de divers diamètres et des fils de divers rayons; dans la Table X, cette valeur est calculée pour des carrés et dans la Table XI pour des rectangles.

240. Exemples du coefficient de self-induction des circuits de fils. —

Digitized by Google

a. A l'exemple **212** *c*, on a pris dans la Table IX la valeur du coefficient de self-induction pour un cercle de cuivre de 50^{cm} de diamètre, dont le fil avait un rayon de $2^{mm},5$. On avait employé la valeur p_0, au lieu de $\mathfrak{p}$ qui aurait dû l'être. D'après **239**, on peut douter que cette opération fût légitime. Dans l'exemple actuel, $n = 3.10^6$/sec, donc (**230** *b*),

$$x = 0,25\sqrt{3.10^6}\,t = 0,25\sqrt{3.10^6}.0,0537 \qquad \text{(Table IV)},$$
$$x = 23,2.$$

On est dans le cas I (**230** *c*), et l'égalité (3) de **239** donne (Table VI)

$$p_i = 0,144 \text{ C.G.S.};$$

d'après la Table IX,

$$p_0 = 1472 \text{ C.G.S.},$$

p_i est donc si petit par rapport à p_0 qu'il est totalement négligeable.

Ce que montre cet exemple s'applique au cas général. Si x est grand par rapport à 1, comme dans le cas I (**230** *c*), on peut employer, pour les fils non ferromagnétiques, comme coefficient de self-induction, la valeur p_0 donnée par les Tables VIII à XI.

b. Pour les fils de fer, les relations sont quelque peu différentes. Si, dans l'exemple précédent, il s'agissait d'un fil de fer de mêmes dimensions, on aurait

$$\frac{\mu}{\mu_0} = 100, \qquad \frac{\sigma}{\sigma_{Hg}} = 8;$$

donc $x = 92,7$,

$$p_i = 92 \text{ C.G.S.} \qquad \text{et} \qquad \mathfrak{p} = 1564 \text{ C.G.S.}$$

On aurait donc comme différence, entre $\mathfrak{p}$ et $p_0 = 1472$ C.G.S., une valeur de 6 pour 100 environ.

Mais la différence entre les fils de fer et les fils non ferromagnétiques est bien plus considérable quand il s'agit de courant constant. On a, dans les mêmes conditions de dimension pour le conducteur et avec un courant constant :

	Fil de cuivre.			Fil de fer $\frac{\mu}{\mu_0} = 1000$.
p_i	78,5 C.G.S.	(34 *a*)	p_i	78540 C.G.S.
p_0	1472		p_0	1472
p	1550,5 C.G.S.		p	80012 C.G.S.

La différence est extraordinairement importante. Dans le fil de fer, le coefficient de self-induction n'est pas déterminé par le champ magnétique à l'extérieur du fil (p_0), mais principalement par le champ à l'intérieur du fil (p_i).

Digitized by Google

c. Pour les oscillations lentes de la technique, on n'avait pas fait de différence entre le coefficient de self-induction p pour courant stationnaire et le coefficient $\mathfrak{p}$ pour l'oscillation considérée.

On en a donné la raison (**231** *a* et **239** *c*). A **231** *a*, on a remarqué que, dans la limite des oscillations techniques, $\varkappa$ est pour les fils de cuivre beaucoup plus petit que 1; on est dans le cas II. A **239** *c*, on a prouvé que, dans ce cas, p et $\mathfrak{p}$ étaient sensiblement identiques.

d. Maintenant que l'on vient de donner des méthodes pour calculer le coefficient de self-induction $\mathfrak{p}$ et la résistance $\mathfrak{w}$ pour les oscillations, on peut aussi calculer le facteur d'amortissement ou le décrément des oscillations propres des circuits à condensateur, autant qu'il est causé par la chaleur Joule.

Dans l'exemple *a* plus haut ou dans celui de **212** *c*, où la longueur du fil est égale à $\pi\, 50^{cm}$,

$$\mathfrak{w} = 0{,}0316 \text{ ohm} = 3{,}16.10^7 \text{ C.G.S.} \qquad \text{(Table VI)},$$
$$\mathfrak{p} = p_0 \qquad = 1472 \text{ C.G.S.} \qquad (a),$$

donc

$$\delta = \frac{\mathfrak{w}}{2\mathfrak{p}} \qquad [\textbf{217}, \text{ égalité } (2)]$$

ou

$$\delta = 1{,}07.10^4$$

et

$$\mathfrak{d} = \frac{\delta}{\frac{n}{2}} \qquad [\textbf{217}, \text{ égalité } (4)]$$

ou

$$\mathfrak{d} = 0{,}0072,$$

ce qui donne un rapport d'amplitudes de $\frac{100}{99{,}3}$ (Table XVI).

III. — Indications des thermiques pour les oscillations amorties.

On s'est également servi de thermiques pour les mesures d'oscillations amorties. Les relations, qui existent entre les données de tels instruments et les constantes de l'oscillation, sont ici beaucoup plus compliquées que dans le cas des oscillations non amorties.

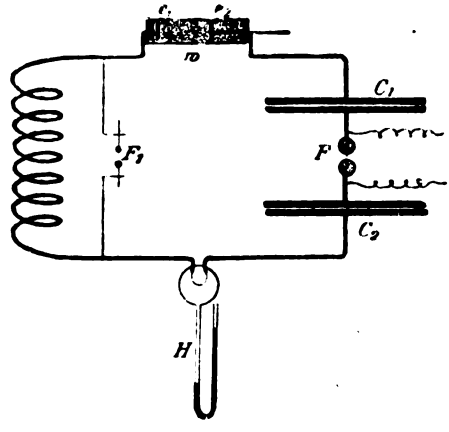
241. Dispositif de recherches. — On emploie le dispositif suivant (*fig.* 379), pour montrer de quelles grandeurs dépend l'indication d'un thermique lorsqu'il s'agit d'oscillations amorties. Dans un cir-

Digitized by Google

cuit à condensateur avec deux bouteilles de Leyde C_1 et C_2 de capacité convenable, on a intercalé un thermique H de la forme donnée par les figures 42 ou 43, et un tube R avec une résistance électrolytique (solution de sulfate de cuivre ou de zinc) et des électrodes mobiles e_1 et e_2. On peut ainsi changer la résistance du circuit sans en modifier le coefficient de self-induction (250 *a*, *b*).

La bobine d'induction, qui charge les bouteilles de Leyde, doit être pourvue d'un interrupteur, disposé de manière que l'on puisse

Fig. 379.



changer à volonté le nombre d'interruptions et la force du courant primaire indépendamment l'un de l'autre. Les interrupteurs à jet de mercure (430) sont très commodes pour cet usage, car leur nombre d'interruptions peut être varié dans de très larges limites. Les éclateurs F et F_1 (*fig.* 379) doivent être réglables [micromètres à étincelle (253 *a*)].

242. Influence du nombre de décharges. — *a*. Les électrodes e_1 et e_2 sont amenées au contact, la résistance électrolytique est par conséquent supprimée, l'interrupteur est mis en marche très lentement. Le thermique indique un certain nombre d'ampères (0,15 ampère par exemple); on augmente le nombre d'interruptions, plus l'interrupteur va vite, plus l'indication de l'instrument augmente; pour la plus forte rotation de l'interrupteur on obtient 1,2 ampère. Bien que le circuit à condensateur n'ait pas été changé, donc que l'amplitude de l'oscillation soit restée la même, l'indication de l'instrument est totalement différente.

Digitized by Google

b. On choisit le courant primaire de la bobine d'induction de telle sorte que les étincelles traversent régulièrement l'espace F, puis l'on rapproche les boules de l'éclateur F. Si la bobine d'induction est assez grosse (dans l'expérience décrite, bobine d'induction de 30cm A.E.G.) (*), l'indication du thermique commence à décroître un peu avec la longueur d'étincelle F, puis, si l'on diminue encore celle-ci, elle recommence à augmenter. Donc bien que le nombre d'interruptions reste constant, malgré que par la diminution de la longueur d'étincelle l'amplitude ait sûrement diminué (**253** *a*), l'indication de l'instrument a monté.

c. L'explication de l'expérience *a* est immédiate. Si dans une décharge d'un circuit à condensateur la quantité W de chaleur a été développée, cette quantité de chaleur sera *b*W par seconde, si *b* est

Fig. 380.

Fig. 381.

le nombre par seconde d'interruptions du primaire et par conséquent le nombre de décharges du circuit à condensateur par seconde. L'indication de l'instrument, qui dépend de la valeur moyenne du développement de chaleur, doit donc dépendre du nombre d'interruptions.

De même, pour l'expérience *b* la raison est identique. On s'en convainc en regardant les étincelles F dans un miroir tournant très lentement, d'abord quand la distance entre les boules de l'éclateur est assez grande pour que l'étincelle passe juste, puis quand cette distance est fort réduite.

Dans le premier cas, on a une image unique de l'étincelle (*fig*. 380); à chaque interruption du primaire correspond donc une seule décharge du circuit à condensateur. Dans le second cas (*fig*. 381), on voit plusieurs étincelles les unes à la suite des autres, trois ou quatre

(*) Quand la bobine d'induction est trop faible, prendre de petites bouteilles de Leyde pour C_1 et C_2.

Digitized by Google

dans la figure; la bobine d'induction produit donc à chaque interruption plusieurs charges et décharges du circuit à condensateur.

Les expériences de *a* et de *b* montrent donc toutes deux que les indications du thermique dépendent du nombre de décharges, et en outre que ce nombre de décharges n'est pas forcément identique à celui des interruptions.

d. Comme conséquence pratique on posera cette règle que, pour le même nombre d'interruptions, toutes choses égales d'ailleurs, les indications du thermique ne sont comparables entre elles que si chaque interruption comprend le même nombre de décharges; on peut toujours le contrôler au miroir tournant.

Dans la figure 381 le nombre de décharges pour une interruption est tantôt trois, tantôt quatre. Par suite, on devra se souvenir que les indications de l'instrument deviennent moins régulières lorsqu'il y a plus d'une décharge par interruption. Il vaudra mieux amener le courant primaire, par un réglage soigné d'une résistance placée devant la bobine primaire, à ne donner qu'une décharge par interruption. On apprend vite à juger à l'oreille le bruit de l'étincelle, suivant qu'à une interruption correspondent une ou plusieurs décharges. Cependant le contrôle du miroir tournant est toujours à recommander.

243. Influence de la fréquence. — Puisque l'échauffement d'un fil est égal à $\mathfrak{w} i_{\text{eff}}^2$ (**233** *a*) et que c'est cet échauffement qui détermine l'indication du thermique, celle-ci dépend, toutes choses égales d'ailleurs, de la fréquence de l'oscillation. Naturellement il est avantageux de réduire autant que possible cette influence de la fréquence. On y arrivera, d'après **233**, en employant pour le fil à échauffer une matière non ferromagnétique, de petit diamètre et aussi peu conductrice que possible, et par conséquent d'une aussi faible valeur possible de $\mathfrak{t}$, comme le platine, le constantan et autres semblables combinaisons (Table IV).

Quand le fil à échauffer est très mince, comme dans les bolomètres, la matière est assez indifférente si la fréquence n'est pas extrêmement élevée, car pour toutes les matières $\varkappa$ est assez petit et la résistance effective $\mathfrak{w}$ sera approximativement égale à la résistance w pour courant constant, donc indépendante de la fréquence (*). On emploie des

(*) Le bolomètre employé pour les mesures (Chapitres XIV et XV) avait un fil de fer de $0^{mm},025$ de diamètre. Pour $n = 10^7$/sec, on avait $\varkappa = 0,845$ et $\frac{\mathfrak{w}}{w} = 1,15$ avec $\frac{\sigma}{\sigma_{Hg}} = 8$ et $\frac{\mu}{\mu_0} = 100$; pour $n = 10^6$/sec, $\frac{\mathfrak{w}}{w} = 1,005$ seulement.

Digitized by Google

fils de fer pour les bolomètres, parce que la résistance du fer croît rapidement avec la température, ce qui est un avantage pour la sensibilité (43 *c*).

244. Influence de l'amortissement. — *a*. Dans le dispositif de la figure 379, on a d'abord amené les électrodes e_1 et e_2 au contact, par conséquent annulé la résistance électrolytique, lu l'indication du thermique et la distance d'éclatement F_1 (**253** *a*); ensuite on a augmenté progressivement la résistance électrolytique w dans le circuit, en relevant toujours pour chaque position les indications du thermique et la distance d'éclatement F_1. On a ainsi obtenu le Tableau suivant :

w en ohms.	F_1 en mm.	a (*) en mm.	α (*) en amp.	$\frac{\delta}{\delta_0}$.
0	4,5	170	1,02	
7	4,5	95	0,70	2,2
12	4,5	80	0,63	2,7
17	4,5	70	0,58	3,2
42	4,1	40	0,42	6
92	3,9	25	0,32	10

Les indications du thermique diminuent donc très rapidement quand la résistance augmente dans le circuit.

Cela ne tient pas à ce que l'introduction de la résistance change beaucoup l'amplitude de l'oscillation; tant que la distance d'éclatement F_1 reste constante, il en est de même de l'amplitude initiale de l'oscillation (**253** *c*). Mais l'introduction de la résistance électrolytique, qui laisse le coefficient de self-induction à peu près invariable, augmente beaucoup l'amortissement de l'oscillation (**219** *a*). La raison de cette forte décroissance des indications du thermique ne peut être cherchée que dans cet amortissement plus considérable.

b. Un regard jeté sur les figures 382 et 383 montre que ces indications, pour une même amplitude, dépendent de l'amortissement. Dans la figure 382 on a représenté l'effet calorique wi^2 d'une oscillation faiblement amortie, et dans la figure 383 celui d'une oscillation fortement amortie (courbe continue); la somme des régions ombrées représente dans chaque figure le développement total de chaleur. On voit immédiatement qu'il est bien supérieur pour une oscillation peu amortie.

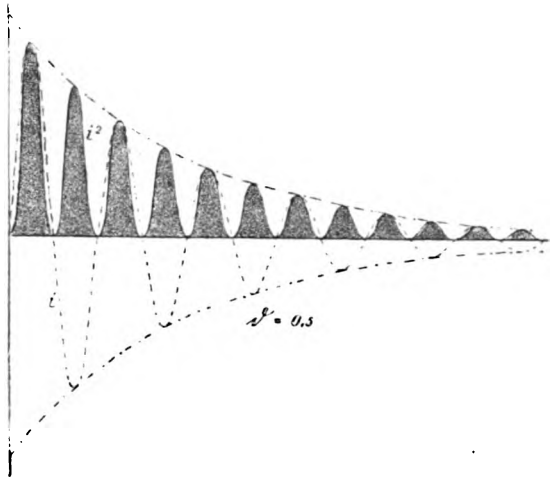
c. On ne peut développer d'une façon élémentaire la relation qui

(*) a est la déviation en millimètres lue directement, α est en ampères le courant constant qui donnerait la même déviation.

Digitized by Google

existe entre le développement de chaleur et l'amortissement. Le calcul

Fig. 382.



intégral ([135]) montre ce qui suit. Soient δ le facteur d'amortissement de l'oscillation, i_0 l'amplitude initiale; la chaleur développée par une

Fig. 383.

décharge unique dans un fil de résistance effective w est

$$(1) \qquad W = w i_0^2 \frac{1}{4\delta\left[1 + \left(\frac{\delta}{\pi n}\right)^2\right]}.$$

Digitized by Google

Si l'oscillation n'est pas très amortie, δ^2 est petit par rapport à $(\pi n)^2$ (222), et l'on a approximativement

$$(2) \qquad W = \varpi \frac{i_0^2}{4\delta} \quad (*).$$

L'effet calorifique donné par les instruments est

$$(2\,a) \qquad I_w = b\varpi \frac{i_0^2}{4\delta},$$

b étant le nombre de décharges par seconde.

L'indication du thermique est donc à peu près en raison inverse du facteur d'amortissement.

d. La relation (2) est surtout importante, parce qu'elle montre comment le thermique peut être employé pour mesurer l'amortissement. On produit dans un tel instrument des oscillations d'amplitudes initiales i_{10} et i_{20}, mais de même fréquence et ayant le même nombre de décharges. On obtient les indications a_1 et a_2, qui correspondent pour un courant constant aux forces de courant α_1 et α_2. Si δ_1 et δ_2 sont les facteurs d'amortissement des deux oscillations, on a, d'après la relation (2) et (43),

$$(3) \qquad \frac{\dfrac{i_{10}^2}{\delta_1}}{\dfrac{i_{20}^2}{\delta_2}} = \frac{\alpha_1^2}{\alpha_2^2},$$

ou, si les amplitudes sont les mêmes,

$$(4) \qquad \frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{\alpha_2^2}{\alpha_1^2},$$

ou, si les indications a_1 et a_2 sont proportionnelles à i^2 (i courant dans le thermique) (43 a),

$$(5) \qquad \frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{a_2}{a_1}.$$

Puisque, dans l'expérience de a, δ représente le facteur d'amortissement quand on a introduit dans le circuit à condensateur la résistance électrolytique, et δ_0 le facteur d'amortissement quand cette résistance est enlevée du circuit, on peut calculer par l'égalité (4) $\frac{\delta}{\delta_0}$

(*) L'exactitude de cette formule est la même que celle de la formule de Thomson $n = \frac{1}{\pi\sqrt{pc}}$.

Digitized by Google

des nombres α donnés dans le Tableau de a. On a donné dans ce Tableau les valeurs ainsi obtenues pour $\frac{\delta}{\delta_0}$.

245. Calcul de l'amplitude par les indications du thermique. — *a*. Il ressort de **241**, qu'on ne peut déduire l'amplitude du courant des indications de cet instrument qu'en tenant compte de tous les facteurs qui entrent dans la question. Si l'on se sert des thermiques des figures 42 et 43, il faut encore faire attention à un autre phénomène. Si l'on met un tel instrument sur le trajet d'un conducteur parcouru par un courant à haute tension, on obtient des déviations par l'action du champ électrique oscillatoire dans la partie creuse du flacon de verre. Les indications de l'instrument ne dépendent plus alors du courant dans le fil et il devient complètement inutilisable. On reconnaît que l'on est dans ce cas quand, lorsqu'on approche une feuille de tain ou la main de la paroi de l'instrument, la déviation marche vers le haut ([136]).

b. Si l'on évite de telles circonstances, les thermiques sont très utiles pour comparer deux amplitudes i_{10} et i_{20}, quand dans les deux cas la fréquence n, le facteur d'amortissement δ et le nombre de décharges b sont les mêmes. Si l'on obtient les indications α_1 et α_2, avec l'instrument mesuré en courant constant dans les deux cas (**43**), on tire de l'égalité (2 *a*) de **244** et de **43**

$$\frac{i_{10}}{i_{20}} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}.$$

c. La valeur réelle de l'amplitude du courant, dans une oscillation amortie, peut être aussi obtenue quand on connaît le nombre de décharges b, la fréquence n et le facteur d'amortissement δ de l'oscillation.

Soit, par exemple, $n = 10^6$/sec, $\delta = 0,05.10^6$ correspondant à un décrément $\delta = 0,1$ (*fig.* 358), $b = 50$/sec.

Le thermique a un fil de platine de $0^{mm},1$ de rayon; mesuré au courant continu il donne α ampères.

L'effet calorifique L_w dans le fil est, d'après **244**, égalité (2 *a*),

$$L_w = b\frac{w i_0^2}{4\delta} = \frac{w i_0^2 50}{4.0,05.10^6} = \frac{w i_0^2}{4.10^3},$$

w étant la résistance effective du fil de platine.

Comme cet effet calorifique doit être égal à celui produit par α ampères en courant continu, on a :

$$L_w = \frac{w i_0^2}{4.10^3} = w\alpha^2 \qquad (43),$$

Digitized by Google

w étant la résistance du fil de platine pour le courant continu, donc :

$$i_0 = \sqrt{\frac{w}{\varpi}}\sqrt{4000}\,\alpha = \sqrt{\frac{w}{\varpi}}\,63\,\alpha \text{ ampères.}$$

Un calcul, d'après les règles de **233**, montre que dans le cas présent $\frac{w}{\varpi}$ ne diffère pas beaucoup de 1. On a donc approximativement

$$i_0 = 63\,\alpha \text{ ampères.}$$

La donnée α de l'instrument doit être multipliée par **63**, pour que l'on ait en ampères l'amplitude véritable du courant.

d. L'exemple montre combien la sensibilité des thermiques, pour la mesure des amplitudes des courants à haute fréquence, est différente de celle pour les courants stationnaires ou les lentes oscillations. Si l'instrument est gradué pour $\frac{1}{100}$ d'ampère de courant constant (*voir* **82**, **227**), d'après l'exemple précédent il ne donnera que les 0,6 ampère pour cette oscillation.

e. Dans la plupart des cas on ne connaîtra pas le facteur d'amortissement, et l'on ne pourra par suite obtenir l'amplitude de l'oscillation.

Seulement les thermiques qui fournissent une valeur moyenne de i^2, c'est-à-dire l'effet du courant

$$i^2_{\text{eff}} = b\,\frac{i_0^2}{4\delta},$$

donnent une valeur qui est souvent plus importante que l'amplitude elle-même.

246. Remplacement du thermique par l'électromètre. — *a*. Deux points P_1 et P_2 (*fig.* 384) d'un conducteur, dans lequel se propagent des oscillations rapides, sont réunis à deux petites plaques C_1 et C_2. Entre ces deux plaques se déplace une aiguille métallique N, portée par une suspension bifilaire en fils de cocon (**6** *a*). On sait que le moment de rotation qui agit sur l'aiguille est proportionnel au carré de l'intensité du champ électrique E entre les plaques, et par suite à $\mathcal{V}^2$, $\mathcal{V}$ étant la tension entre les plaques, ou, ce qui revient au même, entre les points P_1 et P_2. Comme l'aiguille ne peut suivre les variations rapides de $\mathcal{V}^2$, c'est la valeur moyenne de cette quantité qui détermine la position de l'aiguille.

De même que d'après **245** *e* la valeur moyenne de i^2 est $b\,\frac{i_0^2}{4\delta}$, la valeur moyenne de $\mathcal{V}^2$, c'est-à-dire l'effet de la tension, sera

$$\mathcal{V}^2_{\text{eff}} = b\,\frac{\mathcal{V}_0^2}{4\delta}.$$

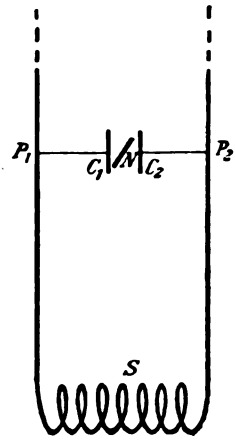
Digitized by Google

Cette grandeur est approximativement proportionnelle au déplacement de l'aiguille.

Mais, comme d'après **250**, $\mathcal{V}_0$ est proportionnel à i_0, le déplacement de l'aiguille mesure aussi l'effet du courant.

b. Cette mesure électrométrique a beaucoup d'avantages sur l'emploi des thermiques. Ceux-ci, pour avoir une certaine sensibilité, doivent avoir une assez grande résistance. Si on les intercale dans un circuit, ils absorbent beaucoup d'énergie, et changent par suite souvent la résistance et l'amortissement du circuit. Par contre un électromètre

Fig. 384.



de l'espèce indiquée ne dépense pas sensiblement d'énergie, et ne change pas pour ainsi dire l'amortissement. Les inconvénients de l'électromètre sont sa capacité, qui peut influer sur la manière dont se comporte le courant, et son peu de maniabilité, provenant de ce que, pour obtenir une certaine sensibilité, il faut lire les déplacements de l'aiguille à l'aide d'un miroir et d'une échelle graduée.

c. Pour la pratique des mesures, on recommande l'électromètre utilisé avec profit pour la première fois par V. Bjerknes ([137]), et dont la figure 385 représente une coupe verticale et la figure 386 une vue d'en haut. Deux quadrants Q_1 et Q_2, semblables à ceux des électromètres à quadrant, remplacent les plaques C_1 et C_2 de la figure 384, et sont réunis aux points P_1 et P_2 du circuit. L'aiguille mobile est de la forme indiquée N dans la figure 386, elle est pourvue d'un petit miroir S et d'un amortisseur à air ou à liquide D. Les déviations du spot sont lues à la lunette sur une échelle. Il est très important de relier les

Digitized by Google

quadrants et l'aiguille (par l'intermédiaire de l'amortisseur D), au moyen de fortes résistances (cordes mouillées). On évitera ainsi les

Fig. 385.

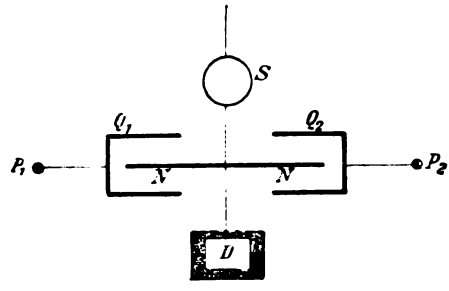
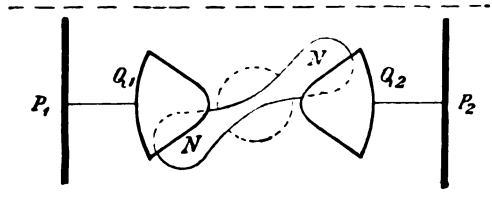


Fig. 386.



troubles venant de la charge constante de l'aiguille. Les oscillations dans le circuit ne sont guère influencées par ce dispositif (**252**).

247. Remplacement du thermique par le dynamomètre. — On peut aussi employer pour les oscillations amorties d'une fréquence quelconque l'appareil de Fleming pour la mesure des courants alternatifs (**164**). Hertz ([138]) a, par exemple, utilisé un dispositif, qui ne diffère pas en principe de celui de Fleming, pour étudier des oscillations très rapides $n = 5.10^7$/sec environ. D'après le même principe, N. Papalexi ([139]) a construit un instrument de mesure, qui est assez approprié à l'étude des oscillations des circuits à condensateur.

Une vue de côté schématique est donnée par la figure 387 et une vue d'en dessus, par la figure 388. Au lieu d'une bobine verticale (S, figure 254), comme à l'appareil Fleming, on a ici quatre paires de bobines disposées horizontalement comme partie fixe que parcourent les oscillations, les bobines de chaque paire étant montées sur le même axe vertical. La partie mobile, qui comprend la plaque de métal K dans la figure 254, se compose de quatre carrés horizontaux en

Digitized by Google

aluminium (*fig* 388), qui sont reliés à la palette de l'amortisseur D et au miroir. Le tout est soutenu bifilairement par du fil de cocon. Chaque carré se trouve en partie entre les deux bobines d'une même paire; si on lance le courant alternatif au travers des bobines, les carrés se placent de manière à être traversés par le minimum de

Fig. 387.

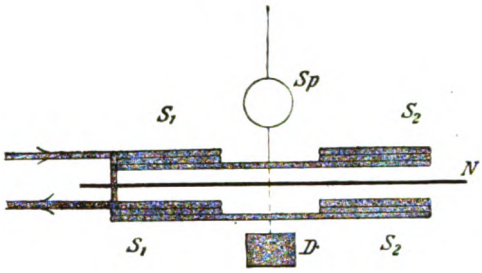
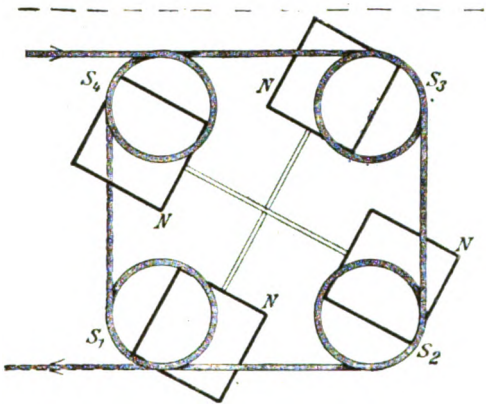


Fig. 388.



lignes d'induction (**162**), ils sont donc chassés de l'espace séparant les bobines d'une même paire et déplacent le miroir. On lit l'angle correspondant sur l'échelle avec une lunette.

L'angle ainsi lu est, comme pour le bolomètre (**43** et **245** *e*), proportionnel à la valeur moyenne de i^2, c'est-à-dire à l'effet du courant oscillatoire dans les bobines. La sensibilité de l'instrument est comparable à celle du bolomètre. Par rapport à celui-ci, lorsque l'amortissement des oscillations du miroir est le même que pour un bon galvanomètre, l'instrument présente peu de désavantages. Son coeffi-

Digitized by Google

cient de self-induction assez considérable est dans certains cas un avantage, pour d'autres un inconvénient (**329** *c*). Une qualité précieuse de l'instrument est son insensibilité aux perturbations magnétiques, entre autres à celles venant de la bobine d'induction.

IV. — Relation entre le courant et la FEM ou la tension dans les circuits sans condensateur.

248. Relations générales pour les oscillations amorties. — *a*. La simple réflexion montre l'exactitude de la proposition suivante : la résultante de deux oscillations amorties, de même fréquence et de même amortissement (*), est encore une oscillation amortie ayant la même fréquence et le même amortissement.

L'amplitude et la phase se déterminent par les vecteurs-diagrammes, comme pour les oscillations non amorties (**62**).

b. Lorsqu'une grandeur $\mathfrak{B}$ est reliée à une oscillation amortie $\mathfrak{A}$ par la relation

$$\mathfrak{B} = \pm k\mathfrak{A}' \qquad (\textit{voir } 65 \text{ et } 66),$$

où k est un facteur de proportionnalité positif et constant, il est facil de prouver, à l'aide du calcul différentiel, que $\mathfrak{B}$ est aussi une oscillation amortie de mêmes fréquence et amortissement que $\mathfrak{A}$.

Pour l'amplitude de $\mathfrak{B}$ on a

$$\mathfrak{B}_0 = \mathfrak{A}_0\sqrt{\pi^2 n^2 + \delta^2} = \pi n \mathfrak{A}_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\delta}{\pi n}\right)^2}$$

$$= \pi n \mathfrak{A}_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\mathfrak{d}}{2\pi}\right)^2} \qquad [\textbf{217}, \text{ égalité } (4)],$$

et pour la phase, si

$$\mathfrak{B} = +k\mathfrak{A}',$$

on a

$$\sphericalangle(\mathfrak{B}, \mathfrak{A}) = -(90^\circ + \psi),$$

c'est-à-dire que $\mathfrak{B}$ est en avance sur $\mathfrak{A}$ d'un angle phase de $90^\circ + \psi$; si le facteur de proportionnalité est négatif, c'est-à-dire si

$$\mathfrak{B} = -k\mathfrak{A}',$$

on a

$$\sphericalangle(\mathfrak{B}, \mathfrak{A}) = +(90^\circ - \psi),$$

(*) C'est-à-dire de la forme [55 *b* et 217, égalité (1)] $\mathfrak{A}_1 = \mathfrak{A}_{10} e^{-\delta t} \sin(\pi n t + \varphi_1)$, $\mathfrak{A}_2 = \mathfrak{A}_{20} e^{-\delta t} \sin(\pi n t + \varphi_2)$.

Digitized by Google

c'est-à-dire que $\mathfrak{B}$ est en retard sur $\mathfrak{A}$ d'un angle phase de $90^\circ - \psi$. ψ représente un angle compris entre 0° et 90°, et donné par la relation

$$\operatorname{tang}\psi = \frac{\delta}{\pi n} = \frac{\mathfrak{d}}{2\pi}.$$

Pour des oscillations qui ne sont pas très amorties, δ est petit par rapport à πn, ou $\mathfrak{d}$ par rapport à 2π; on a, d'une manière très approchée, comme pour les oscillations non amorties (*),

$$\mathfrak{B}_0 = \pi n \mathfrak{A}_0,$$

$$\measuredangle(\mathfrak{B}, \mathfrak{A}) = \mp 90^\circ.$$

249. Relations fondamentales. — *a.* La théorie ([128]) donne pour un circuit de courant alternatif quasi stationnaire d'une fréquence quelconque

(1) $$i\mathfrak{w} = \mathcal{E}_a - \mathfrak{p}i'$$

ou

(2) $$i\mathfrak{w} = \mathcal{E}_a + \mathcal{E}_i,$$

lorsque

(3) $$\mathcal{E}_i = -\mathfrak{p}i'$$

est la FEM induite.

On a ainsi les mêmes relations que celles développées à **85** et **86** pour les oscillations lentes; la seule différence est que, à la place des valeurs w et p relatives au courant stationnaire, on a employé $\mathfrak{w}$ et $\mathfrak{p}$ relatives au courant oscillatoire (**).

b. Pour les oscillations non amorties, on tire de l'égalité (2), exactement comme à **86** *c* (***), pour le circuit total,

(4) $$\left\{\begin{aligned} i_0 &= \frac{\mathcal{E}_{a_0}}{\mathfrak{z}}, \\ \mathfrak{z} &= \sqrt{\mathfrak{w}^2 + (\pi n \mathfrak{p})^2}, \\ \operatorname{tang}(i, \mathcal{E}_a) &= \frac{\pi n \mathfrak{p}}{\mathfrak{w}}. \end{aligned}\right.$$

(*) Pour $\mathfrak{d} = 0{,}3$, oscillation déjà très amortie, on a

$$\mathfrak{B}_0 = \pi n \mathfrak{A}_0 . 1{,}001, \qquad \psi = 2^\circ{,}7.$$

(**) Il eût déjà été plus exact de faire cette substitution à 86, cependant les valeurs de w et de p sont suffisamment exactes tant qu'il s'agit d'oscillations lentes (234 *a* et 240 *c*).

(***) Mais aussi sans tenir compte de l'état initial au commencement des oscillations (*voir* 93).

Digitized by Google

De même pour un segment de circuit, entre les extrémités duquel existe la tension $\mathfrak{V}$,

$$(5)\qquad \begin{cases} i_0 = \dfrac{\mathfrak{V}_0}{\mathfrak{z}}, \\ \mathfrak{z} = \sqrt{\mathfrak{w}^2 + (\pi n \mathfrak{p})^2}, \\ \operatorname{tang}(i, \mathfrak{V}) = \dfrac{\pi n \mathfrak{p}}{\mathfrak{w}}. \end{cases}$$

c. Mais si la FEM extérieure $\mathcal{E}_a$ ou $\mathfrak{V}$ a une oscillation amortie (fréquence n, facteur d'amortissement δ), il faut remplacer les égalités (4) et (5) par ([150])

$$(6)\qquad \begin{cases} i_0 = \dfrac{\mathcal{E}_{a_0}}{\mathfrak{z}} \quad \text{ou} \quad \dfrac{\mathfrak{V}_0}{\mathfrak{z}}, \\ \mathfrak{z} = \sqrt{(\mathfrak{w} - \mathfrak{p}\delta)^2 + (\pi n \mathfrak{p})^2}, \\ \operatorname{tang}(i, \mathcal{E}_a) \quad \text{ou} \quad \operatorname{tang}(i, \mathfrak{V}) = \dfrac{\pi n \mathfrak{p}}{\mathfrak{w} - \mathfrak{p}\delta}, \end{cases}$$

c'est-à-dire que pour une oscillation amortie on remplace tout simplement $\mathfrak{w}$ par $\mathfrak{w} - \mathfrak{p}\delta$.

d. Toutes ces relations ne sont valables que si les hypothèses de **239** *a* sont remplies. La deuxième ne l'est qu'autant qu'on peut réaliser facilement un courant quasi stationnaire.

250. Cas limites. — On a distingué dans **88** les deux cas limites suivants :

I. Inductance très petite par rapport à la résistance, circuit sans induction.

II. Inductance très grande par rapport à la résistance.

Il est établi que, dans la limite des fréquences techniques, tous les conducteurs filiformes, ne contenant pas de bobine, doivent être regardés comme sans induction, et que le cas II ne s'applique qu'aux bobines à noyau de fer.

a. Un exemple simple fera comprendre qu'il en est tout autrement pour les fréquences de 10^6/sec et au-dessus.

Dans **212** *c* et **240** on a considéré un circuit à condensateur de fréquence 3.10^6/sec, dont le conducteur était formé par un cercle de 50^{cm} de diamètre en fil de cuivre de 5^{mm} de diamètre. On avait

$$\mathfrak{w} = 0{,}0316 \text{ ohm} = 3{,}16.10^7 \text{ C.G.S.},$$
$$\mathfrak{p} = 1472 \text{ C.G.S.},$$

Digitized by Google

donc

$$\pi n \mathfrak{p} = \pi 3.10^6.1472 = 1,39.10^{10} \text{ C.G.S.},$$

$$\frac{\pi n \mathfrak{p}}{\mathfrak{w}} = 439.$$

L'inductance est donc environ 400 fois supérieure à la résistance.

Seulement ici le fil est gros. Si l'on suppose un fil de 1^{mm} de diamètre, on a

$$\mathfrak{w} = 0,17 \text{ ohm} = 1,7.10^8 \text{ C.G.S.},$$

$$\mathfrak{p} = 1977 \text{ (Table IX)} + 17 \text{ (239 } c) = 1994 \text{ C.G.S.},$$

donc

$$\frac{\pi n \mathfrak{p}}{\mathfrak{w}} = 110.$$

L'inductance n'est plus maintenant que 100 fois supérieure à la résistance.

Si l'on remplace le fil par un tube de verre, de diamètre intérieur égal à 1^{mm}, plein d'électrolyte, par exemple d'une dissolution concentrée de sulfate de cuivre, on a

$$\mathfrak{w} = w \text{ (234 } c) = 4,42.10^5 \text{ ohms (Table III)} = 4,42.10^{14} \text{ C.G.S.},$$

$$\mathfrak{p} = p \text{ (239 } c) = 1977 \text{ (Table IX)} + 79 \text{ (239 } c) = 2056 \text{ C.G.S.},$$

donc

$$\frac{\pi n \mathfrak{p}}{\mathfrak{w}} = 4,39.10^{-5}.$$

L'inductance est donc très petite par rapport à la résistance (cas I).

De ces exemples on tire la règle suivante facile à vérifier : Si la fréquence de l'oscillation est de l'ordre de grandeur de 10^6 et au-dessus, les conducteurs qui, pratiquement, sont sans induction, ne peuvent être remplacés que par des électrolytes. Dans tous les conducteurs, formés de fils de cuivre dont le diamètre n'est pas excessivement faible, la résistance est très petite par rapport à l'inductance.

b. Dans les deux cas limites I et II, les relations entre le courant et la tension ou FEM sont extrêmement simples.

1° Dans le cas I (résistance électrolytique), $\pi n \mathfrak{p}$ est petit par rapport à $\mathfrak{w}$. On peut mettre les égalités (6) de **249** sous la forme

$$\mathfrak{z} = \mathfrak{w}\sqrt{\left(1 - \frac{\pi n \mathfrak{p}}{\mathfrak{w}} \frac{\delta}{\pi n}\right)^2 + \left(\frac{\pi n \mathfrak{p}}{\mathfrak{w}}\right)^2},$$

$$\operatorname{tang}(i, \mathcal{E}_a) = \frac{\pi n \mathfrak{p}}{\mathfrak{w}\left(1 - \frac{\pi n \mathfrak{p}}{\mathfrak{w}} \frac{\delta}{\pi n}\right)},$$

$\frac{\pi n \mathfrak{p}}{\mathfrak{w}}$ est dans ce cas limite très petit par rapport à 1. $\frac{\delta}{\pi n} = \frac{\mathfrak{d}}{2\pi}$ est

Digitized by Google

toujours petit par rapport à 1, tant que l'oscillation n'est pas très amortie (**222**). On a donc approximativement, pour un circuit sans induction,

$$(1)\quad \begin{cases} i_0 = \dfrac{\mathcal{E}_{a_0} \text{ ou } \mathcal{V}_0}{\mathfrak{w}}, \\ \measuredangle(i, \mathcal{E}_a) \quad \text{ou} \quad \measuredangle(i, \mathcal{V}) = 0. \end{cases}$$

2° Dans le cas II (circuit composé de fil pas trop mince, de métal bon conducteur non ferromagnétique), $\pi n \mathfrak{p}$ est très grand par rapport à $\mathfrak{w}$, les égalités (6) de **249** deviennent approximativement, pour des oscillations pas trop amorties,

$$(2)\quad \begin{cases} i_0 = \dfrac{\mathcal{E}_{a_0} \text{ ou } \mathcal{V}_0}{\pi n \mathfrak{p}}, \\ \measuredangle(i, \mathcal{E}_a) \quad \text{ou} \quad \measuredangle(i, \mathcal{V}) = 90^\circ. \end{cases}$$

Les égalités (1) et (2) sont exactement celles de **88** qui, dans les deux cas, donnaient les relations pour les oscillations non amorties. L'influence de l'amortissement sur l'amplitude et la phase du courant est donc, dans les deux cas, inexistante.

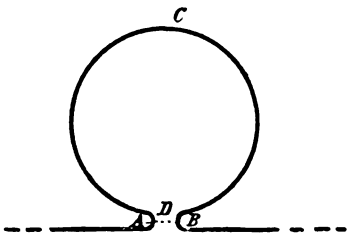
251. Conséquences pratiques. — *a*. En ce qui concerne les oscillations lentes où l'on utilise, en général, un coefficient de self-induction ou une résistance élevés, il est la plupart du temps indifférent de donner une longueur ou une forme quelconque aux connexions qui relient la bobine de réaction, la lampe à incandescence ou les instruments de mesure. Pour les oscillations quasi stationnaires de haute fréquence, l'amplitude du courant dans le fil conducteur dépend d'abord du coefficient de self-induction du conducteur (**250** *b*) qui ne sera d'ailleurs jamais très fort. Ce qui rend l'emploi des noyaux de fer dans les bobines très désavantageux, c'est qu'ils entraînent un haut coefficient de self-induction et une grande longueur de conducteur (**270**). La grande longueur de conducteur est impossible quand le courant doit rester quasi stationnaire (**227**). Mais si le conducteur a un faible coefficient de self-induction, celui-ci et, par suite, le courant varient beaucoup avec les circonstances, quand on change un peu la forme du conducteur ou qu'on intercale un instrument de mesure par des connexions même de quelques centimètres. Il faut donc bien veiller à cela dans les recherches sur les oscillations rapides.

b. Les relations (5) et (6) de **249** et (2) de **250**, pour une portion de circuit, montrent que l'on est autorisé à parler du coefficient de self-induction de cette partie comme d'une grandeur nettement déterminée

Digitized by Google

par sa forme (*). C'est à peu près le cas quand la partie considérée du circuit est formée par une bobine circulaire et, parfois aussi, quand elle est formée par une bobine rectiligne. Mais quand, dans un conducteur, on introduit un cercle presque fermé (*fig.* 389, ACB), le coef-

Fig. 389.



ficient de self-induction du conducteur total n'est nullement augmenté de celui du cercle tiré des formules de la Table VIII. Ces formules sont calculées dans l'hypothèse que le cercle constitue le conducteur entier, mais si l'on introduit le cercle en question dans un autre conducteur, les lignes d'induction qui le traverseront dépendront non seulement des dimensions du cercle, mais encore de celles du conducteur. Il ne serait pas légitime, dans ce cas, d'appliquer à la tension entre les points A et B et au courant i les relations de **250**, égalité (2),

$$\mathcal{V}_0 = \pi n \mathfrak{p} i_0$$

et de prendre pour $\mathfrak{p}$ la valeur tirée de la Table VIII ou de **239**.

D'ailleurs, on a alors ([141]), quand tout le reste du conducteur est constant,

$$i_0 = \frac{\mathcal{V}_0}{\mathfrak{z}},$$

$$\mathfrak{z} = \sqrt{(\mathfrak{w} - \mathfrak{q}\,\delta)^2 + (\pi n \mathfrak{q})^2}$$

ou, lorsque $\pi n \mathfrak{q}$ est très grand par rapport à $\mathfrak{w}$,

$$\mathcal{V}_0 = \pi n \mathfrak{q} i_0.$$

Mais le facteur de proportionnalité $\mathfrak{q}$ est en général différent du coefficient de self-induction $\mathfrak{p}$ du cercle ACB. Il est déterminé par le flux d'induction qui traverse le cercle quand il est intercalé dans le circuit.

(*) *Voir* les conséquences de la relation correspondante dans 87 *a* et nota de 34 *d*.

Digitized by Google

En conséquence : Si un circuit est composé de plusieurs parties dont les coefficients de self-induction sont calculés par la Table VIII (par exemple d'un cercle et d'un rectangle), on ne devra pas, en général, prendre pour coefficient de self-induction du circuit total la somme des coefficients de self-induction du cercle et du rectangle, calculés par la Table VIII. Les rapports des diverses parties se modifient totalement, comme pour deux bobines de réaction mises en série (**91**).

c. La figure 390 représente schématiquement un dispositif utilisable pour beaucoup d'expériences. Un circuit à condensateur CK induit des oscillations dans un fil fermé K contenant un thermique (ou un bolomètre), le fil fermé se trouvant à une distance suffisante pour que le circuit à condensateur ne subisse pas, de sa part, une réaction sensible (**316** *a*). On peut penser que peut-être l'indication de l'instrument augmentera proportionnellement au nombre de spires, si l'on remplace le cercle K par N spires semblables [$\mathcal{E}_a$ est proportionnel à N (**38** *d*)]. En fait, l'expérience prouve juste le contraire, en supposant que la résistance du fil du thermique ne soit pas très grande et que ses connexions soient courtes. Une expérience, par exemple, a donné les nombres indiqués ci-dessous :

Nombre de spires.	Données du thermique en ampères.
1	0,082
2	0,074
3	0,060
4	0,049
5	0,033
6	0,025

L'indication est donc maxima pour une seule spire. Une explication de ce fait est fournie par **250** *b*. Dans les hypothèses actuelles, on a approximativement pour le courant i dans le circuit comprenant le thermique,

$$i_0 = \frac{\mathcal{E}_{a_0}}{\pi n \mathfrak{p}} \qquad (250\ b),$$

dans laquelle $\mathfrak{p}$ est à peu près identique au coefficient de self-induction du fil du circuit. Ce dernier est, d'après **34** *c*, à peu près proportionnel à N^2, $\mathcal{E}_{a_0}$ est proportionnel à N, donc avec une certaine approximation,

$$i_0 \sim \frac{1}{N}.$$

Digitized by Google

Cette relation ne peut être exactement vérifiée sur les nombre précédents, parce que les hypothèses ne sont pas exactement remplies dans l'expérience.

d. Si l'on partage en deux branches la décharge d'un circuit à condensateur (*fig*. 391), i_1 et i_2 étant le courant dans ces branches, $\mathfrak{z}_1$

Fig. 390.

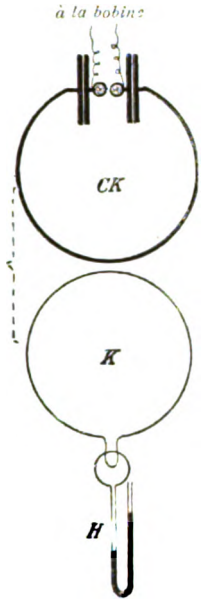
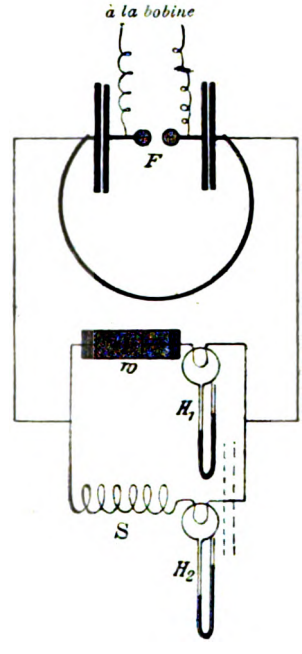


Fig. 391.



et $\mathfrak{z}_2$ leur impédance, on a, si l'égalité (6) de **249** est applicable aux deux branches ([142]),

$$\frac{i_{10}}{i_{20}} = \frac{\mathfrak{z}_2}{\mathfrak{z}_1}. \tag{1}$$

Si la branche 1 consiste essentiellement en une forte résistance électrolytique w, la branche 2 en un fil de coefficient de self-induction $\mathfrak{p}$ (*fig*. 391) (*), on tire de (1)

$$\frac{i_{10}}{i_{20}} = \frac{\pi n \mathfrak{p}}{w}. \tag{2}$$

(*) Ne pas tenir compte des lignes interrompues.

Digitized by Google

Si l'on met dans les deux branches des thermiques aussi sensibles que possible et si l'on règle la résistance électrolytique de sorte que les indications qu'ils donnent soient les mêmes, alors (**241**) l'amplitude du courant dans les deux branches sera la même et $w = \pi n \mathfrak{p}$; on peut utiliser ce dispositif de deux manières. Il peut montrer quelles valeurs élevées l'inductance d'un simple fil ou d'une bobine peuvent atteindre aux hautes fréquences. On peut aussi en tirer une méthode ([143]) pour déterminer la fréquence; si l'on connaît $\mathfrak{p}$ et w, l'égalité (2) donnera la fréquence n.

252. Conséquences pour les oscillations propres des circuits à condensateur. — Si l'amortissement d'un circuit à condensateur de capacité $= \mathfrak{c}$, de coefficient de self-induction $= \mathfrak{p}$ et de résistance $= \mathfrak{w}$ n'est pas extrêmement grand, de sorte que δ^2 puisse être négligé par rapport à $(\pi n)^2$, on peut alors appliquer au conducteur du circuit à condensateur la relation, [**250**, égalité (2)],

$$(1) \qquad i_0 = \frac{\mathfrak{V}_0}{\pi n \mathfrak{p}},$$

($\mathfrak{V}_0$ étant la tension initiale entre les armatures du condensateur), avec la particularité que, d'après (**209**),

$$(2) \qquad n = \frac{1}{\pi\sqrt{\mathfrak{p}\mathfrak{c}}}.$$

a. On déduit de l'égalité (1), que l'amplitude i_0 du courant, en première approximation, ne dépend guère de la résistance du circuit à condensateur. Une première confirmation de ce fait se trouve aux figures 369 et 370 qui se rapportent, d'après **221** *c*, à des circuits à condensateur de même espèce, de même coefficient de self-induction et de même tension initiale. Bien que la résistance dans le cas de la figure 370 soit beaucoup plus grande que dans celui de la figure 369, et que l'amortissement soit déjà considérable dans les deux cas ($\delta = 0,14$ ou $0,25$), les amplitudes de courant mesurées sur le cliché sont entre elles comme $\frac{51,6}{49,5}$ et diffèrent par suite très peu.

b. Quand la capacité et la tension sont les mêmes, c'est-à-dire qu'on a mêmes condensateurs et même longueur d'étincelle, on a

$$(3) \qquad i_0 = \frac{\text{constante}}{\sqrt{\mathfrak{p}}}.$$

La constante ne dépend plus de la fréquence.

Digitized by Google

Puisqu'on peut déterminer l'amplitude i_0 du courant jusqu'à la fréquence 10^6 environ avec les tubes de Braun (58), on déduit de la relation (3) une méthode simple pour comparer les coefficients de self-induction de bobines relativement petites, qu'on détermine avec difficulté directement par d'autres moyens. Si i_{10} est l'amplitude du courant quand le conducteur du condensateur est constitué par la bobine $\mathfrak{p}_1$, i_{20} par la bobine $\mathfrak{p}_2$, on tire de l'égalité (3)

$$\frac{\mathfrak{p}_1}{\mathfrak{p}_2} = \left(\frac{i_{20}}{i_{10}}\right)^2.$$

D'où l'on tire $\mathfrak{p}_2$, si l'on connaît la valeur de $\mathfrak{p}_1$ ([144]).

c. Quand on emploie pratiquement les circuits à condensateur (Chapitre XX), la fréquence, donc le produit de la capacité par le coefficient de self-induction, est connue en général. Si l'on se propose de construire un circuit à condensateur de fréquence donnée, on peut y arriver en combinant une capacité faible et un fort coefficient de self-induction, ou inversement.

Pour savoir si l'on a avantage à adopter l'un ou l'autre procédé, pour les circuits à condensateur sans étincelle, il suffit, en outre de l'égalité (1), de considérer les relations :

$$(4) \qquad \mathfrak{d} = \frac{\delta}{\frac{n}{2}} = \frac{\mathfrak{w}}{n\mathfrak{p}} = \pi^2 n \mathfrak{w} \mathfrak{c} \qquad (217 \text{ et } 209)$$

et

$$(5) \qquad W_c = \tfrac{1}{2}\mathfrak{c}\mathcal{V}_0^2 \qquad (40\ a).$$

Cette dernière apprend en outre que l'énergie W_c, que le condensateur et, par suite, le circuit à condensateur contiennent à l'instant initial, est proportionnelle à la capacité.

Il suit immédiatement de ces relations que : si l'on prend une grosse capacité et par suite un faible coefficient de self-induction, on a pour une tension donnée l'avantage d'une amplitude de courant supérieure, égalité (1), plus d'énergie, mais aussi l'inconvénient d'un amortissement plus fort. Pour la faible capacité et le grand coefficient de self-induction, c'est le contraire. Si l'on construit, par exemple, pour la fréquence $3,18.10^6$/sec, deux circuits à condensateur avec les dimensions suivantes :

I.		II.	
$\mathfrak{c}_1$	10.10^{-3} microfarad	$\mathfrak{c}_2$	$0,1.10^{-3}$ microfarad
$\mathfrak{p}_1$	1000 C.G.S.	$\mathfrak{p}_2$	100000 C.G.S.
$\mathfrak{w}_1$	0,1 ohm	$\mathfrak{w}_2$	1 ohm

Digitized by Google

on obtient, pour $\mathcal{V}_0 = 10000$ volts :

i_0.....	1000 ampères	i_{20}.....	10 ampères
W_{e1}.....	$0,5.10^7$ C.G.S.	W_{e2}.....	$0,5.10^5$ C.G.S.
$\mathfrak{d}_1$.....	0,03	$\mathfrak{d}_2$.....	0,003

Ceci suppose que pour I le conducteur est formé par un cercle de 30^{cm} de diamètre et de 1^{mm} de diamètre de fil, et pour II par une bobine contenant 10 de ces cercles.

Pour les circuits à condensateur avec étincelle, les relations sont tout autres; dans ce cas une forte capacité et un faible coefficient de self-induction correspondent non seulement à une grande énergie et à une forte amplitude du courant, mais aussi à un décrément relativement petit (**219** *b*).

d. L'exemple I montre quelles fortes amplitudes de courant on peut obtenir dans les expériences avec des circuits à condensateur de haute fréquence. Il semble contradictoire, avec cela, qu'on puisse, sans inconvénient, employer pour ces recherches des fils de 1^{mm} environ de diamètre. D'après les résultats obtenus pour les oscillations lentes, il semblerait que de tels fils dussent aussitôt brûler; la contradiction apparente s'explique quand on réfléchit que ces hautes intensités ne durent que très peu de temps. Pour le circuit à condensateur de l'exemple I dans *c*, après $1,4.10^{-4}$ seconde l'amplitude est devenue la millième partie, et après $2,4.10^{-4}$ seconde la cent-millième partie de ce qu'elle était au début de l'oscillation, elle n'est donc plus que de $\frac{1}{100}$ d'ampère. Même quand on a 100 décharges par seconde, l'amplitude du courant ne dépasse $\frac{1}{100}$ d'ampère que pendant $\frac{1}{40}$ du temps, pendant les $\frac{39}{40}$ du temps il ne passe pour ainsi dire rien dans le circuit. La valeur efficace du courant n'est donc pas bien grande (*voir* **244** et **245**).

e. L'effet extrêmement énergique que produit un tel circuit à condensateur s'explique de même. Si l'on suppose que dans le circuit à condensateur I de *c*, l'oscillation après $1,4.10^{-4}$ seconde peut être considérée comme pratiquement éteinte, l'énergie $0,5.10^7$ C.G.S. sera dissipée en $1,4.10^{-4}$ seconde, ce qui donne une énergie moyenne de

$$\begin{aligned}\frac{0,5.10^7}{1,4.10^{-4}} &= \text{environ } 4.10^{10} \text{ C.G.S.},\\ &= \text{environ } 4 \text{ kilowatts} \qquad (42),\\ &= \text{environ } 5 \text{ chevaux.}\end{aligned}$$

Cette forte puissance ne provient pas de ce qu'il y a eu un déplacement très élevé d'énergie, mais de ce que ce déplacement s'effectue en très peu de temps. Comme l'effet produit s'obtient en divisant l'énergie transformée par le temps de la transformation, on doit

Digitized by Google

obtenir un effet très puissant même avec une petite quantité d'énergie.

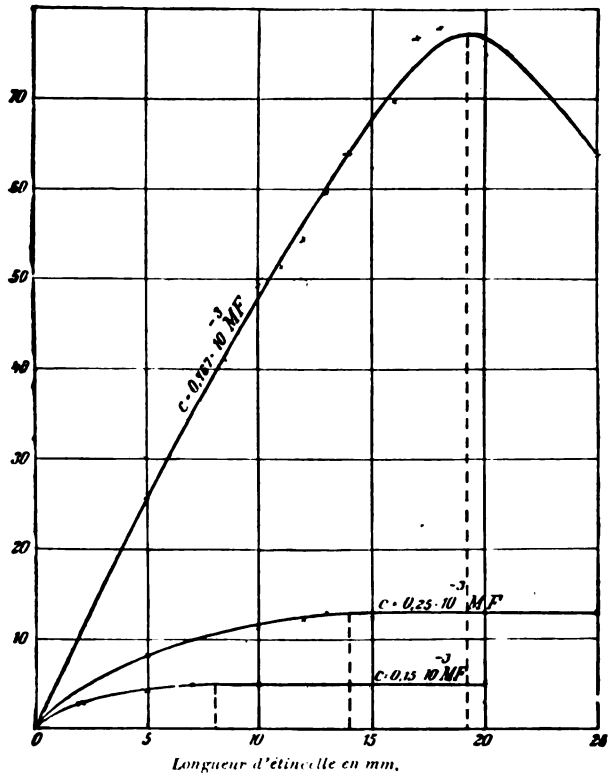
f. L'effet du courant de l'oscillation est, d'après **245** *e*,

$$= b \frac{i_0^2}{4\delta},$$

ou, d'après l'égalité (1) et **217**, égalité (2), si l'amortissement n'est dû qu'à la chaleur Joule,

$$(6) \qquad = b \frac{1}{2\pi^2 n^2} \frac{\mathfrak{V}_0^2}{\mathfrak{w}\mathfrak{p}} = b \frac{c}{2\mathfrak{w}} \mathfrak{V}_0^2 \quad (^*),$$

Fig. 392.



donc d'autant plus grand que le coefficient de self-induction est plus petit et que, pour la même fréquence, la capacité est plus grande. Pour les circuits à condensateur sans étincelle, on déduit de l'égalité (6) que l'effet du courant est proportionnel à $\mathfrak{V}_0^2$.

(*) Donc proportionnel à W_e (*c*).

Digitized by Google

Pour les circuits à condensateur avec étincelle, une augmentation de la tension initiale $\mathcal{V}_0$ exige un accroissement de la longueur de l'étincelle, et cet accroissement change la valeur du facteur d'amortissement δ (**218** et **219**). Comme l'effet du courant change avec la tension, tout dépend de quelle manière l'amortissement par étincelle δ_f varie dans ce cas avec la longueur de l'étincelle. La croissance de l'effet du courant avec l'augmentation de la tension doit, par exemple, être tout autre pour de grosses capacités que pour de petites (**219** *d*).

L'expérience vérifie ces conclusions. Si l'on mesure avec un thermique l'effet du courant des oscillations propres d'un circuit à condensateur, qu'on introduise le thermique dans le circuit ou qu'on prenne le dispositif de la figure 390 (**318**), on obtient pour l'accroissement de cet effet avec la longueur de l'étincelle des courbes telles que celles de la figure 392, qui sont les résultats de semblables mesures (*). L'effet du courant croît d'abord assez vite, mais à partir d'une longueur critique d'étincelle il ne croît plus beaucoup, mais reste constant ou même décroît. Cette longueur critique est d'autant plus petite que la capacité est plus faible. Pour des capacités de 1.10^{-3} microfarad et un diamètre des boules de l'éclateur de $1^{cm},5$, cette longueur est d'environ 2^{cm} (**).

253. Tension entre deux points d'un conducteur. — Pour la mesure de l'amplitude de la tension entre deux points d'un conducteur, on peut employer les tubes de Braun aussi bien que pour mesurer l'amplitude du courant (**58**). On ne peut guère les utiliser par exemple au delà d'une fréquence de 10^6/sec. Pour les fréquences au-dessus de 10^6/sec. la *distance d'éclatement* donne une certaine mesure de la grandeur de l'amplitude de la tension.

On réunit les deux points du circuit, entre lesquels doit être déterminée la différence de tension, par des connexions aussi courtes que possible, terminées par des boules de métal dont on peut faire varier l'intervalle régulièrement. On choisit cet intervalle de sorte que l'étincelle ne passe que juste. Cette distance des deux boules détermine la distance d'éclatement entre les deux points considérés, pour les boules données. Relativement à la mesure de la tension par cette distance d'éclatement, il faut observer ce qui suit :

On ne sait pas exactement comment varie la tension des oscillations avec la longueur de l'étincelle. La relation entre la distance d'éclate-

(*) Veiller pour de telles mesures à ce qui a été dit à 241 *d*.

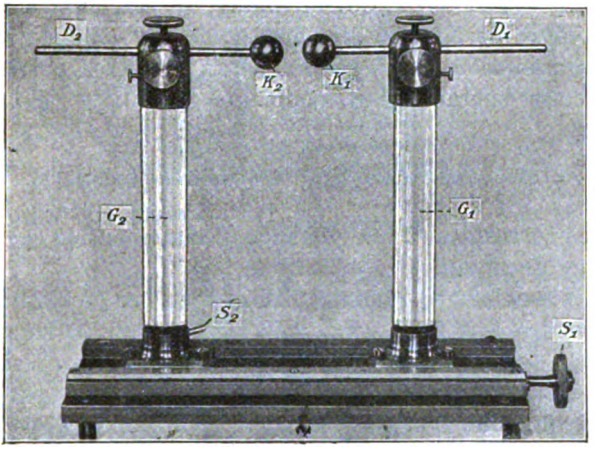
(**) Les boules sont en zinc. L'effet du courant dépend non seulement de la longueur d'étincelle mais aussi beaucoup du rayon des boules de l'éclateur (427).

Digitized by Google

ment et la tension est donnée par la Table XIX pour différents rayons de boules, autant qu'on a pu la déterminer jusqu'ici. Pour les fréquences des circuits à condensateur, $n = 10^6$ à 10^7/sec (**213** *a*), ces relations semblent encore exactes ([145]). Il n'en serait plus de même pour les très hautes fréquences ([146]). L'exactitude avec laquelle on peut mesurer la distance d'éclatement dépend beaucoup de la régularité avec laquelle l'oscillation peut être obtenue. Il ne faut donc employer dans ce but que de bons interrupteurs (**430**).

Pour mesurer la distance d'éclatement, on se sert pour le mieux du micromètre à étincelle. Cet instrument est constitué essentiellement par deux boules de métal isolées entre elles, dont la distance peut être réglée et lue sur une division (*fig.* 393). Le réglage de la distance

Fig. 393.



des boules peut se faire par une vis de pression S_2, qui permet le déplacement à la main d'un des supports G_2 et, pour le réglage précis, par une vis de rappel S_1. Les tiges D_1 et D_2 permettent d'enchâsser l'appareil dans un circuit de gros conducteurs (**408** *c*); deux petites connexions permettent également de le relier à des fils fins (par exemple ceux d'une bobine d'induction). Enfin les boules sont disposées de telle sorte qu'une étincelle ne puisse éclater entre d'autres points de l'appareil sous l'influence de fortes tensions.

Pour beaucoup de démonstrations, il est recommandé de remplacer les boules métalliques par des charbons de lampe à arc. Les étincelles entre les charbons sont plus brillantes qu'entre les boules.

b. Pour la grandeur de la tension $\mathfrak{V}_0$ entre deux points d'un circuit

Digitized by Google

métallique, on a la relation [**250**, égalité (2)]

$$\mathcal{V}_0 = \pi n \mathfrak{p} i_0,$$

$\mathfrak{p}$ est le coefficient de self-induction du segment du circuit entre les points considérés, à condition que l'égalité (2) de **250** soit applicable (**251** *b*).

D'après **250** *a* on sait que l'inductance $\pi n \mathfrak{p}$ peut atteindre, pour un circuit métallique, des valeurs relativement élevées avec les hautes fréquences des circuits à condensateur; il en est de même de i_0, amplitude du courant (**252** *d*). Il résulte de ces deux circonstances que la valeur de la tension, entre deux points d'un fil conducteur séparés par une petite longueur de conducteur, peut être très grande pour les oscillations rapides.

Si l'on suppose qu'un circuit à condensateur contienne une petite bobine, dont le coefficient de self-induction soit égal à celui d'un cercle de cuivre de 50^{cm} de diamètre et de 5^{mm} de diamètre de fil, pour une fréquence de 3.10^6/sec (**250** *a*), la tension $\mathcal{V}_0$ entre les extrémités de cette bobine serait, pour une amplitude de courant de 1000 ampères,

$$= 13,9 \text{ ohms} \times 1000 \text{ ampères} = \text{environ } 14000 \text{ volts}.$$

Ce voltage correspond à une distance d'éclatement de 4^{mm} entre des boules de 1^{cm} de rayon.

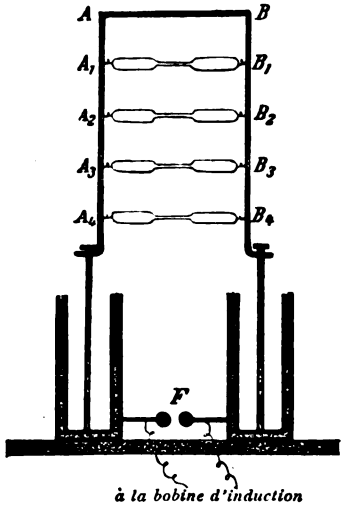
Ces hautes tensions se démontrent fort bien par l'appareil suivant, inventé et utilisé par Tesla (*fig.* 394). On intercale un éclateur entre les armatures extérieures de deux bouteilles de Leyde, qui sont reliées aux pôles d'une bobine d'induction et bien isolées. Les armatures intérieures sont reliées par un rectangle de fil de cuivre épais A_1ABB_1. A des distances régulièrement espacées sur les côtés A_1, A_2, A_3, A_4, B_1, B_2, ..., sont fixés des crochets qui supportent des tubes de Geissler. Dès que l'on met en action la bobine et que des oscillations se produisent dans le circuit, les tubes se mettent à briller. Comme les tubes de Geissler ont besoin pour briller d'une tension de plusieurs centaines de volts, il en résulte qu'entre les points A_1B_1 ou A_2B_2, ... se trouve une très forte tension, bien qu'ils ne soient séparés que par une faible longueur de fil. L'éclat des tubes, allant en croissant à partir du haut vers le bas, montre la distribution des tensions le long du fil. Si l'on veut mesurer exactement les tensions, il faut déplacer le long du rectangle et parallèlement à AB un micromètre à étincelle.

c. D'après *a*, on peut déterminer approximativement, par la mesure de la distance d'éclatement, l'amplitude de la tension entre deux

Digitized by Google

points d'un circuit; mais d'après 250, égalité (2), l'amplitude du courant est proportionnelle à celle de la tension dans le circuit. Donc la mesure de l'amplitude de la tension entre deux points donne aussi une mesure pour l'amplitude du courant. On a donné, à 244 *a*, un

Fig. 394.



exemple de l'emploi de la distance d'éclatement pour mesurer l'amplitude du courant.

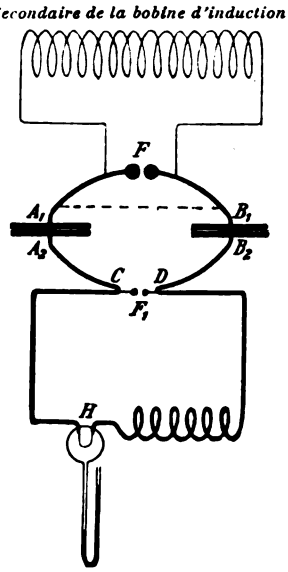
Le dispositif de la figure 379 montre que la distance d'éclatement F_1 reste constante quand on introduit une résistance dans le circuit; elle ne commence à diminuer que lorsque la résistance introduite atteint de très hautes valeurs. C'est aussi une vérification de ce qu'on avait dit à 252 *a*, à savoir que l'amplitude du courant est en première approximation indépendante de la résistance du circuit. Cette influence ne se fait sentir sur l'amplitude du courant que pour de très hautes valeurs de la résistance.

254. Isolement des conducteurs à oscillations rapides. — *a*. D'après 253 *b* on a vu que la tension entre deux points d'un circuit pouvait atteindre de très hautes valeurs pour les oscillations rapides; on doit donc veiller à ce que les portions de circuit, entre lesquelles règne cette différence de tension, ne se rapprochent pas trop, sans quoi (253 *a*) il risque de se produire des étincelles. On peut montrer par le dispositif de la figure 395 quel peut être le résultat de semblables étincelles. Si l'on éloigne assez les boules du micromètre

Digitized by Google

à étincelle F_1 pour que l'étincelle ne passe plus, le thermique indique une certaine valeur pour le courant normal qui passe dans le circuit à condensateur; dans une expérience, par exemple, on avait 1,05 amp. Si l'on vient à rapprocher les boules de F_1 assez pour que l'étincelle éclate à nouveau, l'indication du thermique tombe à 0,75 amp. et

Fig. 395.



descend de plus en plus à mesure que l'on rapproche les boules de F_1.

Quand les étincelles passent par F_1, il s'établit deux dérivations du courant, l'une passant par CF_1D, l'autre par CHD. La branche CF_1D a une résistance qui n'est pas négligeable, mais qui, pourtant, quand la distance entre les boules de F_1 n'est pas très grande, ne dépasse pas quelques ohms; l'inductance de cette dérivation est, à cause de sa faible longueur, très petite. La branche CHD n'a, il est vrai, qu'une faible résistance, mais a parfois une inductance élevée. Comme la répartition du courant dans les deux branches est en raison inverse de leur impédance (251 *d*), il passera en réalité plus de courant par CF_1D que par CHD. Les oscillations dans la branche CHD seront donc très affaiblies quand l'étincelle passera par F_1 (*).

b. On voit donc qu'il faut à tout prix éviter les étincelles; si l'on ne peut y arriver en écartant assez les diverses parties du circuit, on

(*) En supposant toutefois que la production de l'étincelle n'ait pas beaucoup changé l'oscillation.

Digitized by Google

tâchera de les séparer par des matières que l'étincelle traverse très difficilement. On a cité (17) des matières semblables, entre autres l'huile dans laquelle on plonge les circuits des transformateurs techniques, ou le pétrole. Pour le laboratoire on peut recommander, à cause de leur commodité, les fils de cuivre entourés d'une épaisse couche de gomme-laque et fabriqués par Siemens et Halske.

c. Tandis qu'on a intérêt à prendre les plus grandes précautions pour éviter les étincelles, il n'est guère important de chercher à éviter les pertes par conductibilité en isolant le fil. Dans la figure 395, on peut relier les points A_2 et B_2 par des conducteurs à résistance élevée (cordes humides, tubes à dissolution de sulfate de cuivre), sans que l'indication du thermique ou la distance d'éclatement F_1 vienne à changer d'une manière sensible. Il est exact qu'une telle résistance élevée constitue une dérivation du courant qui passait par CHD, de même que CF_1D dans *a*; mais le courant doit s'y répartir en raison inverse du rapport de l'inductance de CHD à la résistance électrolytique de la dérivation. Or cette inductance, même relativement élevée, ne dépassera pas quelques centaines d'ohms lorsque la fréquence de l'oscillation sera élevée et le courant quasi stationnaire (**250** *a* et **251** *a*); tandis que la résistance d'un tube mince rempli de sulfate de cuivre, ou celle d'une corde mouillée, atteint facilement plusieurs milliers d'ohms (**250** *a*). L'amplitude du courant qui passe par la dérivation ne sera donc jamais bien forte et l'oscillation qui parcourt CHD ne sera presque pas changée. Elle changerait encore moins si l'on avait réuni les points A_2 et B_2 par un morceau de bois ou quelque chose de semblable. Les oscillations rapides sont très peu sensibles aux pertes par conductibilité. Il suffit, pour la plupart des expériences de laboratoire, de se servir de fils nus, isolés les uns des autres par du bois (plaques, supports, etc.).

d. Si l'on introduit la même résistance électrolytique entre A_1 et B_1, on n'obtiendra plus en F que de toutes petites étincelles et des oscillations très faibles, même si le primaire de la bobine d'induction reçoit tout le courant qu'elle peut supporter. Si la résistance électrolytique se trouve entre A_1 et B_1, le courant de la bobine d'induction se partage entre cette résistance et les condensateurs intercalés en série sur A_2CHDB_2. Si l'on suppose que le courant de la bobine d'induction produise une oscillation unique de fréquence *n* (**215**), qui ne soit pas très amortie, de telle sorte qu'on puisse appliquer les relations de **257** *a*. il faudra, pour trouver le courant qui est dérivé en A_1B_1, considérer la grandeur de la résistance électrolytique w, la condensance (*) des

(*) La condensance (**186** *b*) est plus généralement appelée *capacitance*.

Digitized by Google

deux condensateurs et, par suite, leur capacité c. On suppose $w = 10000$ ohms, $c = 10^{-3}$ microfarad pour chaque condensateur, $n = 10^4$/sec; le calcul fait trouver que l'amplitude du courant dans la résistance électrolytique sera six fois plus forte que l'amplitude du courant qui charge les condensateurs.

Il s'ensuit également que la tension, que la bobine d'induction produit entre A_1 et B_1, peut être de beaucoup diminuée par la résistance électrolytique. Si l'on prend comme résistance et coefficient de self-induction de la bobine d'induction ceux du nota de 34 *d*, la tension entre A_1 et A_2 sera trois fois moindre avec la résistance électrolytique que sans elle, en supposant que, dans les deux cas, la FEM induite soit la même.

Il s'ensuit qu'un isolement défectueux de la portion du circuit, parcourue par le courant à haute tension venant de la bobine d'induction, est extrêmement désavantageux.

e. On déduit de *c* et de *d* que la disposition en série des circuits à condensateur présente un gros avantage sur la disposition simple (**197**). Pour une disposition en série (*fig*. 395), on n'a à bien isoler que la petite partie A_1FB_1, puisque celle-ci seule reçoit la charge de la bobine d'induction; tandis que la disposition simple (*fig*. 333) exige l'isolement parfait de tout le circuit.

255. Action du paratonnerre sur les circuits électriques. — Les circuits aériens, tels que ceux des télégraphes, des téléphones ou des transports de force, sont mis en danger par la foudre.

a. Une installation de transport de force est ainsi constituée dans sa forme la plus simple. A une station se trouve une machine à courant alternatif M (*fig*. 396), et à l'autre un transformateur T. L'un des pôles du transformateur est relié à un pôle correspondant de l'alternateur par le fil M_1T_1; les deux autres pôles sont reliés à la terre, qui par conséquent sert de fil de retour. Ce n'est d'ailleurs que pour plus de simplicité dans l'exemple, car les conducteurs ne sont pas en général mis à la terre dans la pratique.

Si un nuage orageux W se trouve au-dessus du fil M_1T_1 et que sa tension par rapport à la terre augmente d'une manière considérable, il finira par jaillir une étincelle entre ce nuage et l'un des points de la terre les plus rapprochés de lui, par exemple le point A du fil. Il se produit la même chose que dans l'appareil de la figure 333, quand une des armatures du condensateur acquérait une très forte tension par rapport à l'autre. L'éclair frappe donc le conducteur M_1T_1.

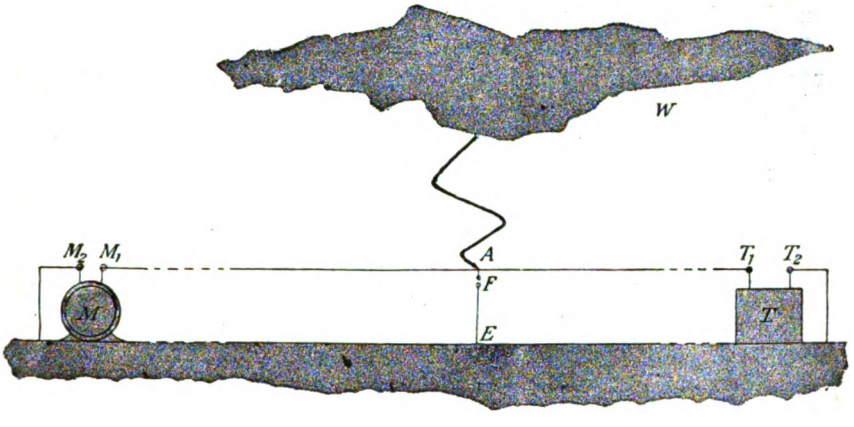
On doit donc admettre que, comme dans la figure 333, l'étincelle donne naissance à une oscillation amortie de haute fréquence, qui

Digitized by Google

décharge progressivement le nuage. Si le petit conducteur figuré en AFE n'existe pas, le courant se partage en A en deux parties; l'une va au transformateur T, l'autre à la machine M. Il en résultera fatalement que de très hautes tensions s'établiront entre les enroulements successifs de ces appareils (**253** *b*), et que l'isolant traversé laissera se produire des courts-circuits qui causeront des interruptions dans l'exploitation.

L'expérience de **254** *a* donne un moyen d'atténuer cette action de la foudre. Si l'on suppose que le dispositif AFE est branché sur le fil

Fig. 396.



et mis à la terre (conducteur interrompu par un éclateur F), et que la distance F ne soit pas trop forte, une partie de la décharge suivra le chemin AFE.

D'après **251** *d*, on a, pour les amplitudes i_{10} en AM_1M_2, i_{20} en AT_1T_2 et i_{30} en AFE,

$$(1) \qquad i_{10} : i_{20} : i_{30} = \frac{1}{\mathfrak{z}_1} : \frac{1}{\mathfrak{z}_2} : \frac{1}{\mathfrak{z}_3},$$

$\mathfrak{z}_1$, $\mathfrak{z}_2$, $\mathfrak{z}_3$ étant les impédances des trois parties de circuit considérées.

Les impédances $\mathfrak{z}_1$ et $\mathfrak{z}_2$ sont à peu près égales à l'inductance des fils considérés (**250** *a*); il en est aussi à peu près de même pour AFE, malgré l'étincelle et la résistance d'étincelle qui en résulte. Il est présumable que celle-ci est très petite et ne dépasse pas $\frac{1}{10}$ d'ohm au plus; comme dans les éclairs il s'agit de très grandes forces de courant, on peut assimiler leur décharge à celle de circuits à condensa-

Digitized by Google

teurs de très haute capacité (218 *c*). L'inductance de AFE toutefois ne peut pas être aussi petite. Le fil AFE doit avoir au moins une longueur égale à la distance qui sépare de la terre le conducteur à haute tension M_1T_1, donc au moins quelques mètres. On tire donc de l'égalité (1) approximativement

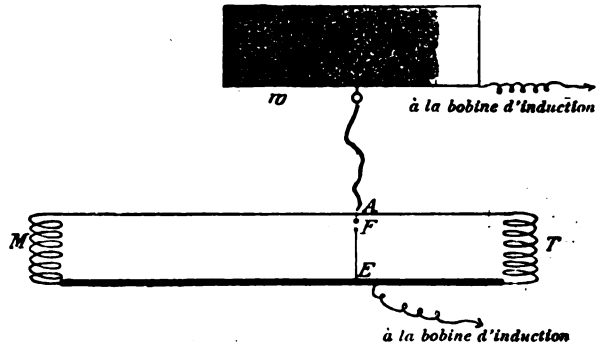
$$(2) \qquad i_0 : i_{20} : i_{30} = \frac{1}{p_1} : \frac{1}{p_2} : \frac{1}{p_3},$$

où p_1, p_2 et p_3 représentent les coefficients de self-induction des trois passages possibles de la décharge. Les coefficients p_1 et p_2 sont au moins égaux aux coefficients de self-induction de AM_1 et AT_1, même si la machine ou le transformateur ont été abîmés par la foudre; ils sont donc beaucoup plus grands que p_3.

L'égalité (2) montre alors que i_{30} est bien supérieur à i_{10} et i_{20}; presque tout le courant de la décharge ira à la terre par F; le reste, passant dans les conducteurs, sera presque négligeable.

b. On a supposé que le courant de l'éclair était un courant quasi stationnaire à haute fréquence. On déduit de 227 qu'il y a contradic-

Fig. 397.



tion entre le fait que ce courant doive posséder une très haute fréquence, et que sur une longueur pouvant atteindre plusieurs kilomètres, telle que AM_1 ou AT_1, il puisse être considéré comme quasi stationnaire. Si le courant ne peut pas être considéré comme quasi stationnaire dans AM_1 et AT_1 par suite de leur longueur, il n'en reste pas moins vrai que le courant doit passer presque totalement par AFE, car cette partie reste toujours courte par rapport à la longueur d'onde.

On peut se demander si la décharge de l'éclair est oscillante. Ce dernier point est douteux; d'après ce que l'on en connaît jusqu'ici, elle

Digitized by Google

peut aussi bien être apériodique. Ce qui est certain, c'est que le courant tombe très brusquement d'une très haute valeur à zéro, et cela sans préjuger de la nature de la décharge ([147]). La théorie montre que ([148]), même dans le cas d'une décharge apériodique, l'amplitude du courant dans les dérivations est en raison inverse de leur coefficient de self-induction. Les conclusions tirées de l'égalité (2) restent donc vérifiées, au moins qualitativement.

c. L'influence du paratonnerre, telle qu'on vient de l'expliquer, peut se vérifier par un dispositif de laboratoire. Un long conducteur MAT remplace le fil M_1T_1 de la figure 396, et les bobines de faible diamètre M et T remplacent la machine et le transformateur. La terre est remplacée par une grande plaque de métal, et le nuage orageux par un gros conducteur *w* (vase de métal ou autre) qui est bien isolé ou suspendu. On charge ces deux masses conductrices à l'aide d'une grosse machine à influence ou d'un transformateur de Tesla (**356**). Si on laisse s'effectuer la décharge, AFE n'étant pas en place (*fig*. 397), les bobines M et T sont traversées de tous côtés par des étincelles; si AFE est mis en place, au contraire, la décharge s'effectue par son intermédiaire et les étincelles disparaissent de M et de T.

d. C'est d'après ce principe que sont construits les paratonnerres pour les appareils télégraphiques et téléphoniques. Les figures 398

Fig. 398.

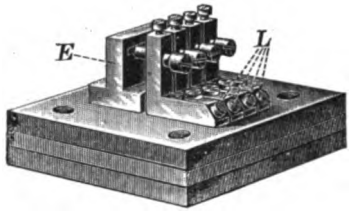
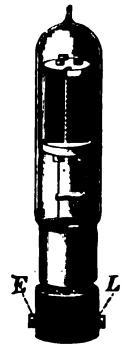


Fig. 399.

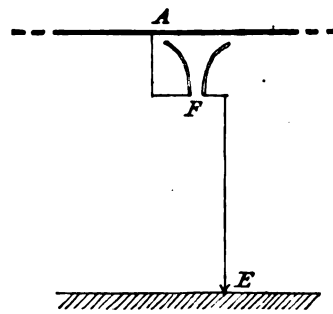


et 399 en représentent deux formes différentes. Dans l'une l'éclateur est constitué simplement par une pointe et une plaque de métal, dans l'autre par un certain nombre d'arêtes aiguës en charbon. La partie L est fixée directement sur le conducteur, la partie E mise à la terre, le plus directement possible. Si l'éclair vient à frapper le circuit, c'est le paratonnerre, et non les appareils, qui sert de passage au courant.

Digitized by Google

Les paratonnerres pour conducteurs à haute tension, reposant sur le même principe, sont les paratonnerres à cornes; construits d'abord par Siemens et Halske, ils ont la forme donnée par les figures 400 et 401. On en dispose le plus grand nombre possible le long du fil considéré,

Fig. 400.



suivant le schéma de la figure 400, de manière qu'il y en ait toujours un dans le voisinage de la partie atteinte.

La forme particulière de l'appareil à cornes se justifie pour la raison suivante. Lorsque (*fig.* 396) un éclair passe par F, il établit une communication conductrice entre A et E. Il s'ensuit que le courant de la machine à haute tension passe, pour la presque totalité, par le chemin M_1AFEM_2 et non par le transformateur, l'impédance du trajet AFE étant bien moindre que celle de AT_1T_2E. En même temps le courant de la machine devient, à cause de cette faible impédance, extrêmement grand, et la machine est mise en court-circuit par l'étincelle F.

La forme *en cornes* empêche une avarie de la machine, ou au moins son absolue destruction par un court-circuit, de la manière suivante. L'étincelle (éclair) et par suite aussi le courant de la machine se frayent d'abord un passage dans la partie la plus rapprochée des cornes, c'est-à-dire tout en bas. L'échauffement de l'air ainsi réalisé produit un vif courant d'air ascendant, qui, troublant l'action électromagnétique du courant (*), déplace celui-ci et par conséquent les

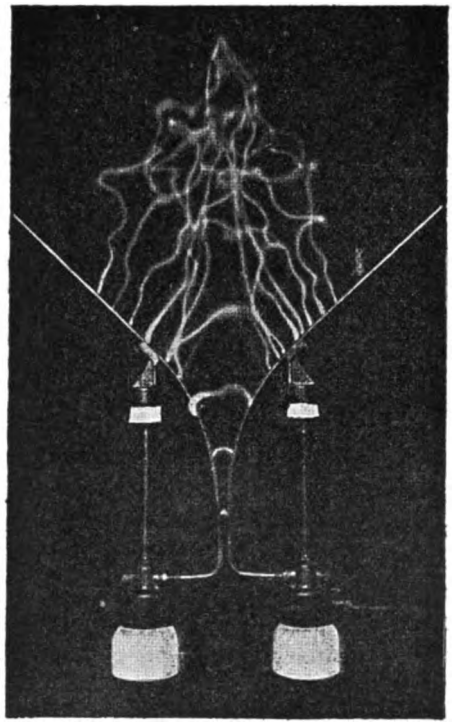
(*) C'est une conséquence de 44 *d*; le circuit s'établit dans un champ magnétique de manière qu'il soit traversé par le plus de lignes d'induction possible. Si le circuit ne se trouve que dans son propre champ, et si, comme c'est le cas, il est déformable, il sera déformé de telle sorte que son coefficient de self-induction devienne maximum, ce qui est en général le cas quand il embrasse le plus d'espace possible.

Digitized by Google

étincelles vers le haut; la résistance y devenant de plus en plus forte, l'étincelle ne passe plus et le court-circuit ne dure en conséquence qu'un temps très faible (*).

e. En fait les paratonnerres ne sont pas en état d'empêcher toute action nuisible de la foudre sur les conducteurs ([150]). Mais ces para-

Fig. 401.



tonnerres agissent quand, sous l'influence d'un éclair dans le voisinage du conducteur, des courants alternatifs très rapides sont induits dans celui-ci, produisant de hautes tensions. L'action de ce paratonnerre est la même alors que dans la figure schématique.

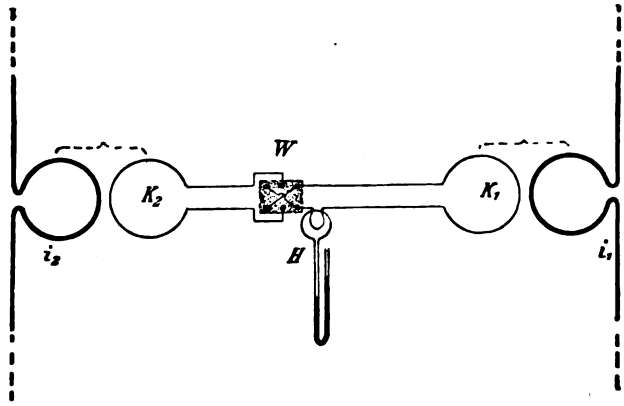
(*) On peut le démontrer au laboratoire. On réunit aux pôles d'une bobine d'induction, fournissant du courant alternatif, deux feuilles de métal identiques à celles du paratonnerre à cornes, et on règle leur distance de manière que l'étincelle ne passe plus. Si, à l'aide d'une seconde bobine d'induction, on fait passer une étincelle entre les cornes, il se forme un arc de flammes qui s'élève vers le haut et disparaît ensuite.

Digitized by Google

256. Détermination de la différence de phase entre deux oscillations ([151]). — On donne deux conducteurs parcourus par les oscillations i_1 et i_2 de même fréquence et de même amortissement, ce dernier n'étant pas très fort, de telle sorte que le facteur d'amortissement puisse être négligé par rapport à πn. On cherche la différence de phase.

On réunit entre eux deux cercles de fil semblables K_1 et K_2, ou des bobines, au moyen d'un thermique H (ou, pour la démonstration, par un éclateur); on intercale en outre un commutateur W de manière à

Fig. 402.



pouvoir inverser le courant de K_2. On fait induire les oscillations i_1 et i_2 dans les deux cercles et l'on vérifie que (*fig.* 402) :

1° K_2 étant assez loin du conducteur i_2 pour que cette oscillation n'y soit pas induite, l'instrument indique $H = \alpha_1$ ampères.

2° K_1 étant assez loin du conducteur i_1 pour que cette oscillation n'y soit pas induite, l'instrument indique $H = \alpha_2$ ampères.

3° K_1 et K_2 exactement dans la situation qu'ils avaient respectivement dans 1° et 2°, de telle sorte que i_1 et i_2 induisent comme précédemment, l'instrument indique $H = \alpha_3$ ampères.

4° K_2 étant commuté, le reste étant disposé comme dans 3°, l'instrument indique $H = \alpha_4$ ampères.

Si dans le circuit K_1HK_2 on induit une FEM $\mathcal{E}$, on a, pour le courant i dans ce circuit (249 *c*),

$$(1) \qquad i_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\mathfrak{z}},$$

où $\mathfrak{z}$ est l'impédance du circuit pour la fréquence considérée. Dans les expériences précédentes, de 1° à 4°, l'amortissement de i est

Digitized by Google

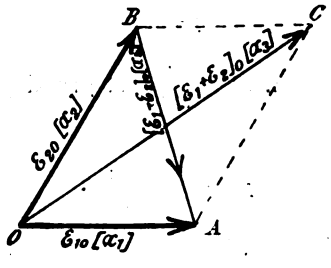
toujours le même, égal à celui de i_1 et i_2. Les indications du thermique H sont, quand $\mathfrak{z}$ reste le même, proportionnelles à l'amplitude de la FEM dans les quatre expériences (245 *b*). Si l'on désigne par $\mathcal{E}_1$ et $\mathcal{E}_2$ les FEM induites dans le circuit K_1HK_2 par i_1 et i_2, on a

$$\alpha_1 = k\mathcal{E}_{10},$$
$$\alpha_2 = k\mathcal{E}_{20},$$
$$\alpha_3 = k(\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2)_0,$$
$$\alpha_4 = k(\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2)_0;$$

le facteur k dépend de la fréquence et de l'amortissement de l'oscillation, du nombre d'interruptions, de la matière et de l'épaisseur du fil du thermique.

Le vecteur-diagramme de $\mathcal{E}_1$ et $\mathcal{E}_2$ (*fig.* 403) peut être construit avec

Fig. 403.



trois des données de α_1 à α_4, la quatrième servant de contrôle. Par exemple, avec α_1, α_2, α_3 on a OA : OB : OC; donc $\widehat{BOA} = \measuredangle(\mathcal{E}_2, \mathcal{E}_1)$. L'angle phase $\measuredangle(\mathcal{E}_2, \mathcal{E}_1)$ est égal à l'angle cherché $\measuredangle(i_1, i_2)$, car $\measuredangle(\mathcal{E}_1, i_1) = \measuredangle(\mathcal{E}_2, i_2)$ (248 *b*).

Parmi les mesures de précaution qu'exige cette méthode, il est important, en outre de la constance de $\mathfrak{z}$ et k, que les cercles K_1 et K_2 soient aussi éloignés que possible des circuits i_1 et i_2, de sorte que les oscillations de i_1 et i_2 ne soient aucunement troublées par les courants de K_1 et de K_2.

V. — Relation entre le courant et la tension dans les conducteurs avec condensateurs.

257. Relations générales. — *a*. Quand l'amortissement de l'oscillation n'est pas très fort, de telle sorte que δ^2 puisse être négligé par rapport à $(\pi n)^2$, il existe entre le courant i d'un conducteur de résis-

Digitized by Google

tance $\mathfrak{w}$, de coefficient de self-induction $\mathfrak{p}$, dans lequel est intercalé un condensateur de capacité $\mathfrak{c}$, et la tension $\mathcal{V}_a$ entre les extrémités du conducteur, les relations (*voir* **193**) ([152])

$$(1) \qquad i_0 = \frac{\mathcal{V}_{a_0}}{\mathfrak{z}} \quad (*),$$

$$(2) \qquad \mathfrak{z} = \sqrt{\left[\mathfrak{w} - \frac{\delta}{\pi n}\left(\pi n \mathfrak{p} - \frac{1}{\pi n \mathfrak{c}}\right)\right]^2 + \left(\pi n \mathfrak{p} - \frac{1}{\pi n \mathfrak{c}}\right)^2},$$

$$(3) \qquad \operatorname{tang}(i, \mathcal{V}_a) = \frac{\pi n \mathfrak{p} - \frac{1}{\pi n \mathfrak{c}}}{\mathfrak{w} - \frac{\delta}{\pi n}\left(\pi n \mathfrak{p} - \frac{1}{\pi n \mathfrak{c}}\right)}.$$

Dans le cas limite où $\pi n \mathfrak{p} - \frac{1}{\pi n \mathfrak{c}}$ est petit par rapport à $\mathfrak{w}$, l'égalité (2) devient sensiblement

$$(2\,a) \qquad \mathfrak{z} = \mathfrak{w},$$

et, dans le cas limite où $\pi n \mathfrak{p} - \frac{1}{\pi n \mathfrak{c}}$ est grand par rapport à $\mathfrak{w}$, on a approximativement

$$(2\,b) \qquad \mathfrak{z} = \pi n \mathfrak{p} - \frac{1}{\pi n \mathfrak{c}}.$$

Pour ces deux cas limites, les relations sont les mêmes que dans le cas des oscillations non amorties (**186** et **193**).

b. Mais, pratiquement, les relations pour les oscillations d'une fréquence de plusieurs millions ne sont plus du tout les mêmes que pour les oscillations techniques. Pour obtenir, avec les fréquences techniques, une condensance ne dépassant pas quelques centaines d'ohms, on devait employer des condensateurs d'une capacité de plusieurs microfarads. Avec des oscillations de 10^6 ou 10^7/sec, on arrive à cela avec des condensateurs dont la capacité est avec celle des premiers dans le rapport de 100 à 10^6 ou 10^7. Une bouteille de Leyde de moyenne grandeur (10^{-3} microfarad) travaille donc comme un condensateur de 10 ou 100 microfarads avec une fréquence de 100/sec.

La condensance d'une telle bouteille est de 318 ohms pour une fréquence de 10^6/sec seulement.

258. Conséquences pratiques. — *a*. Des relations de **257** *a*, il suit (*voir* **194**) que l'on peut, par l'introduction de condensateurs dans un

(*) On ne tient pas compte de l'état initial.

Digitized by Google

circuit, compenser l'inductance de celui-ci en tout ou en partie. Comme, d'après 250 *a*, l'inductance est dans les conducteurs filiformes ce qui diminue le plus l'amplitude du courant, on doit pouvoir, par l'introduction d'un condensateur dans un conducteur filiforme, élever l'amplitude du courant en conservant la même tension.

Pour un conducteur filiforme, dont l'inductance $\pi n \mathfrak{p}$ serait pour une fréquence $n = 10^6$/sec de 318 ohms et dont la résistance serait $\mathfrak{w} = 10$ ohms, on aurait sans condensateur

$$i_0 = \frac{\mathfrak{V}_0}{\sqrt{\mathfrak{w}^2 + (\pi n \mathfrak{p})^2}} (250\ b) = \frac{\mathfrak{V}_0}{318}.$$

Si l'on introduit dans ce circuit une bouteille de Leyde de 10^{-3} microfarad, l'inductance sera compensée exactement par la condensance d'après 257 *b*, et l'on aura (257, égalité 2 *a*)

$$i_0 = \frac{\mathfrak{V}_0}{\mathfrak{w}} = \frac{\mathfrak{V}_0}{10}.$$

L'introduction de la bouteille de Leyde multiplie donc par 30 l'amplitude primitive du courant.

b. Cette action du condensateur se démontre sous la forme suivante, qui est aussi utilisable dans la pratique. La décharge d'un circuit à condensateur est divisée en deux parties (*fig.* 391). L'une d'elles se compose essentiellement d'une résistance électrolytique élevée (tube à dissolution de sulfate de cuivre et à électrodes mobiles), l'autre comprend une petite spirale de fil S. Dans les deux dérivations se trouvent des thermiques H_1 et H_2. La résistance électrolytique sera d'abord réglée de sorte que H_1 et H_2 donnent la même indication. Si, maintenant, dans la branche 2, on introduit un condensateur, bouteille de Leyde ou condensateur à micanite, représenté en pointillé dans la figure 391, l'instrument H_2 marquera une indication bien supérieure à celle de H_1. En faisant choix d'un condensateur convenable, on peut, en changeant au besoin le coefficient de self-induction de la bobine, arriver à rendre le courant qui passe par H_1 négligeable auprès de celui qui passe par H_2; la totalité du courant passera donc par la branche 2, tandis que la branche 1 sera pratiquement sans courant.

259. État des condensateurs aux hautes fréquences. — D'après ce qui a été dit à 233 et 239 au sujet des résistances et des coefficients de self-induction, on peut se demander si la capacité d'un condensateur, c'est-à-dire le rapport de sa charge à la tension momentanée entre

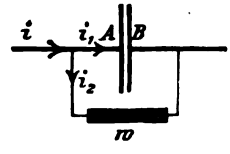
Digitized by Google

ses armatures, est la même pour les oscillations rapides que pour la charge à courant constant, autrement dit si $c = r$.

a. Déjà pour les condensateurs à lame d'air, on a constaté, pour des raisons qui seront développées plus tard, une influence de la fréquence sur la capacité; mais, pour une forme simple du condensateur, cette influence est calculable (274), et le calcul montre que, au-dessous des fréquences de 10^8, elle est négligeable. Il faut donc, quand c'est possible, employer pour les mesures des condensateurs à lame d'air. Seulement, de tels condensateurs ont un grave inconvénient. Si les plaques sont un peu rapprochées, dès que la tension devient un peu forte, des étincelles se produisent entre elles. Si on les écarte davantage, le condensateur arrive à avoir une grandeur démesurée, pour une capacité qui ne dépasse pas celle d'une bouteille de Leyde de moyenne grandeur.

b. Les liquides sont, à plus d'un point de vue, préférables comme isolants dans les condensateurs. Beaucoup de liquides, mais pas tous, loin de là ([153]), possèdent la propriété de l'air; leur constante diélectrique est la même pour le champ constant et pour les fréquences ne dépassant pas 10^8/sec. Ce que l'on a dit pour l'influence de la fréquence sur les condensateurs à air s'applique donc à ces condensateurs à liquide. Cette influence devient sensible à des fréquences d'autant plus faibles que la constante diélectrique est plus forte (274). Les condensateurs à liquide ont l'avantage suivant, que, tandis que certains liquides (huile, etc.) offrent une grande résistance au passage de l'étincelle, il en est d'autres qui ont une forte constante diélectrique, donc qui donnent une grande capacité (eau, par exemple, *voir* Table I). Mais aucun liquide ne réunit ces deux qualités; la constante diélectrique de l'huile est à peine deux ou trois fois supérieure à celle de l'air. Les liquides à forte constante diélectrique ont en outre une conductibilité qui n'est pas négligeable. On comprend aisément quelle action la conductibilité de la couche diélectrique a sur le condensateur, si l'on réfléchit que celui-ci peut être remplacé d'une manière équivalente par :

Fig. 404.



1° Un condensateur dont le diélectrique possède la même constante diélectrique ε, mais n'a pas sensiblement de conductibilité;

Digitized by Google

2° Une résistance w en parallèle dont la valeur est la même que la résistance entre les armatures du condensateur, mais qui n'a pas de capacité sensible (*fig.* 404).

Si, dans ces branchements, i_1 représente le courant dans le condensateur (courant de charge), i_2 le courant dans la résistance w (courant qui traverse le condensateur), on a, en ne tenant pas compte de l'amortissement,

$$(1) \qquad i_{10} = \pi n \varepsilon \mathcal{V}_0 = \pi n c \mathcal{V}_0 \qquad (257)\ (*),$$

$$(2) \qquad i_{20} = \frac{\mathcal{V}_0}{w} \qquad (250\ b)\ (*);$$

$\mathcal{V}$ est la tension entre les extrémités de la dérivation ou entre les armatures du condensateur, ce qui est la même chose; or, on a

$$(3) \qquad c = \frac{S\varepsilon}{l} \qquad (17\ a),$$

$$(4) \qquad \frac{1}{w} = \frac{S\sigma}{l} \qquad (25\ b),$$

S étant la surface d'une plaque du condensateur, l la distance entre les plaques; il suit que

$$\frac{i_{10}}{i_{20}} = \frac{\pi n \varepsilon}{\sigma}.$$

Si l'on prend par exemple de l'eau distillée, on aura (Tables I et III), pour une fréquence $n = 10^4$/sec (oscillation de bobine d'induction), $\frac{i_{10}}{i_{20}} = 2,8$ environ. Par ailleurs, on aura pour

$$n = 10^6/\text{sec}, \qquad \frac{i_{10}}{i_{20}} = 280 \text{ environ},$$

$$n = 10^7/\text{sec}, \qquad \frac{i_{10}}{i_{20}} = 2800 \text{ environ}.$$

Les relations sont tout à fait analogues à celles des expériences de 254 *c* et *d*. Si le condensateur doit être chargé par une bobine d'induction, on ne pourra jamais employer comme diélectrique des liquides dont la conductibilité soit à peu près celle de la bonne eau distillée. Mais, si l'on doit charger le condensateur avec des oscillations de fréquence 10^6/sec et au-dessus, on pourra employer de tels liquides sans inconvénient.

(*) On peut remplacer ε et ϖ par c et w, tant que l'oscillation ne dépasse pas une fréquence $n = 10^4$/sec, en prenant une résistance électrolytique (234 *c*).

Digitized by Google

De tels condensateurs ont un inconvénient, même aux hautes fréquences, ils consomment de l'énergie dès que le liquide est conducteur. Le vecteur-diagramme pour le dispositif de la figure 404 est donné par la figure 405 (*). L'énergie consommée est, d'après **96**,

$$= i_{eff} \mathcal{V}_{eff} \cos(i, \mathcal{V}) ;$$

mais $\cos(i, \mathcal{V})$ n'est pas nul, $\sphericalangle (i, \mathcal{V})$ n'étant pas égal à 90°, dès que le diélectrique du condensateur a une conductibilité.

c. Les condensateurs à diélectrique solide sont exempts des divers inconvénients auxquels exposent les condensateurs à lame d'air ou à liquides, et tout particulièrement les condensateurs à verre, mica ou

Fig. 405.

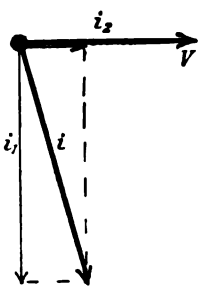
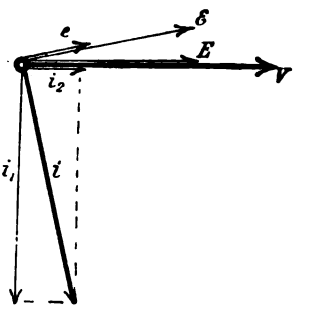


Fig. 406.



micatine. Ils joignent à une constante diélectrique assez élevée une très bonne résistance aux étincelles et, s'ils sont constitués avec des matériaux convenables, possèdent une conductibilité absolument négligeable quand on les charge avec une bobine d'induction.

Leur défaut vient surtout de l'apparition de l'hystérésis diélectrique (**189** *b*), dont l'influence aux hautes fréquences devient très sensible. On désigne sous ce nom le fait, semblable à l'hystérésis magnétique (**103**), par lequel l'induction électrique $\mathfrak{E}$ n'est plus simplement proportionnelle à l'intensité du champ électrique E, quand on introduit dans le champ électrique un condensateur à diélectrique solide (**). Si l'on fait agir sur un tel condensateur une tension sinusoïdale $\mathcal{V}$, l'intensité du champ électrique E dans le dié-

(*) Dans l'hypothèse que i, i_1, i_2 sont comptés positivement dans le sens des flèches de la figure 404 et $\mathcal{V}$ étant la tension de la plaque A par rapport à la plaque B.

(**) On n'a donc plus $\mathfrak{E} = \varepsilon E$ (16); par contre, $\mathcal{V} = El$ (4 *a*) et $e = S\mathfrak{E}$ (16) demeurent valables.

Digitized by Google

lectrique sera de même phase et également sinusoïdale. La courbe de l'induction électrique $\mathfrak{E}$ en général n'est pas une sinusoïde (*voir* **107**) et n'a pas la même phase que la courbe E. Abstraction faite de la différence des courbes, l'hystérésis diélectrique a pour résultat de retarder la phase de l'induction électrique par rapport à celle de l'intensité du champ électrique. Mais la charge des plaques du condensateur e est proportionnelle à l'induction électrique $\mathfrak{E}$, et le courant i dans le condensateur se trouve en avance de 90° par rapport à e (**185** *b*). Le vecteur-diagramme sera celui de la figure 406. L'action de l'hystérésis diélectrique a donc pour effet, que le courant i dans le condensateur n'a plus une différence de 90° dans la phase avec la tension $\mathfrak{V}$ entre les armatures du condensateur, ce qui entraîne une consommation d'énergie. En outre, l'amplitude du courant est en général différente, c'est-à-dire que le facteur de proportionnalité ε dans l'égalité (1) n'a plus la valeur c. On peut donc, au point de vue pratique, énoncer :

Les condensateurs à diélectrique solide ont en général pour les oscillations rapides l'inconvénient :

1° Que leur capacité est différente de celle pour courant constant;

2° Que de l'énergie s'y consomme.

d. On peut encore tirer autre chose des phénomènes cités en *c*. On peut décomposer en deux le courant i de la figure 406, une composante i_2 de même phase que $\mathfrak{V}$ et une autre i_1 en avance de 90° sur $\mathfrak{V}$. Le condensateur se comporte donc comme si sa constante diélectrique ε était définie par

$$i_{10} = \mathfrak{V}_0 \pi n \varepsilon = \mathfrak{V}_0 \frac{S}{l} \pi n \varepsilon,$$

et sa conductibilité σ définie par

$$i_{20} = \frac{\mathfrak{V}_0}{w} = \mathfrak{V}_0 \frac{S}{l} \sigma$$

[*b*, égalités (1) à (4)]. Quoique les condensateurs en micanite, par exemple, qui présentent d'une manière accentuée le phénomène de l'hystérésis diélectrique, n'aient pas une conductibilité sensible pour le courant constant, leur action pour les oscillations rapides est exactement la même que si, abstraction faite d'une constante diélectrique un peu changée, ils possédaient une conductibilité tout à fait notable.

Digitized by Google

CHAPITRE XI.

LE CIRCUIT MAGNÉTIQUE A HAUTE FRÉQUENCE.

260. Généralités. — *a*. Le champ magnétique d'un circuit de courant stationnaire se détermine par la relation (**31** *a*)

$$(1) \qquad \mathfrak{M} = \frac{Q_s}{\nu},$$

où $\mathfrak{M}$ est la FMM le long d'une courbe, Q_s le nombre de lignes de courant qui traversent la courbe et ν le facteur connu de proportionnalité. Si le circuit se trouve dans un milieu homogène, l'air par exemple, le parcours des lignes d'intensité magnétique ne dépend que de la forme du circuit, et leur densité en un endroit quelconque de l'espace est proportionnelle au courant (**31** *c*).

Si un corps quelconque est introduit dans un tel champ produit par un courant stationnaire, et si la nature de ce corps n'est pas identique à celle du milieu (l'air), le champ magnétique n'est changé qu'autant que la perméabilité magnétique du corps introduit diffère de celle du milieu (l'air) (**28** *c*).

b. Si le courant est variable dans le circuit, la relation particulière (1) est remplacée par celle plus générale (**35** *d*)

$$(2) \qquad \mathfrak{M} = \frac{1}{\nu}(Q_s + Q'_c),$$

où Q_c représente les lignes d'induction électrique qui traversent la courbe le long de laquelle $\mathfrak{M}$ est compté. Ces lignes d'induction électrique ne sont pas sans importance, puisque, d'après **37**, un champ électrique doit prendre naissance quand le champ magnétique est variable. Mais si le courant variable est alternatif, seul cas qui soit intéressant, et si le conducteur se trouve dans un isolant homogène, d'après **68** *b* l'action magnétique du champ électrique induit (Q'_c) dépend en grande partie de la valeur de la fréquence. Si celle-ci ne dépasse pas beaucoup 10^6/sec, l'action de ce champ électrique induit

Digitized by Google

peut être négligée par rapport à l'action du courant (*) et l'on a de nouveau

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{\nu} Q_s. \tag{3}$$

Pour le champ magnétique il en est donc pratiquement de même que lors du courant stationnaire, comme on l'a supposé au Chapitre IV et en partie au Chapitre X.

Mais cela n'est vrai qu'autant que le milieu qui contient le circuit est un isolant homogène. Tout autres seraient les relations, si l'on venait à mettre dans ce milieu des corps constitués par une autre matière que le milieu. Si le champ magnétique est stationnaire, d'après *a* ils modifieront le champ s'ils ont une perméabilité différente de celle du milieu; s'il est alternatif, le champ sera également déformé si ces corps ont une conductibilité.

Ce n'est qu'à ce moment qu'entre en jeu l'action du champ électrique induit, dont l'influence dans un isolant homogène pouvait être négligée, quand, en vertu de cette conductibilité, le courant pénètre dans les corps étrangers au circuit. L'action magnétique de ce courant n'est pas en général négligeable. Par suite on peut toujours appliquer l'égalité (3), à condition de faire entrer également dans Q_s les lignes de courant des courants induits. Le champ magnétique sera donc en général totalement changé par l'introduction d'un conducteur dans le milieu isolant. On a vu, au Chapitre V, quel était ce changement dans les cas simples pour les oscillations lentes de la technique; on l'examinera plus loin dans le cas des oscillations rapides.

c. Quand la fréquence va toujours en croissant, on doit, d'après 68 *b*, arriver à un moment où l'action magnétique du champ électrique induit n'est plus à négliger par rapport à l'action magnétique du courant; donc

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{\nu} (Q_s + Q'_e)$$

n'est pas valable seulement en théorie, mais aussi en pratique. Cela a deux sortes de conséquences.

1° Même quand le circuit se développe dans un milieu homogène l'air par exemple, le champ magnétique peut avoir une tout autre forme que pour un courant stationnaire ou de faible fréquence. On montrera sur un exemple, au Chapitre XVIII, de quelle manière le champ électrique induit travaille dans ce sens.

(*) Ceci n'est pas exact quand le circuit contient un condensateur (*voir* 192 *a*).

Digitized by Google

2° Le circuit se trouve d'abord au sein d'un isolant homogène, l'air par exemple; puis on introduit dans le champ magnétique oscillant un corps isolant, mais dont la constante diélectrique diffère de celle de l'air. D'après 37 *e* le champ électrique induit sera ainsi changé et aussi par cela même son action magnétique (35 *c*).

Tandis que pour le champ magnétique stationnaire (*a*) la perméabilité des corps seule intervenait, et que pour les oscillations lentes on devait y ajouter la conductibilité, pour les champs magnétiques oscillant rapidement la perméabilité, la conductibilité et la constante diélectrique entrent en jeu. On expliquera leur influence au § III.

I. — Action des bobines et des tubes conducteurs.

261. Disposition expérimentale. — On utilise le dispositif suivant, pour appliquer les recherches du Chapitre V aux oscillations produites par les circuits à condensateur (*fig.* 407).

Pour obtenir les oscillations, on se sert d'un circuit à condensateurs disposés en série. Il se compose de deux bouteilles de Leyde C_1 et C_2, entre les armatures extérieures desquelles se trouve l'éclateur F, tandis que les parties intérieures sont reliées par un cercle de fil vertical K (*).

Pour montrer la variation du champ magnétique oscillatoire au voisinage du circuit à condensateur considéré, on emploie une bobine S_1 (*fig.* 408) composée de 4 à 6 spires, bien isolées entre elles ou suffisamment distantes. Le rayon de la bobine ne doit pas dépasser la moitié de celui du cercle K. Aux extrémités de la bobine sont fixés deux fils l_1 et l_2, qui aboutissent aux boules d'un micromètre à étincelle F_1.

Si l'on approche cette bobine (**), avec les fils l_1 et l_2 et l'éclateur F_1, du champ magnétique oscillatoire, de sorte que le flux d'induction magnétique oscillatoire vienne à la traverser, une FEM oscillatoire y sera induite, produisant un courant alternatif dans la bobine et les fils l_1 et l_2. Ce courant charge les deux boules du micromètre à étincelle, et une tension alternative s'établit entre elles. Si les boules

(*) Ou par plusieurs cercles semblables de même axe et parallèles.

(**) Pour la démonstration, il est recommandé de varier les longueurs l_1 et l_2 jusqu'à ce que l'étincelle en F_1 soit maxima (325). Il faut donc encore veiller plus soigneusement que précédemment à ce qu'aucun conducteur ne soit approché du circuit à condensateurs pour ne pas en changer les oscillations. De même pour la bobine S_1, il ne faut pas trop l'approcher du conducteur K.

Digitized by Google

sont assez rapprochées, des étincelles jaillissent. La disposition est donc tout à fait analogue à celle de **67**; seulement les amplitudes des tensions sont mesurées au micromètre à étincelle (**253** *a*) et non pas

Fig. 407.

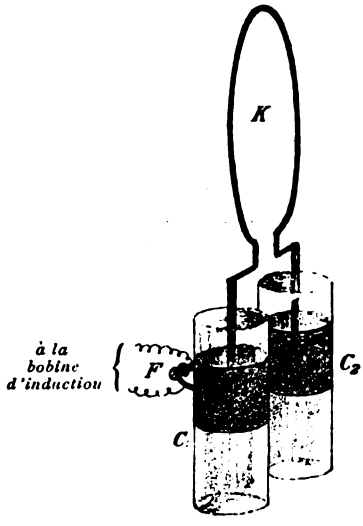
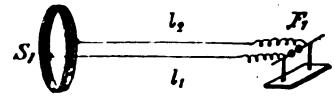


Fig. 408.



au voltmètre. Cette disposition peut donc servir, comme celle de **67**, à mesurer la direction et l'amplitude du champ alternatif aux environs du circuit à condensateur.

262. Impédance magnétique des bobines. — *a*. On obtient de la manière suivante l'analogue de l'expérience de **119** *a*, qui mettait en lumière l'inductance magnétique des bobines dans le champ magnétique alternatif. La position de la bobine S_1 est celle de la figure 409 (vue d'en haut), et le micromètre à étincelles F_1 ne laisse passer que de fortes étincelles.

Si l'on met en A (*fig.* 409) une bobine composée d'un petit nombre de spires, ou un simple cercle de fil de cuivre relativement mince, les étincelles cessent aussitôt en F_1. Pour avoir de nouveau des étincelles en F_1, il faut rapprocher beaucoup les boules de l'éclateur. Dans une expérience l'étincelle est tombée de $4^{mm},2$ à $2^{mm},2$, alors que dans l'expérience de **119** *b* un tel cercle de fil n'avait pas d'action sensible sur le champ (*voir* le nota de **119** *b*).

Pour expliquer cette expérience, il y a peu de chose à ajouter à ce qui a été dit à **119**. Les relations restent qualitativement exactes. On

Digitized by Google

peut être surpris qu'un cercle de fil, sans influence alors, ait maintenant une inductance magnétique si considérable. Cela s'explique par la relation de **115** *c*, si l'on réfléchit que la fréquence dans le cas actuel est de plus de 10^6/sec, alors qu'à **119** elle était de 100/sec (*).

b. Il ne s'agit pas dans ce cas d'une véritable *action protectrice* agissant dans le sens de **465** *d* (*voir* **119** *b*); on peut le montrer en mettant la bobine fermée ou le simple anneau à la position B (*fig*. 409);

Fig. 409.

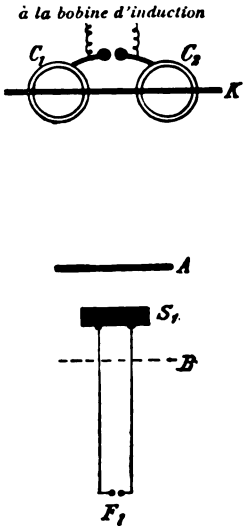
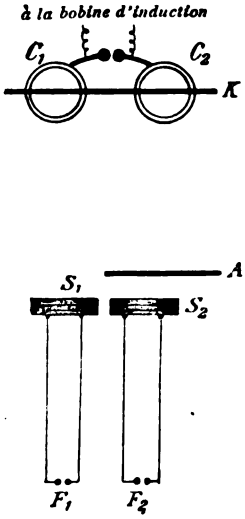


Fig. 410.



derrière la bobine S_1, les étincelles du micromètre disparaissent aussitôt, tout comme dans le cas précédent, même si elles étaient très vives.

c. On peut également, pour la démonstration, répéter l'expérience de dérivation de **119** *a*. On utilise, en outre de la bobine S_1 de la figure 408, une autre bobine S_2 pourvue d'un éclateur semblable F_2. Ces deux bobines sont placées symétriquement par rapport au circuit à condensateur (*fig*. 410, vue d'en haut). La distance d'éclatement de F_1 et de F_2 est alors exactement la même. On règle alors F_2 de manière que les étincelles passent juste, et F_1 de manière qu'elles ne passent pas du tout. Si l'on place un cercle de cuivre devant la bobine S_2, les étincelles disparaissent de F_2 et apparaissent en F_1. La

(*) Effectivement, dans l'expérience citée plus haut, la fréquence était de 2.10^7/sec.

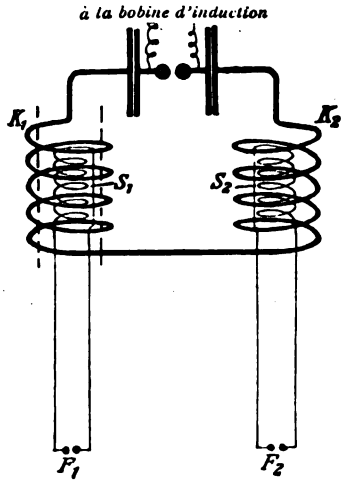
Digitized by Google

cessation des étincelles en F_2 a la même cause que dans l'expérience de *a*. L'apparition des étincelles en F_1, lorsqu'on a mis le cercle devant S_2, s'explique comme dans l'expérience analogue de **119** *a*.

263. Impédance magnétique des tubes. — *a*. On a montré, pour les oscillations lentes (**116**), que l'intérieur des tubes de métal possédait une forte impédance magnétique dans la direction de l'axe pour un champ magnétique oscillatoire. La démonstration du fait analogue pour les oscillations rapides se fait par les expériences suivantes (*).

1° Un circuit à condensateur (*fig.* 411) contient deux bobines

Fig. 411.



égales K_1 et K_2 d'un petit nombre de tours. A l'intérieur de ces bobines, et sur le même axe, se trouvent deux bobines plus petites et égales S_1 et S_2, qui comme dans les expériences de **262** sont reliées à des éclateurs.

Quand le circuit à condensateur est parcouru par ses oscillations propres, il se produit en F_1 et F_2 des étincelles assez longues et dont la distance d'éclatement est la même. Mais si autour de la bobine S_1, à l'intérieur de K_1, on introduit un tube de métal représenté en pointillé dans la figure 411, les étincelles de F_1 disparaissent et non celles

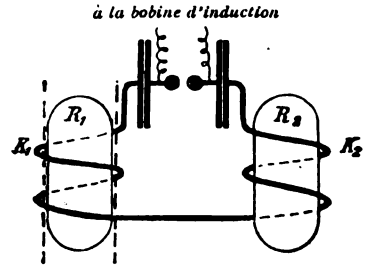
(*) D'une manière plus simple on peut faire les expériences suivantes avec le dispositif de la figure 502; mais la preuve que l'amplitude du flux d'induction magnétique est affaiblie n'y est qu'indirecte.

Digitized by Google

de F_2, si l'installation des deux micromètres à étincelle est appropriée. Si l'on cherche à déterminer les distances d'éclatement correspondantes, on trouve que celle de F_1 est très petite et celle de F_2 beaucoup plus grande.

2° J.-J. Thomson ([153 a]) a donné une méthode d'expérience féconde à ce sujet (*fig.* 412). A la place des bobines S_1 et S_2, on met à l'intérieur des bobines K_1 et K_2 deux tubes de verre R_1 et R_2, dans lesquels on a fait le vide à un dixième de millimètre de mercure. Si l'on met en action le circuit à condensateur, l'intérieur des tubes se met à

Fig. 412.



briller d'une manière intense. Le courant alternatif des bobines K_1 et K_2 a produit dans l'intérieur de ces tubes de verre un champ magnétique oscillatoire à peu près cylindrique, qui induit un champ électrique oscillatoire à peu près cyclique (**38** *a*) et par suite un courant électrique cyclique; c'est ce courant qui produit l'illumination du gaz à l'intérieur des tubes. Dès qu'au-dessus d'un de ces tubes de verre, R_1 par exemple, on introduit un tube métallique (en pointillé *fig.* 412), la lueur de R_1 s'éteint aussitôt complètement tandis que celle de R_2 persiste.

La conclusion des expériences 1° et 2° est la même. Par suite de l'inductance magnétique considérable que possède l'intérieur du tube de métal (*), l'amplitude du flux d'induction magnétique, à l'intérieur de ce tube, est diminuée très fortement par rapport à celle du flux d'induction à l'intérieur de K_2.

L'expérience réussit également avec des tubes d'étain très minces, si l'on n'emploie toujours que des oscillations assez rapides ([153 b]).

b. Pour des tubes de matière peu conductrice, les électrolytes par exemple, la relation de **116** reste encore très approchée, quand les

(*) Pour le champ magnétique alternatif qui existe dans la direction de l'axe du tube.

Digitized by Google

tubes ne sont pas trop minces, pour les fréquences de 10^6 et 10^7/sec. L'inductance magnétique, pour un champ magnétique oscillatoire dans la direction de leur axe et d'une épaisseur au moins égale, est approximativement proportionnelle au produit de la conductibilité et de la fréquence. Pour cette raison, un tube d'acide sulfurique au maximum de conductibilité $\left(\frac{\sigma}{\sigma_{Hg}} = 6{,}9.10^{-5}, \text{ Table III}\right)$ travaille pour des oscillations de fréquence 10^7 de la même façon qu'un tube de platine de même épaisseur $\left(\frac{\sigma}{\sigma_{Hg}} = 6{,}7\right)$ ou de fer $\left(\frac{\sigma}{\sigma_{Hg}} = 6 \text{ à } 10\right)$ pour une fréquence de 100. Les tubes à électrolyte doivent donc, dans l'expérience *a*, avoir une action prononcée.

Pour le démontrer, on peut opérer de la manière suivante. Dans la bobine K_1 (*fig.* 412), on met un récipient de verre contenant le tube R_1 assujetti avec des débris de liège (*fig.* 413). Tant qu'il y a de l'air

Fig. 413.

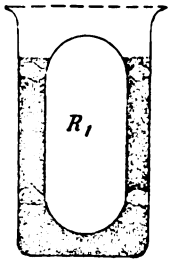
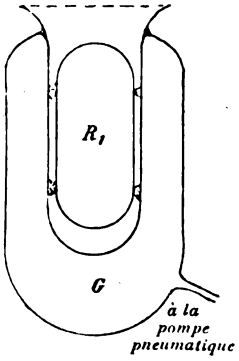


Fig. 414.



dans l'espace tubulaire compris entre le récipient et R_1, ce dernier brille tout comme R_2; mais, si l'on verse un électrolyte bon conducteur dans cet espace, le tube R_1 cesse complètement ou presque complètement de briller.

c. Il est évident que l'expérience réussit aussi avec des gaz raréfiés. Pour réaliser l'expérience, on prend un récipient de verre G (*fig.* 414), à l'intérieur duquel se trouve le tube R_1. G est en communication avec une pompe pneumatique à mercure. Tant que ce récipient contient de l'air à la pression atmosphérique, le tube R_1 brille; mais si l'on fait le vide dans G, à peu près comme dans un tube de Geissler, R_1 s'éteint et c'est G qui brille.

Tandis que l'air à la pression atmosphérique est isolant, à l'état

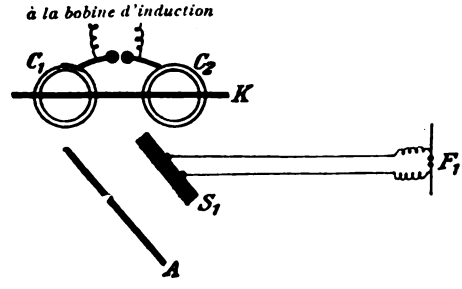
Digitized by Google

raréfié il est relativement bon conducteur (*), c'est pourquoi il brille; le récipient G n'a plus en effet une inductance magnétique négligeable dans ces conditions.

Si l'on pousse le vide encore plus loin, le récipient G s'éteint et le tube R_1 recommence à briller, car l'air très raréfié est mauvais conducteur.

264. Expérience de réflexion. — L'expérience de réflexion de **120** peut être facilement répétée à l'aide du dispositif de la figure 409, et donne des actions bien plus vigoureuses qu'avec les oscillations lentes. La bobine S_1 (*fig.* 415) est disposée de manière que le

Fig. 415.



flux d'induction la traversant soit aussi faible que possible. On n'a alors au micromètre que de petites étincelles; mais, si l'on introduit un cercle en fil de cuivre dans la position A ou à peu près (*fig.* 415), il se produit aussitôt en F_1 de vives étincelles. Les raisons données pour ce phénomène à **120** sont encore valables quand il s'agit de cette expérience.

II. — Influence des plaques et des cylindres conducteurs.

265. Répartition du flux d'induction magnétique. — On a exposé, de **121** à **126**, que si un cylindre conducteur est transporté dans un champ magnétique alternatif à peu près homogène, dont les lignes

(*) Aussi bon conducteur que l'acide sulfurique à son maximum de conductibilité. Ce n'est pas en contradiction avec le résultat obtenu à 253 *b* pour les tubes de Geissler. La difficulté d'obtenir au moyen de tubes à électrodes métalliques des courants sensibles, sauf aux hautes tensions, vient de la *résistance de passage* entre le métal et le gaz.

Digitized by Google

d'induction sont parallèles à son axe, il se produit à son intérieur une répartition non uniforme de l'induction magnétique. Les relations d'alors sont encore valables; mais la fréquence, devenue beaucoup plus grande, fait ressortir d'une manière beaucoup plus sensible encore que pour les oscillations lentes la dissymétrie du flux d'induction.

a. Dans les cylindres métalliques, d'après **124**, la répartition du flux d'induction magnétique est d'autant plus irrégulière dans la section du cylindre que le coefficient $\varkappa$ est plus grand :

$$\varkappa = r\sqrt{n}\sqrt{\frac{\pi\sigma\mu}{8\rho^2}}.$$

Donc, plus la fréquence est grande, plus le rayon du cylindre et sa conductibilité ont besoin d'être petits, afin de conserver la même irrégularité dans la distribution du flux d'induction magnétique. Alors que pour les oscillations lentes $n = 100$/sec le flux d'induction magnétique dans un fil de fer de 1^{mm} de diamètre et au-dessous pouvait être considéré comme uniforme dans une même section (**128**), dans le cas des oscillations de 10^6/sec il est localisé dans une couche superficielle très mince (*). Même pour des fils de $0^{mm},1$ de rayon seulement le flux à la surface diffère de celui du centre (**).

b. De même des plaques conductrices circulaires, transportées dans un champ magnétique alternatif dont les lignes d'induction magnétique percent normalement leur surface, ont la propriété (**130**) de changer le flux d'induction magnétique. Elles affaiblissent ce flux surtout à leur centre, et moins sur la périphérie. D'après **130** *b*, le phénomène doit être d'autant plus net que l'épaisseur et la conductibilité de la plaque ainsi que la fréquence sont plus élevées, toutes choses égales d'ailleurs. Alors que pour les oscillations lentes il fallait des plaques de cuivre épaisses pour mettre en évidence le phénomène à peine sensible, avec les oscillations rapides il suffit de plaques très minces de métal quelconque pour obtenir une forte action.

266. Vérification expérimentale. — *a.* Comme vérification du phénomène (**265** *a*), on peut faire une observation avec le dispositif de la figure 412. Si l'on considère, quand le circuit à condensateur

(*) Ce qui a été dit pour le courant électrique est applicable à l'induction magnétique dans le cas présent; les relations de $\mathfrak{m}$ à 124 sont identiques à celles de $\mathfrak{s}$ à 230 (*voir* 234 *b*).

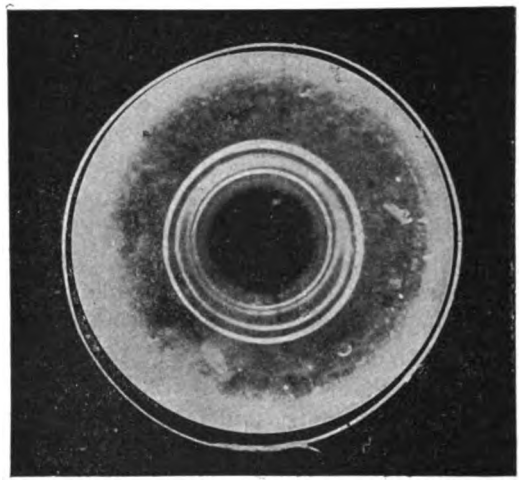
(**) On a pour $n = 10^6$/sec, avec $\frac{\mu}{\mu_0} = 100$, $\varkappa = 2,14$; avec $\frac{\mu}{\mu_0} = 10$, $\varkappa = 0,65$.

Digitized by Google

est en action, les tubes R_1 ou R_2 dans la direction de leur axe, on remarque que la lueur à l'intérieur du tube est insensible, tandis qu'elle croît en intensité à mesure qu'elle se rapproche de la périphérie, ainsi qu'on le remarque sur la photographie (*fig.* 416) (*).

Il est donc hors de doute que le courant électrique est beaucoup plus fort à la surface, et qu'il décroît progressivement jusqu'au centre. Mais il ne faut pas en conclure qu'il en est de même pour

Fig. 416.



l'induction magnétique, comme c'est le cas pour un cylindre bon conducteur (265 *a*). Car, même si l'amplitude de l'induction magnétique était la même dans toute la section du tube, l'intensité du champ électrique et le courant en un point quelconque seraient d'autant plus forts que ce point est plus éloigné de l'axe. Il est facile de montrer (*voir* 123) que dans ce cas

$$E_\rho = -\frac{\mathfrak{M}'}{2\nu}\rho,$$

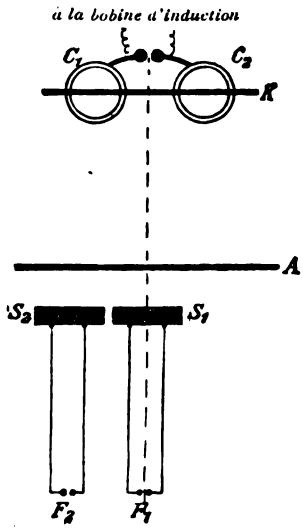
E_ρ étant l'intensité du champ à la distance ρ de l'axe ([154]).

(*) Les anneaux lumineux du centre viennent de réflexions sur la paroi du verre. Il est recommandé d'employer un circuit à condensateur de la forme de la figure 407; on introduit un tube de verre aussi gros que possible dans l'intérieur du fil circulaire. La capacité de chaque bouteille de Leyde ne doit pas descendre au-dessous de 2.10^{-3} microfarad, et la longueur d'étincelle en dessous de 2^{cm}. On appelle le phénomène *courant annulaire sans électrode* dans les gaz.

Digitized by Google

b. On peut démontrer expérimentalement ce qui a été avancé à 265 *b* sur les plaques métalliques, au moyen du dispositif de la figure 410, d'une manière analogue à celle employée à 130. La bobine S_1 est placée sur le même axe que K, et S_2 est voisin de S_1 (*fig.* 417). L'étincelle est mesurée en F_1 et F_2 à la distance d'éclate-

Fig. 417.



ment quand le circuit à condensateur est en activité. Une expérience a donné

$$F_1 = 8^{mm},4, \qquad F_2 = 4^{mm},4.$$

Si l'on met une feuille de fer-blanc dans la position A, entre les bobines et le circuit à condensateur (diamètre de la plaque 28^{cm}, épaisseur $1^{mm},5$), la distance d'éclatement devient

$$F_1 = 0^{mm},2, \qquad F_2 = 1^{mm}.$$

Tandis que l'amplitude de l'induction magnétique était primitivement dans S_1 à peu près double de celle dans S_2, elle est maintenant cinq fois plus faible.

267. Impédance magnétique des plaques conductrices. — *a*. L'impédance magnétique, que, d'après 130, les plaques conductrices possèdent pour un champ magnétique alternatif perpendiculaire à leur surface,

Digitized by Google

peut être démontrée exactement de la même manière que l'impédance des bobines ou des cercles. Les expériences de 262 peuvent être poursuivies avec des plaques de métal, peut-être plus facilement encore qu'avec les cercles de fil. Pour les oscillations rapides, il n'est nullement besoin de plaques de cuivre épaisses. A cause de la haute fréquence des oscillations des circuits à condensateurs, on obtient des résultats très appréciables avec des feuilles de zinc minces. Dans l'expérience de 262 *a*, les feuilles d'étain les plus minces suffisaient pour éteindre aussitôt les étincelles en F_1. Dans la même expérience, une feuille de zinc (dans la position A, *fig.* 409), qui, à 119 *b*, n'avait eu aucun effet appréciable, réduisait la distance d'éclatement de F_1 de $4^{mm},2$ à $0^{mm},1$. Dans l'expérience de 262 *c*, la même feuille de zinc faisait tomber la distance d'éclatement F_2 de $2^{mm},2$ à $0^{mm},5$, celle de F_1 montant de $2^{mm},2$ à $2^{mm},3$.

b. Si l'on emploie par ailleurs des plaques très épaisses, il suffit d'une matière très peu conductrice (électrolyte par exemple) pour produire une forte impédance magnétique. On peut remplacer, dans la figure 409, la bobine ou le cercle de fil placé en A par un vase plat rempli d'électrolyte. Si le micromètre à étincelles F_1 laissait juste passer l'étincelle, il ne la laissera plus passer dès qu'on aura rempli le vase d'acide sulfurique dilué ou d'eau salée.

c. La grande impédance magnétique, que présentent les plaques de métal pour le champ magnétique alternatif à haute fréquence, peut être très avantageusement employée dans la pratique pour préserver les appareils contre les actions d'un tel champ. On n'a pour cela qu'à les enfermer dans des boîtes métalliques d'une certaine épaisseur (*voir* 444).

268. Bobines à noyau de fils de fer. Renforcement du flux d'induction. — La supériorité des noyaux de fils de fer ou de lames, dans le cas des oscillations lentes, reste la même à peu près pour les oscillations rapides. Les rapports qui lient les quantités entre elles sont par contre tout différents de ce qu'ils étaient dans le cas des oscillations lentes.

a. Tout d'abord les conditions d'utilisation sont tout autres. Dans le cas des oscillations lentes, le noyau de fer servait à renforcer le flux d'induction magnétique principalement dans deux cas :

1° Pour augmenter le coefficient de self-induction d'un circuit, afin d'augmenter le plus possible l'inductance par rapport à la résistance (88 *b*);

2° Pour faire induire deux circuits l'un sur l'autre avec le moins de dispersion possible (Chapitre VI, paragraphe III).

Digitized by Google

Mais, avec les oscillations rapides, l'inductance est déjà très grande par rapport à la résistance pour un conducteur métallique quelconque (**250**); on n'a donc pas besoin pour cela de noyau métallique. Dans beaucoup de cas, en plus, il n'est pas nécessaire qu'un circuit agisse sur un autre avec le moins de dispersion possible (Chapitre XV, § II et III).

b. D'ailleurs, le besoin qu'on a de renforcer le flux d'induction serait satisfait d'une manière très imparfaite par les fils de fer, et cela pour deux raisons (*).

1° La perméabilité du fer pour les oscillations rapides est bien moindre que pour le courant stationnaire ou les oscillations lentes; $\frac{\mu}{\mu_0}$ pour les champs de force moyenne atteint environ 3000 dans ce dernier cas. Pour les fréquences au-dessus de 10^6, l'expérience de **236** *c* donne une bien plus petite valeur, et des expériences plus exactes donnent pour les fils de fer doux, aux oscillations rapides, des valeurs de $\frac{\mu}{\mu_0}$ pour la plupart situées au voisinage de 100 ou beaucoup au-dessous (**).

Pour les calculs de décharge aux fréquences entre 10^6 et 10^7/sec, on doit prendre pour $\frac{\mu}{\mu_0}$ une valeur comprise entre 10 et 100.

2° Pour l'amplitude du flux d'induction magnétique dans une bobine avec un courant alternatif, la mesure de l'impédance à l'intérieur de la bobine n'est pas donnée par la résistance magnétique (**112** *b*).

Pour les oscillations lentes, le flux d'induction magnétique dans les

---

(*) On suppose qu'on n'emploie pas des fils extrêmement fins; cette supposition est en général vérifiée, le kilogramme de fils de fer de $0^{mm},025$ coûtant plus de 1250^{fr}.

(**)

Observateurs.	r en mm.	n.	$\frac{\mu}{\mu_0}$.
W.-M. Varley ([144])		2.10^4/sec	110
		7.10^4/sec	101
P. Cardani ([155])	2,7	environ 10^6/sec	125,9
	1,5	»	70,6
	1	»	46,4
	0,7	»	25
	0,047	»	15,6
J. Klemencic ([156])	0,22	9.10^7/sec	118
	0,18	»	111
	0,047	»	73
S. John ([157])		10^8/sec	83,5-107

Digitized by Google

fils d'environ 1^{mm} de diamètre et au-dessous peut être considéré comme sensiblement constant dans la section; donc $\mathfrak{z}_m = w_m$ (128), et par suite le renforcement G du flux d'induction magnétique par un noyau composé de tels fils serait

$$G = \frac{\mu}{\mu_0} \qquad (129).$$

Pour les oscillations rapides $n > 10^6$/sec, le flux d'induction magnétique est réparti d'une manière très différente dans les diverses parties d'une même section, même pour des fils de fer d'un diamètre bien inférieur à 1^{mm} (265 *a*). On a donc, même pour des fils très minces, réalisé le cas limite I (125)

$$\mathfrak{z}_m = \varkappa\sqrt{2}\,w_m,$$

et, par suite,

$$G = \frac{1}{\varkappa\sqrt{2}}\,\frac{\mu}{\mu_0}.$$

Puisque $\varkappa$ dans ce cas est plus grand que 1 et devient, toutes choses égales d'ailleurs, d'autant plus grand que la fréquence est plus forte, $\frac{1}{\varkappa\sqrt{2}}\,\frac{\mu}{\mu_0}$ devient très inférieur à $\frac{\mu}{\mu_0}$. Il suit de là que, pour les oscillations rapides, l'augmentation du flux d'induction magnétique dans une bobine, par des fils de fer assez fins, n'est pas aussi grande que la valeur de $\frac{\mu}{\mu_0}$ le ferait prévoir.

Puisque $\varkappa$ est proportionnel à $\sqrt{n}$ (124), il doit y avoir pour chaque espèce de fil une fréquence pour laquelle $\frac{1}{\varkappa\sqrt{2}}\,\frac{\mu}{\mu_0} = 1$, et au-dessus de laquelle cette quantité tombe au-dessous de 1; alors l'introduction du noyau de fer dans la bobine non seulement n'augmente pas le flux d'induction magnétique, mais le diminue.

c. Dans le Tableau suivant, on a supposé $n = 3.10^6$/sec pour étudier l'accroissement G du flux d'induction magnétique pour diverses valeurs du diamètre du fil :

	r en mm.					
$\frac{\mu}{\mu_0}$.	1.	0,5.	0,25.	0,1.	0,05.	0,025.
1000	6,3	12,6	25,2	63	122	241
100	2,0	4,0	8,0	19,2	37,2	73,5
10	0,6	1,2	2,4	5,8	9,4	10

Pour les fils qui ne sont pas extrêmement minces, comme les deux

Digitized by Google

derniers, le renforcement du flux d'induction magnétique est beaucoup plus faible que $\frac{\mu}{\mu_0}$, c'est-à-dire très faible. Le fil de 1^{mm} de rayon, avec $\frac{\mu}{\mu_0} = 10$, montre déjà le cas où le noyau de fer affaiblit le flux d'induction.

269. Bobines à noyau de fils de fer. Consommation d'énergie. — Toute inductance d'un circuit magnétique produit une perte d'énergie (**114** *b*).

a. Pour un flux d'induction donné Q_m, on a, pour la perte d'énergie par courants parasites pour une seconde,

$$(1) \qquad L = \pi n \mathfrak{p}_m \pi n Q^2_{m\,\text{eff}} \qquad (131\ a).$$

Puisque, d'après **127** *b*, $\pi n \mathfrak{p}_m$ est au moins proportionnel à $\sqrt{n}$, la perte d'énergie augmente rapidement avec la fréquence. De plus, la perte d'énergie pour les oscillations rapides ne suit pas la même loi que pour les oscillations lentes, loi de croissance en fonction du rayon du fil. Pour les oscillations lentes et des fils de fer de 1^{mm} de rayon ou au-dessous, on avait

$$\pi n \mathfrak{p}_m = \varkappa^2 \omega_m = r^2 n t^2 \omega_m \qquad (127 \text{ et } 128\ b).$$

Mais d'après **265** *a*, pour les oscillations rapides, le cas limite I (**125**) est déjà réalisé par des fils dont le rayon est très inférieur à 1^{mm}, et alors (**128** *b*)

$$\pi n \mathfrak{p}_m = \varkappa \omega_m = r \sqrt{n} t \omega_m.$$

Si les fils deviennent trois fois plus petits, la perte d'énergie par les courants parasites, pour le même volume du noyau de fer, tombe avec les oscillations lentes à $\frac{1}{9}$ de sa valeur, et avec les oscillations rapides à $\frac{1}{3}$ seulement de sa valeur.

Le Tableau suivant donne en watts la perte d'énergie (pour une longueur de 1^{cm} et une section de 1^{cm^2}) pour des noyaux en fils de fer d'épaisseur variable. Comme fréquence on a pris 3.10^6/sec, et pour flux d'induction magnétique la valeur $Q_{m\,\text{eff}} = 1$ C.G.S.

$\frac{\mu}{\mu_0}$.	r en mm.					
	1.	0,5.	0,25.	0,1.	0,05.	0,025.
1000	1,33	0,66	0,33	0,13	0,07	0,03
100	4,10	2,05	1,03	0,41	0,21	0,08
10	13,3	6,7	3,3	1,23	0,36	0,09

Digitized by Google

Les nombres montrent combien le rayon du fil doit être petit, pour que la perte d'énergie atteigne une valeur acceptable.

b. Les relations deviennent tout autres quand on considère la perte d'énergie pour la même FMM extérieure $\mathfrak{M}_a$, c'est-à-dire la perte d'énergie pour le même courant dans l'enroulement de la bobine. On a, pour cette perte d'énergie (**131** *a*),

$$L = \frac{\pi n \mathfrak{p}_m}{\mathfrak{z}_m^2} \pi n \mathfrak{M}_{a\,\text{eff}}^2.$$

Pour les oscillations rapides et les fils de fer qui ne sont pas extrêmement minces,

$$\pi n \mathfrak{p}_m = \varkappa w_m,$$
$$\mathfrak{z}_m = \varkappa \sqrt{2} w_m,$$

$$L = \frac{1}{2\varkappa w_m} \pi n \mathfrak{M}_{a\,\text{eff}}^2 = \frac{\sqrt{n}}{r} \frac{\pi}{2 t w_m} \mathfrak{M}_{a\,\text{eff}}^2.$$

La consommation d'énergie sera d'autant plus grande que le rayon du fil sera plus petit. Ce résultat provient (*voir* **131** *c*) de ce que dans les fils relativement épais, à cause de l'impédance magnétique élevée, il n'existe qu'un champ magnétique très faible.

c. Les nombres du Tableau ci-dessous montrent le rapport de la consommation d'énergie dans les fils de fer d'épaisseurs diverses, pour le même courant dans la bobine et la fréquence $n = 3.10^6$/sec.

$\frac{\mu}{\mu_0}$.	*r* en mm.					
	1.	0,5.	0,25.	0,1.	0,05.	0,025.
1000	0,53	1,06	2,11	5,3	10,0	19,2
100	0,17	0,33	0,67	1,52	2,85	4,4
10	0,053	0,10	0,19	0,41	0,31	0,09

Les nombres eux-mêmes donnent la résistance en ohms que l'on devrait ajouter à chaque spire de la bobine, pour employer en chaleur Joule dans l'enroulement de la bobine l'énergie que les courants parasites consomment dans 1^{cm^3} du noyau de fer.

270. Recherches expérimentales sur les noyaux de fer. — Les relations et les nombres calculés à **268** et **269** reposent sur les hypothèses suivantes :

1° La bobine est annulaire (circuit magnétique fermé) ou rectiligne et très longue;

2° La perméabilité est constante dans le fer;

Digitized by Google

3° La perte d'énergie n'est causée que par le développement de chaleur dû aux courants parasites.

Pratiquement, aux oscillations rapides on opère surtout avec des bobines rectilignes relativement courtes. La perméabilité du fer est aussi peu constante que pour les oscillations lentes, et à la perte d'énergie par courants parasites vient s'ajouter l'effet de l'hystérésis. Les relations et nombres de **268** et **269** ne peuvent donc prétendre représenter avec exactitude les rapports effectifs. On peut seulement vérifier par l'expérience jusqu'à quel point ils sont qualitativement applicables.

a. On peut se servir du dispositif de la figure 418 pour apprendre à connaître l'élévation du flux d'induction magnétique dans une bobine par un noyau de fils de fer. S_1 et S_2 sont des bobines rigoureusement égales, *u* est un commutateur qui permet de mettre le micromètre à étincelles F en communication avec S_1 ou S_2. On introduit successivement dans S_1 les divers noyaux à expérimenter; après avoir mis en action le circuit à condensateur, on détermine la distance d'éclatement F_1 et la distance d'éclatement F_2, en mettant la communication successivement avec S_1 et S_2. D'après **253** *a*, la distance d'éclatement donne une mesure pour l'amplitude de la tension aux extrémités de la bobine considérée. Cette amplitude de la tension est, d'après l'égalité (2) de **250**, proportionnelle au coefficient de self-induction de la bobine considérée, puisque le courant est le même dans les deux bobines. Ces coefficients de self-induction sont proportionnels au flux d'induction magnétique dans chaque bobine, puisque le nombre de spires de ces dernières est le même.

Du rapport des amplitudes des tensions $\mathcal{V}_1$ et $\mathcal{V}_2$, correspondant à F_1 et F_2 (Table XIX), on tire le rapport des flux d'induction magnétique dans S_1 et S_2, c'est-à-dire le rapport G du flux d'induction magnétique avec noyau et sans noyau.

On a obtenu les résultats suivants (*) :

Noyau.	A. Massif.	B. Fil épais.	C. Fil moyen.	D. Fil fin.	E. Limaille.
$\mathcal{V}_1 : \mathcal{V}_2$.....	0,66	1,3	1,7	1,7	2,5

b. La consommation d'énergie dans les divers noyaux peut être déterminée par le dispositif de la figure 419. H est un thermique, *w* une résistance électrolytique variable, S une paire de bobines à

(*) $C_1 = C_2 = 0,3.10^{-3}$ microfarad. $S_1 = S_2$; nombre de spires = 10, rayon = $2^{cm},5$. Les noyaux de fer ont une longueur de 20^{cm}, un rayon de 2^{cm}. Rayon du fil de fer B = $0^{mm},9$; C = $0^{mm},35$; D = $0^{mm},12$.

Digitized by Google

laquelle on peut, au moyen d'une bride mobile, ajouter ou retrancher des spires. Ce dispositif permet de faire varier à volonté le coefficient de self-induction du circuit à condensateur, et, dans les recherches

Fig. 418.

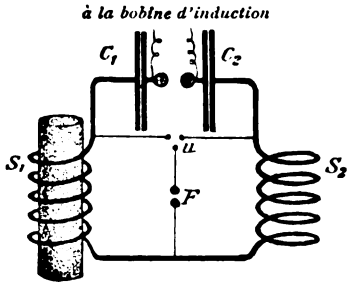
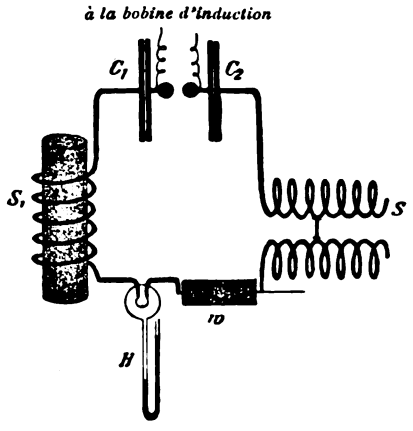


Fig. 419.



qui suivent, on doit s'en servir pour obtenir toujours la même fréquence (209) et la même amplitude de courant (252) (*).

La mesure de la consommation d'énergie, dans un noyau quelconque, s'effectue de la manière suivante. Le noyau est mis dans la bobine S_1 et on lit l'indication du thermique. On éloigne ensuite le noyau, après l'avoir retiré de S_1, et l'on règle la bobine variable S de manière à obtenir la même fréquence qu'auparavant. Le thermique donne alors, à cause du moindre amortissement (la perte d'énergie dans le noyau ayant disparu), une indication plus forte (244). Pour avoir à nouveau la première indication du thermique, il faut introduire une certaine résistance électrolytique w et, s'il est nécessaire, parfaire le réglage de la fréquence avec la bobine S. Dans ces conditions, la fréquence, l'amplitude du courant et l'amortissement restent les mêmes qu'auparavant avec le noyau. La grandeur de la résistance w, nécessaire à introduire, donne une mesure immédiate de l'action du noyau de fer introduit, et par suite un moyen commode

(*) On y parvient de la manière suivante. Au voisinage du circuit à condensateur, on en installe un second, induit par le premier, mais en couplage très lâche avec lui (316 *b*). La bobine S sera réglée de manière que le premier circuit à condensateur soit toujours en résonance (330) avec le second, qui reste constant.

Digitized by Google

pour comparer les divers noyaux avec la même FMM (**269** *b*), puisque l'amplitude du courant est la même.

Voici les résultats obtenus avec les noyaux utilisés en *a* :

Noyau.	A. Massif.	B. Fil épais.	C. Fil moyen.	D. Fil fin.	E. Limaille.
w en ohms.....	4,5	31	41	55	6

Si l'on compare ce Tableau, en ce qui se rapporte aux fils ou au cylindre, avec **269** *c*, on constate que les relations et les nombres d'alors établissent bien qualitativement les rapports. Il se confirme surtout que la perte d'énergie est d'autant plus faible que le fil est plus gros; elle est très petite pour les cylindres massifs en fer.

Comparant ce Tableau à celui de *a*, on constate que le faible accroissement du flux d'induction par l'introduction d'un noyau en fils de fer dans une bobine est acheté bien cher par une grosse perte d'énergie. Cette perte est assez grande pour interdire l'emploi pratique de tels noyaux dans les bobines d'un circuit à condensateur ou de systèmes analogues.

271. Noyaux en limaille de fer. — Dans les Tableaux de **270**, **129** et **131** *d*, on remarque les chiffres relatifs aux noyaux à limaille (limaille de fer en poudre, substance du commerce). Ces noyaux produisent une élévation du flux d'induction et aussi une perte d'énergie. Une comparaison avec les noyaux en fils de fer montre que les noyaux en limaille, pour une même induction, consomment bien moins d'énergie que les premiers (*). Pour les oscillations rapides, les noyaux en limaille donnent une élévation du flux d'induction plus forte que les noyaux en fils de fer. Si donc, pour de telles oscillations, on veut renforcer le flux d'induction d'une bobine, il est recommandé d'employer des noyaux en limaille.

On forme de tels noyaux en versant de la limaille dans de la paraffine fondue jusqu'à ce que l'on obtienne une bouillie uniforme. On en remplit un tube de verre complètement; la bouillie se solidifie et devient semblable à du ciment ([158]).

La perméabilité d'un tel cylindre n'est pas très forte, $\frac{\mu}{\mu_0}$ est compris

---

(*) Le calcul de cette consommation d'énergie par les Tableaux 270 *a* et *b* donne pour le même flux d'induction (269 *a*), avec une unité arbitraire :

Noyau.	A. Massif.	B. Fil épais.	C. Fil moyen.	D. Fil fin.	E. Limaille.
Consommation d'énergie.....	68	24	24	32	2,4

Digitized by Google

entre 2 et 3. Mais, à l'encontre des fils de fer, il a une propriété heureuse; tandis que la perméabilité des fils de fer doux aux oscillations rapides n'est que $\frac{1}{30}$ de celle pour champ constant (**268** *b*), la perméabilité de la limaille aux oscillations rapides ne varie guère, et reste pour une fréquence de 5.10^6 les $\frac{2}{3}$ de ce qu'elle était pour un champ constant ([159]).

III. — Action des isolants dans le champ magnétique oscillatoire ([160]).

272. Cylindres isolants. Distribution de l'induction dans une section. — On considère, pour simplifier les relations, l'exemple suivant :

Une bobine annulaire possède un noyau isolant (paraffine par exemple). Pour qu'on puisse considérer avec un courant stationnaire le champ magnétique comme homogène dans toute la section, il faut supposer que le rayon de la bobine est très grand par rapport au rayon d'une spire et par suite au rayon d'une section de l'isolant. Quelle est la distribution de l'induction magnétique dans une section normale du noyau? tel est ce que l'on doit déterminer pour les oscillations de haute fréquence.

a. Dans les précédentes hypothèses, le champ magnétique à l'intérieur de la bobine est cylindrique par raison de symétrie; par conséquent, le champ électrique induit sera cyclique (**38** *a*). Si l'on découpe par la pensée, comme à **122**, deux tubes très minces de rayons r_1 et r_2 (*fig.* 210) dans le noyau, l'intensité du champ magnétique sera nécessairement différente le long de l'un et de l'autre tube.

Cela peut être montré d'une manière analogue à **122**. La figure 210 montre une section normale dans le noyau de la bobine, avec les deux cercles (sections des tubes) de rayons XA_1 ou YB_1 et XA_2 ou YB_2. La droite XY est la trace d'un plan normal, dont la section avec les deux tubes est A_1B_1 ou A_2B_2. La FMM totale le long du cercle A_1B_1 se compose de deux parties : 1° la FMM extérieure $\mathfrak{M}_a$ qui provient du courant dans la bobine (*); 2° la FMM induite $\mathfrak{M}_{i_1}$ qui provient des lignes d'induction électrique Q_{e_1}, qui s'écoulent dans la partie annulaire $AA_1 - BB_1$; et l'on a (**35** *c*)

$$\mathfrak{M}_{i_1} = \frac{1}{v} Q'_{e_1}. \tag{1}$$

(*) Et du champ électrique induit à l'extérieur de la bobine annulaire (*voir* 273 *a*).

Digitized by Google

Pour la FMM totale le long du cercle A_2B_2, et, par suite, le long du tube r_2, on a une valeur analogue. La FMM induite $\mathfrak{M}_{i_2}$ le long de ce tube est donnée par

$$\mathfrak{M}_{i_2} = \frac{1}{v} Q'_{e_2}, \tag{2}$$

si Q_{e_2} représente le flux d'induction électrique compris dans la partie annulaire $AA_2 - BB_2$. Or, Q_{e_2} est différent de Q_{e_1}, et l'on a

$$Q_{e_2} = Q_{e_1} + Q_e,$$

Q_e étant le flux d'induction électrique dans $A_1A_2 - B_1B_2$. Il en résulte, d'après les égalités (1) et (2), que $\mathfrak{M}_{i_1}$ et $\mathfrak{M}_{i_2}$ sont différentes, et, par suite, la FMM totale le long du tube $r_1(\mathfrak{M}_a + \mathfrak{M}_{i_1})$ doit être différente de la FMM totale le long du tube $r_2(\mathfrak{M}_a + \mathfrak{M}_{i_2})$. Donc, comme à **122**, l'induction magnétique à la distance r_1 de l'axe est différente de celle à la distance r_2, et, comme r_1 et r_2 sont quelconques, l'induction magnétique varie de la surface au centre.

b. Si l'on suppose, ce qui est justifié par la suite, que la différence entre l'induction à l'axe et à la périphérie n'est grande ni dans la phase ni comme amplitude, on peut en déduire dans quel sens l'induction magnétique à l'axe diffère de celle à la périphérie.

Cette supposition étant admise, il est facile de montrer que la FMM totale le long du tube r_2 doit être plus grande que le long du tube r_1. Mais il s'ensuit que l'induction magnétique est maxima sur l'axe et décroît d'une manière continue de ce point à la surface. C'est donc exactement le contraire de ce qui se passe dans les noyaux conducteurs (**124**).

c. On peut montrer, exactement comme pour un noyau conducteur (**123**), que l'irrégularité de la distribution est d'autant plus forte que le produit de la perméabilité μ du noyau par la fréquence n de l'oscillation est plus grand, sauf qu'au lieu de la conductibilité on emploie l'expression $\pi n \varepsilon$, dans laquelle ε est la constante diélectrique du noyau. On s'en rend compte en suivant les développements de **68** *b*. En fait la théorie ([161]) donne les résultats suivants :

1° De même qu'à **124** la distribution de l'amplitude de l'induction magnétique dépend de la grandeur de

$$x = r\sqrt{n}\,t,$$
$$t = \sqrt{\frac{\pi\mu\sigma}{8v^2}};$$

pour la répartition de l'induction, la valeur de l'expression γ, que

Digitized by Google

l'on obtient en remplaçant dans $\varkappa$, σ par $\pi n \varepsilon$, donne une mesure relative :

$$\left.\begin{aligned}\gamma &= r\sqrt{n}\,\beta \\ \beta &= \sqrt{\frac{\pi\mu\,\pi n\varepsilon}{8v^2}}\end{aligned}\right\}, \qquad \gamma = \sqrt{\frac{1}{8}}\, r\pi n \sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{v^2}}.$$

La relation, qui donne le rapport des amplitudes de l'induction magnétique $\mathfrak{M}_\rho$ à la distance ρ de l'axe du noyau de la bobine à $\mathfrak{M}_2$ induction magnétique sur l'axe, est approximativement

$$\frac{\mathfrak{M}_\rho}{\mathfrak{M}_2} = 1 - 2\gamma^2\left(\frac{\rho}{r}\right)^2,$$

et pour l'induction $\mathfrak{M}_1$ à la surface

$$\frac{\mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_2} = 1 - 2\gamma^2.$$

2° La phase de l'induction magnétique est la même à toutes les distances de l'axe. Il n'y a donc pas de différence de phase, comme il y en a dans les cylindres conducteurs.

d. Puisque, d'après **214**, $\sqrt{\frac{\varepsilon_0\mu_0}{v^2}} = \frac{1}{3.10^{10}}$ cm/sec, et que la perméabilité de tous les isolants est environ celle de l'air, que leur constante diélectrique est au plus 80 fois plus grande que celle de l'air, il est clair que γ^2 ne peut atteindre une valeur importante que pour de très hautes fréquences. Si l'on prend des données aussi favorables que possible, rayon du noyau $= 10^{cm}$, constante diélectrique $\varepsilon =$ celle de l'eau, on a pour

n	10^6/sec	10^7/sec	10^8/sec
γ^2	$1,1.10^{-5}$	$1,1.10^{-3}$	$1,1.10^{-1}$

Si la constante diélectrique du noyau ne différait pas beaucoup de celle de l'air, on aurait pour

n	10^6/sec	10^7/sec	10^8 sec
γ^2	$1,4.10^{-7}$	$1,4.10^{-5}$	$1,4.10^{-3}$

Même à la fréquence de 10^8, la non-uniformité de l'induction n'est sensible que quand la constante diélectrique est beaucoup plus grande que celle de l'air.

273. **Résistance magnétique des cylindres isolants.** — Il est à supposer que, de même que pour les noyaux conducteurs (**127**), non

Digitized by Google

seulement la distribution de l'induction ne sera pas uniforme dans une section, mais encore que le flux d'induction total dans le noyau ne sera pas le même pour les oscillations rapides et pour une FMM constante.

a. Il faut tenir compte de l'action du champ électrique induit à l'extérieur de la bobine annulaire, si l'on veut savoir quel est le rapport du flux d'induction magnétique dans le noyau à la FMM extérieure $\mathfrak{M}_a$, qui est produite par le courant dans la bobine. Sinon, on ferait la même faute que si, dans le calcul du coefficient de self-induction des cercles de fil aux oscillations rapides, on ne considérait que la partie p_i (239) qui provient du champ magnétique dans le fil, négligeant la partie ordinairement plus forte p_0 (240 *a*) qui est produite par le champ magnétique hors du fil.

Un raisonnement élémentaire ([162]) montre que la réaction du champ électrique induit hors de la bobine annulaire se traduit par une diminution apparente de la résistance du noyau égale à $\frac{\pi^2 n^2 \varepsilon_a}{\mu_a} p_0$, dans laquelle ε_a et μ_a représentent la constante diélectrique et la perméabilité de l'espace extérieur de la bobine annulaire, et p_0 l'expression à prendre à la Table VIII *a* (*).

Le champ électrique induit à l'intérieur du noyau a aussi, comme le prouve la théorie ([163]), la propriété de diminuer visiblement la résistance magnétique, et pour γ petit, de la quantité $\gamma^2 w_m$. Donc, si Q_m représente le flux d'induction magnétique dans le noyau, $\mathfrak{M}_a$ la FMM le long du noyau, produite par le courant dans la bobine, on a

$$(1) \qquad Q_m = \frac{\mathfrak{M}_a}{\mathfrak{w}_m},$$

dans laquelle

$$(2) \qquad \mathfrak{w}_m = w_m(1-\gamma^2) - \frac{\pi^2 n^2 \varepsilon_a}{\mu_a} p_0$$

est la résistance magnétique effective du noyau pour la fréquence considérée.

b. La différence entre $\mathfrak{w}_m$ et w_m n'est sensible dans la plupart des cas que quand la fréquence dépasse sensiblement 10^7/sec. Le terme en γ^2 n'a d'importance que pour les oscillations d'une fréquence supérieure à 10^8/sec, ainsi qu'il appert de 272 *d*. De même, le terme

(*) p_0 est le coefficient de self-induction du noyau quand il est parcouru par un courant de très haute fréquence (239 *b*).

Digitized by Google

$\frac{\pi^2 n^2 \varepsilon_a}{\mu_a} p_0$ est à peine sensible pour les fréquences inférieures à 10^8/sec.

Si l'on prend comme rayon R de l'anneau 5^{cm}, comme rayon r d'une spire 1^{cm}, si à l'intérieur et à l'extérieur de l'anneau se trouve de l'eau, on a, pour $n = 10^8$/sec,

$$w_m = 126 \text{ C.G.S.},$$

$$\frac{\pi^2 n^2 \varepsilon_a}{\mu_a} p_0 = 1,6 \text{ C.G.S.},$$

donc environ 1 pour 100 de w_m.

Avec $R = 50^{cm}$ et $r = 10^{cm}$ et la même fréquence, on a

$$w_m = 12,6,$$

$$\frac{\pi^2 n^2 \varepsilon_a}{\mu_a} p_0 = 16.$$

Mais un courant quasi stationnaire de 10^8 alternances et une bobine annulaire de pareilles dimensions sont choses contradictoires (**251** *a*).

c. On ne sera surtout pas, en général, dans la situation d'expérimenter des bobines annulaires à de si hautes fréquences. Pour des cylindres de longueur finie, mais très petite (disques), qui se trouvent dans le champ magnétique alternatif, les relations précédentes ne sont pas applicables. Il reste le résultat qualitatif suivant : Ils affaiblissent visiblement la résistance magnétique de l'espace qu'ils remplissent, d'autant plus que leur longueur (cylindres), ou leur épaisseur (plaques), et leur constante diélectrique sont plus fortes et que la fréquence de l'oscillation est plus élevée. Mais cette action est bien moins forte que pour les noyaux des bobines annulaires.

d. La diminution de la résistance magnétique [égalité (2)] produit une augmentation du flux d'induction magnétique pour le même courant passant dans la bobine. Par suite, le coefficient de self-induction de la bobine doit prendre une plus forte valeur pour les oscillations rapides que pour les oscillations lentes ou le champ stationnaire, et d'autant plus forte que les constantes diélectriques du noyau et du milieu dans lequel se trouve la bobine sont plus grandes. Mais dans les cas pratiques ce changement du coefficient de self-induction n'est pas perceptible.

274. **Capacité des condensateurs à plaques pour les oscillations rapides.** — On obtient, comme E. Cohn et F. Heerwagen ([164]) l'ont montré d'abord, des relations tout à fait semblables pour le champ électrique dans un condensateur à plaques circulaires, lorsque la charge du condensateur est oscillatoire et à haute fréquence. Il suffit

Digitized by Google

de changer induction magnétique en induction électrique, perméabilité en constante diélectrique. On trouve, comme en 272 *c*, que l'induction électrique n'est pas uniforme entre les plaques du condensateur, mais est maxima au centre. On a donc

$$\frac{\mathfrak{E}_\rho}{\mathfrak{E}_2} = 1 - 2\gamma^2 \left(\frac{\rho}{r}\right)^2,$$

dans laquelle $\mathfrak{E}_\rho$ est l'amplitude de l'induction électrique à la distance ρ de l'axe, $\mathfrak{E}_2$ celle sur l'axe, et γ la grandeur dont on a déjà parlé à 272 *c*.

Le changement de la capacité correspond ici au changement de la résistance magnétique dans 273. Si $\mathfrak{c}$ est la capacité pour l'oscillation considérée, l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur est $\frac{1}{2}\mathfrak{c}\mathcal{V}^2$, quand la tension entre les plaques est $\mathcal{V}$, et l'on a approximativement

$$\mathfrak{c} = c(1 - 2\gamma^2).$$

Pour les plaques de grandeur moyenne, $\mathfrak{c}$ ne diffère pas sensiblement de c jusqu'à la fréquence de 10^8/sec dans le cas de condensateurs à lame d'air (272 *d*).

FIN DU TOME I.

Digitized by Google

Digitized by Google

NOTES.

(1) On trouvera des explications plus étendues, sur les phénomènes étudiés dans ce Chapitre, dans un Livre quelconque un peu détaillé et traitant de la Physique expérimentale. Pour les phénomènes dans lesquels intervient le calcul différentiel ou intégral, on recommande surtout les Ouvrages suivants : E. Cohn, *Das elektromagnetische Feld,* Leipzig, 1900; G. Ferraris, *Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik,* Leipzig, 1901. C'est du Livre de E. Cohn que sont inspirées les notes qui vont suivre.

(2) C'est-à-dire que E et M sont des vecteurs.

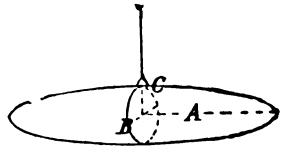
(3) La tension du point A par rapport au point B est donc, en général, l'intégrale linéaire de l'intensité du champ depuis A jusqu'à B, c'est-à-dire

$$= \int_A^B E_l dl \quad \text{ou} \quad \int_A^B M_l dl,$$

dl étant un élément linéaire de la courbe tracée de A vers B, E_l ou M_l la composante de E ou M suivant cet élément de ligne. De même, la FEM ou la FMM le long d'une courbe fermée est égale à l'intégrale linéaire de l'intensité du champ électrique ou magnétique le long de cette courbe.

(4) Si le barreau a la forme d'un ellipsoïde de révolution suspendu, comme l'indique la figure, par un fil vertical, A, B et C (B = C) étant ses demi-axes,

Fig. 1.



ϑ l'angle de l'axe A de révolution avec la composante horizontale M de l'intensité du champ magnétique, on a, pour le moment de rotation Θ qui agit sur ce barreau,

$$(1) \qquad \Theta = \frac{\mu_0}{2} M^2 \sin 2\vartheta \left(\frac{1}{\frac{\mu_0}{\mu - \mu_0} + B} - \frac{1}{\frac{\mu_0}{\mu - \mu_0} + A} \right)$$

Digitized by Google

[*voir* E. Cohn (1), p. 212], μ étant la perméabilité magnétique du barreau, μ_0 celle de l'air. Comme μ_0 est beaucoup plus petit que μ, on a approximativement

$$(2) \qquad \Theta = \frac{\mu_0}{2} M^2 \sin 2\mathfrak{I} \left(\frac{1}{B} - \frac{1}{A}\right).$$

(5) *Voir* F. Braun, *Wied. Ann.*, t. 60, 1897, p. 552.

(6) On a, pour le moment de rôtation Θ, avec les notations de (4),

$$\Theta = \frac{\varepsilon_0}{2} E^2 \sin 2\mathfrak{I} \left(\frac{1}{B} - \frac{1}{A}\right),$$

E étant la composante horizontale de l'intensité du champ électrique, ε_0 la constante diélectrique de l'air (*voir* E. Cohn, p. 113, 106 et suiv.).

(7) *Voir* M. Seddig, *Ann. Physik*, t. 11, 1903, p. 815.

(8) *Consulter* sur ce point : W. J. Milham, *Sur l'emploi des tubes de Braun dans la mesure des champs électriques* (*Diss. Strasbourg*, 1901) (*Ueber die Verwendbarkeit der Braun'schen Röhre zur Messung elektrischer Felder*).

(9) *Voir* A. Wehnelt, *Verhandl. d. Physik. Ges.*, t. 5, 1903, p. 29.

(10) Pour un élément de surface infiniment petit dS, cette expression est exacte dans un champ quelconque. Le nombre des lignes d'intensité qui traversent cet élément de surface est donné par

$$= M \cos\mathfrak{I}\, dS,$$

M étant l'intensité du champ au point occupé par dS. $M \cos\mathfrak{I}$ est la composante de M, suivant la normale N à dS, soit M_N; l'expression est donc équivalente à

$$M_N\, dS.$$

Le nombre de lignes d'intensité qui traversent une surface quelconque S dans un champ quelconque est donc

$$= \int_S M_N\, dS$$

et, dans un champ électrique,

$$= \int_S E_N\, dS.$$

(11) Pour le détail de la construction dans un plan, *voir* H. Ebert, *Magnetische Kraftfelder*. Leipzig, 1897, p. 80 et suiv.

(12) C'est-à-dire que, dans les champs statiques, l'intégrale linéaire de l'intensité du champ le long d'une courbe fermée quelconque est nulle.

(13) L'induction magnétique n'est pas d'une manière générale identique à $\mathfrak{M} = \mu M$ [*voir* E. Cohn (1), p. 221], mais elle a cette valeur dans tous les cas qui suivent.

(14) Ou bien on a, dans le cas le plus général [*voir* E. Cohn (1), p. 22],

$$Q_e = \int_S \varepsilon E_N\, dS = \int_S \mathfrak{E}_N\, dS = \sum e,$$

$$Q_m = \int_S \mu M_N\, dS = \int_S \mathfrak{M}_N\, dS = \sum m.$$

Digitized by Google

Q_e ou Q_m représentent le nombre de lignes d'induction électrique ou magnétique qui traversent la surface fermée S de l'intérieur à l'extérieur; de même $\sum e$ ou $\sum m$ représentent la somme algébrique des masses électriques ou magnétiques incluses dans la surface S.

(15) Dans les livres d'instruction technique, on admet que de la masse magnétique 1 sortent 4π lignes d'induction et non pas une. Le nombre de lignes d'induction magnétique est habituellement désigné par la lettre B ou $\mathfrak{B}$, donc

$$B = 4\pi Q_m.$$

Si B ou $\mathfrak{B}$ représente le vecteur de l'induction magnétique, il est, dans les cas suivants, identique à $4\pi\mathfrak{M}$.

(16) Dans cette égalité, on ne tient pas compte, pour la capacité, que le champ électrique n'est pas homogène au bord des plateaux (*voir* Table II *b*).

(17) Soit E le vecteur de l'intensité du champ électrique lorsque le conducteur a la charge e, E_1 lorsque la charge est ke.

Alors, en outre des conditions générales pour l'intensité du champ [E. Cohn (1), p. 31], E et E_1 sont entièrement définies par les relations

$$(1) \qquad \int_S \varepsilon E_N \, dS = e,$$

$$(2) \qquad \int_S \varepsilon E_{1N} \, dS = ke,$$

S étant la surface du conducteur. Si l'on définit un vecteur E_2 par la relation

$$E_2 = kE$$

et si E_2 satisfait comme E aux conditions générales, on aura

$$\int_S \varepsilon E_{2N} \, dS = ke.$$

Le vecteur E_2 satisfait donc aux mêmes conditions que le vecteur E_1. Mais, comme il n'y a qu'un seul vecteur qui satisfasse aux conditions générales et à l'égalité (2) [*voir* E. Cohn (1), p. 44], on a

$$E_1 = E_2 = kE.$$

Donc la direction des lignes d'intensité et, par suite aussi, des lignes d'induction est la même dans les deux cas, mais la densité est k fois plus forte.

(18) Se démontre comme dans la note (17).

(19) Soient e_1 et e_2 les charges électriques de deux conducteurs, Ψ la tension du premier conducteur s'il existait seul, Ψ_1 sa tension dans l'hypothèse d'un second conducteur. On a [*voir* E. Cohn (1), p. 58 et 63]

$$\Psi = \beta_1 e_1 \qquad [18, \text{égalité } (1)],$$
$$\Psi_1 = \beta_1 e_1 + \beta_2 e_2.$$

Digitized by Google

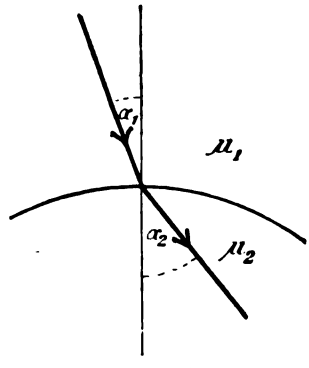
Comme les constantes β_1 et β_2 sont positives, la valeur absolue de $\mathcal{V}_1$ est plus grande ou plus petite que celle de $\mathcal{V}$ suivant que e_1 et e_2 sont ou non de même signe.

(20) Si les lignes d'induction magnétique passent d'un milieu de perméabilité μ_1 dans un autre de perméabilité μ_2, on a en général

$$\frac{\operatorname{tang}\alpha_1}{\operatorname{tang}\alpha_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

[*voir* E. Cohn (1), p. 200], α_1 et α_2 étant les angles que font les lignes d'induction dans les deux milieux avec la normale à la surface de séparation. Si μ_2 est très grand par rapport à μ_1, on a sensiblement $\alpha_1 = 0$ (si $\operatorname{tang}\alpha_2$ n'est pas égal

Fig. 11.



à ∞), c'est-à-dire que les lignes d'induction entrent normalement dans le second milieu.

On a de même pour le passage des lignes d'induction électrique d'un milieu de constante diélectrique ε_1 en un second de constante diélectrique ε_2

$$\frac{\operatorname{tang}\alpha_1}{\operatorname{tang}\alpha_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$$

[*voir* E. Cohn (1), p. 40 et suiv.].

(21) Même démonstration qu'à (17).

(22) L'expression générale pour le nombre de lignes de courant passant par une surface S est

$$\int_S \mathfrak{S}_N dS \quad (10).$$

(23) L'accent est donc équivalent au quotient différentiel par rapport au temps.

(24) C. Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, t. 2, p. 132 et suiv., *fig.* 18. Oxford; 1873.

Digitized by Google

(25) C'est-à-dire que

$$\int_s M_s ds = \frac{1}{v} \int_S \mathfrak{S}_N dS,$$

dS étant l'élément de surface limité par la courbe fermée s, la première intégrale étant calculée le long du contour s entier.

(26) Même démonstration qu'à (17). Le vecteur M est déterminé, en outre des conditions générales, par

$$\int_s M_s ds = \frac{i}{v}$$

pour toutes les courbes qui entourent une fois le circuit i.

(27) *Voir* E. Cohn (1), p. 244.

(28) On se rend facilement compte qu'en un point (voir *fig.* 35) tel que le rayon passant par ce point fasse avec le diamètre, passant par les bornes de prise de courant, l'angle $90^\circ - \vartheta$, l'intensité du champ magnétique

$$M \sim \frac{\vartheta}{\sin \vartheta};$$

par suite,

$$\frac{(M)_{\vartheta=\frac{\pi}{2}}}{(M)_{\vartheta=0}} = \text{environ } \frac{1,6}{1}.$$

(29) La formule générale pour le coefficient d'induction mutuelle de deux courbes s_1 et s_2 est donnée par la formule de Neumann,

$$p_{12} = \frac{\mu}{4\pi v^2} \int_{s_1} \int_{s_2} \frac{\cos(ds_1, ds_2)}{r} ds_1 ds_2$$

[*voir* E. Cohn (1), p. 245]. μ représente la perméabilité du milieu où se trouvent les deux circuits, ds_1 et ds_2 des éléments linéaires des deux courbes de courant, r leur distance et (ds_1, ds_2) l'angle qu'ils forment entre eux.

(30) Cela résulte immédiatement de l'expression de (29).

(31) Cette définition serait exacte si le champ magnétique à l'intérieur du fil était exactement cyclique. Elle l'est d'autant plus que le rayon du fil est plus faible par rapport aux autres dimensions du circuit. On peut aussi déduire le coefficient de self-induction des circuits de la formule de Neumann, mais non pas en faisant se confondre les deux circuits s_1 et s_2 en un seul [*voir* E. Cohn (1), p. 294 et suiv.].

(32) Ou

$$\int_s M_s ds = \frac{1}{v} \left[\int_S \mathfrak{S}_N dS + \frac{d}{dt} \int_S \mathfrak{E}_N dS \right] \quad (25).$$

(33) Ou

$$\int_s E_s ds = -\frac{1}{v} \frac{d}{dt} \int_S \mathfrak{M}_N dS.$$

(34) Pour l'énergie contenue dans un espace d'une grandeur quelconque τ da s

Digitized by Google

un champ quelconque, on a

$$W_e = \frac{1}{2}\int_\tau \varepsilon E^2 d\tau, \qquad W_m = \frac{1}{2}\int_\tau \mu M^2 d\tau.$$

(35) Cela ressort de E. Cohn (1), p. 36, égalité 15.

(36) *Voir* E. Cohn (1), p. 281 et suiv.

(37) On a donc

$$i_{\text{eff}}^2 = \text{moyenne temporaire de } i^2 = \frac{\int_0^t i^2 dt}{t}.$$

De même

$$\psi_{\text{eff}}^2 = \frac{\int_0^t \psi^2 dt}{t}.$$

(38) *Voir* A. Paalzow et H. Rubens, *Wied. Ann.*, t. 37, 1889, p. 529.

(39) On a donc

$$K_s = \frac{i}{v}\frac{dQ_m}{ds}, \qquad \Theta = \frac{i}{v}\frac{dQ_m}{d\mathfrak{J}}.$$

(40) Les relations entre les systèmes de mesures pratiques et absolues seraient beaucoup plus simples si l'on prenait comme unité de masse 1^{kg}, comme unité de longueur 1^m, et si l'on posait $v = 1$.

Proposition de G. Giorgi, *L'Elettricista*, 1902, janvier-février; *il nuovo Cimento*, 1902, juillet-novembre. *Voir* F. Emde, *Zeitschrift für Elektrotechnik*, 23e livraison, 1903.

(41) On obtient bien plus simplement $\mathfrak{E}$ par le calcul différentiel

$$\begin{aligned}\mathfrak{E} &= -\frac{1}{v}\frac{dQ_m}{dt} \qquad (37\,c),\\ &= -\frac{1}{v}\frac{dQ_m}{d\mathfrak{J}}\frac{d\mathfrak{J}}{dt},\\ &= \frac{u}{v}Q_{m_0}\sin\mathfrak{J} \qquad [50, \text{ égalités (1) et (2)}].\end{aligned}$$

(42) Une méthode très sensible pour savoir si un courant polyphasé est exactement sinusoïdal a été donnée par J. Zenneck (*Wien. Ann.*, t. 69, 1899, p. 858).

(43) Il est en général préférable, dans le calcul des grandeurs oscillatoires, de représenter la grandeur oscillatoire $\mathfrak{A}$ de fréquence n sous la forme

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{A}_0 e^{i\pi n t} = \mathfrak{A}_0 e^{i\nu t} \qquad (i = \sqrt{-1},\ \nu = \pi n),$$

d'effectuer le calcul et, dans le résultat obtenu qui est généralement complexe, de séparer les parties réelles et imaginaires en posant

$$e^{i\nu t} = \cos\nu t + i\sin\nu t.$$

Digitized by Google

Cette méthode, préconisée par Heaviside, a été plus récemment développée par Ch. Steinmetz ([58]).

a. Dans cette méthode, la multiplication par $\iota\omega$ est identique à $\frac{d}{dt}$, c'est-à-dire à la différentiation par rapport au temps;

b. La multiplication par ι est identique à un changement de phase de 90°;

c. Une grandeur oscillatoire $\mathfrak{A}$ est en retard sur $\mathfrak{B}$ de l'angle de phase φ lorsque

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{B} e^{-\iota\varphi}.$$

([44]) *Voir* J. Zenneck, *Wied. Ann.*, t. 69, 1889, p. 838.

([45]) S'il s'agit de l'enregistrement photographique des courbes d'oscillation, la méthode donnée par A. Wehnelt et B. Donath (*Wied. Ann.*, t. 69, 1899, p. 861) est bien plus simple. On y donne le déplacement horizontal, non pas à la tache lumineuse, mais à la plaque sensible. Cette méthode n'est pas à employer pour la démonstration; déjà, pour les fréquences de 100/sec, elle exige des conditions de très bon fonctionnement pour la machine à influence, les tubes de Braun et la sensibilité de la plaque photographique, si l'on veut avoir des images assez grandes et claires.

([46]) *Voir* F. Braun ([5]).

([47]) *Voir* E.-E. Seefehlner, *Optische Methoden zu Wechselstromuntersuchungen*, Vienne, 1900.

([48]) Les *Rapports du Congrès international de Physique*, t. 3, 1900, p. 264, donnent plus de détails sur les méthodes pratiques.

([49]) Dans le cas le plus général, l'ordonnée y de la courbe $= c_1 i_1$ et l'abscisse $x = c_2 i_2$. Alors, si l'on pose

$$c_1 i_{10} = a_1,$$
$$c_2 i_{20} = a_2,$$
$$\measuredangle(i_2, i_1) = \varphi,$$

x et y se mettent sous la forme

$$y = a_1 \sin \pi n t,$$
$$x = a_2 \sin(\pi n t - \varphi).$$

L'élimination de t donne l'équation de la courbe

$$\left(\frac{y}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{x}{a_2}\right)^2 - \frac{2.xy}{a_1 a_2} \cos\varphi = \sin^2\varphi.$$

Quand $\varphi \neq 0$, la courbe est une ellipse, dont la position par rapport aux axes de coordonnées est déterminée, pour une même valeur absolue de φ, par le signe de $\cos\varphi$ (*voir* 60 *c*).

Pour $\varphi = 0$ ou $\varphi = 180°$, l'ellipse dégénère en une double droite [60 *a* (1)].

Pour $\varphi = \pm 90°$, $a_1 = a_2$, on a un cercle (60 *d*). Dans ce cas, on a, en outre.

$$\frac{y}{x} = \operatorname{tang} \pi n t \qquad \text{ou} \qquad \mathrm{POX} = \pi n t \qquad (\textit{fig.}\ 65),$$

Digitized by Google

c'est-à-dire que la tache tourne avec une vitesse uniforme, faisant un tour complet par période du courant alternatif.

(50) Démonstration connue du parallélogramme de Fresnel.

(51) La suite ressort immédiatement de ce que

$$\mathfrak{B} = \pm k \frac{d\mathfrak{A}}{dt} = \pm \pi n k \mathfrak{A}_0 \cos(\pi n t - \varphi),$$

si l'on pose

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{A}_0 \sin(\pi n t - \varphi).$$

(52) C'est-à-dire que c'est la valeur moyenne temporaire de $\mathfrak{B} = f(t)$ de t_1 à t_2

$$= \frac{\int_{t_1}^{t_2} f(t)\,dt}{t_2 - t_1}.$$

(53) Plus simplement, dans le cas général,

$$\mathfrak{A}_1 = \mathfrak{A}_{10} \sin \pi n t,$$
$$\mathfrak{A}_2 = \mathfrak{A}_{20} \sin(\pi n t - \varphi).$$

La valeur moyenne temporaire de $\mathfrak{B} = \mathfrak{A}_1 \mathfrak{A}_2$ pendant une période complète sera, d'après (52),

$$= \frac{\mathfrak{A}_{10}\mathfrak{A}_{20}}{\frac{2}{n}} \int_0^{\frac{2}{n}} \sin \pi n t \sin(\pi n t - \varphi)\,dt = \frac{1}{2} \mathfrak{A}_{10} \mathfrak{A}_{20} \cos \varphi$$

[70 *c*, égalité (3)], d'où se déduisent immédiatement les cas spéciaux de 70 *a* et *b*.

(54) Dans le cas général, quand la grandeur oscillatoire $\mathfrak{A}$ n'est pas sinusoïdale, on peut écrire

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{A}_0 f(t),$$

dans laquelle $f(t)$ est une fonction périodique du temps. On a alors

$$\mathfrak{A}_{\text{eff}} = \mathfrak{A}_0 \sqrt{\frac{\int_0^{\mathrm{T}} f(t)^2\,dt}{\mathrm{T}}} \qquad (\mathrm{T} = \text{période de } \mathfrak{A}),$$

ou, si

$$\frac{1}{\mathrm{F}^2} = \frac{\int_0^{\mathrm{T}} f(t)^2\,dt}{\mathrm{T}},$$

on a

$$\mathfrak{A}_0 = \mathrm{F}\,\mathfrak{A}_{\text{eff}};$$

F est, en général, appelé *facteur de forme* de la grandeur oscillatoire considérée. Tant que $f(t)$, c'est-à-dire la forme de la courbe d'oscillation, ne change pas, le

Digitized by Google

facteur F reste aussi constant et les données du thermique peuvent être considérées comme donnant une mesure de l'amplitude du courant alternatif.

(55) On trouve des renseignements plus développés sur les machines à courants alternatif et triphasés et sur leur mode de fonctionnement dans les Ouvrages suivants : E. Arnold, *Die Wechselstromtechnik*, 1902-1904; E. Gérard, *Leçons sur l'Électricité*, 5e édition, t. 1, 1898; G. Kapp, *Dynamomaschinen für Gleich- und Wechselstrom und Transformatoren*, Berlin, Jul. Springer; G. Kapp, *Elektrische Kraftubertragung*, traduction allemande de R. Holborn et R. Kahle, Berlin, 1896; S.-P. Thompson, *Die Dynamoelektrischen Maschinen*, traduction allemande de K. Strecker et T. Vesper, Halle, 1900.

(55a) *Voir*, pour les recherches effectuées sur une machine semblable, K.-E.-F. Schmidt, *Ann. Phys.*, t. 14, 1904, p. 22.

(56) M. Wien, *Ann. Phys.*, t. 4, 1901, p. 425. Plus récemment, W. Dudell a décrit une machine d'induction donnant 240000 alternances par seconde [*Phil. Mag.* (6), t. 9, 1905, p. 299], ainsi que l'exposé des machines à hautes fréquences construites jusqu'ici.

(57) La construction de cette machine est encore à entreprendre.

(58) Des détails plus étendus sur le sujet sont donnés dans E. Arnold, *Die Wechselstromtechnick*, 1902-1904; Th.-H. Blakesley, *Die elektrischen Wechselstrome* (traduction allemande de C.-P. Feldmann; Berlin, Jul. Springer); C.-P. Feldmann, *Wirkungsweise Prüfung und Berechnung der Wechselstromtransformatoren*, Liepzig, 1894; J.-A. Fleming, *The alternate current transformer*, Londres, 1900; E. Gérard, *Leçons sur l'électricité*, 5e édition, 1898.

Dans les Ouvrages uniquement théoriques, on peut citer G. Ferraris (1); F. Bedell et A.-C. Crehore, *Theorie der Wechselstrome* (traduction allemande de A.-H. Bucherer; Ch. Steinmetz, *Theorie und Berechnung der Wechselstromerscheinungen*, Berlin, 1900.

(59) Seulement, dans l'expérience de 82 *b*, par suite de la différence de phase entre i_1 et i_2 (196), $(i_1 - i_2)_{\text{eff}}$ n'est pas égal à $i_{1\text{eff}} - i_{2\text{eff}}$, c'est-à-dire à la différence des lectures à l'ampèremètre avant et après le condensateur. On ne peut donc pas calculer le flux de courant dans un câble, en considérant des parties de câble de longueur finie comme des condensateurs. La méthode rigoureuse est donnée par E. Cohn (1), p. 471 et suiv.

(60) Ou l'équation différentielle

$$iw = \mathcal{E}_a + \mathcal{E}_i = \mathcal{E}_a - p\frac{di}{dt}.$$

Si $\mathcal{E}_a$ est sinusoïdal, c'est-à-dire de la forme $\mathcal{E}_a = \mathcal{E}_{a_0} e^{\iota\nu t}$, on a, en remplaçant $\frac{d}{dt}$ par $\iota\nu$,

$$i = \frac{\mathcal{E}_a}{z} \tag{1}$$

avec

$$z = w + \iota\nu p. \tag{2}$$

Digitized by Google

A la place de la résistance w pour le courant stationnaire, on a dans le calcul la relation complexe de l'impédance z. On tire des égalités (1) et (2)

$$i = \frac{\mathcal{E}_a}{\sqrt{w^2 + (\nu p)^2}} e^{-i\varphi} \qquad \text{et} \qquad \operatorname{tang}\varphi = \frac{\nu p}{w}.$$

(61) L'équation différentielle est

$$iw + p\frac{di}{dt} = \mathcal{E}_a = \mathcal{E}_{a_0} \sin(\nu t - \alpha)$$

à la limite $i = 0$ pour $t = 0$. La solution générale est

$$i = \frac{\mathcal{E}_{a_0}}{\sqrt{w^2 + (\nu p)^2}} \left[\sin(\nu t - \alpha - \varphi) + \sin(\alpha + \varphi) e^{-\frac{w}{p}t}\right]$$

avec $\operatorname{tang}\varphi = \frac{\nu p}{w}$. On peut facilement se rendre compte de l'interprétation donnée à 93 *c*. Ce sujet est aussi traité par J.-A. Fleming (58), p. 194.

(62) On se rend compte qu'on est autorisé à considérer chaque oscillation supérieure comme seule dans le circuit, en considérant la série de Fourier pour $\mathcal{E}$ dans l'équation différentielle de (60).

(63) Démonstration simple

$$W_m = \frac{1}{2} p i^2,$$

$$\frac{dW_m}{dt} = ip\frac{di}{dt} = -i\mathcal{E}_i = L_m.$$

(64) L'énergie employée dans le temps dt pour l'établissement du champ magnétique, ou rendue au circuit dans ce temps par la disparition du champ, est (97 *c*)

$$L_m\, dt = -i\mathcal{E}_i\, dt.$$

Comme

$$\mathcal{E}_i = -\frac{1}{\nu}\frac{dQ_m}{dt},$$

la dépense d'énergie sera, pour toute la période T,

$$\int_0^T L_m\, dt = \frac{1}{\nu}\int_0^T i\frac{dQ_m}{dt}\, dt = -\frac{1}{\nu}\int i\, dQ_m,$$

où l'intégrale embrasse toutes les valeurs de Q_m que prend le courant pendant toute la période, c'est-à-dire le long de la courbe fermée DABCD (*fig.* 179). Cette intégrale n'est autre que le contenu de la surface circonscrite par la courbe [*voir* E. Cohn (1), p. 532 et suiv.].

(65) Comme, d'après 107, la courbe du courant cesse d'être sinusoïdale dans ces circonstances, à cause de l'hystérésis, la définition de l'impédance de 86 perd sa valeur.

Digitized by Google

Le plus simple est alors de définir l'impédance par l'égalité (90) :

$$z = \frac{\mathcal{E}_{a\,\mathrm{eff}}}{i_{\mathrm{eff}}} \quad \text{ou} \quad \frac{\mathcal{V}_{\mathrm{eff}}}{i_{\mathrm{eff}}}.$$

(66) *Voir* R. Angström, *Phys. Zeitsch.*, t. 1, 1899, p. 121.

(67) On trouve un exposé plus détaillé de cette question par J. Zenneck, *Ann. Phys.*, t. 9, 1902, p. 497.

(68) Et non

$$= \frac{1}{2} \mathfrak{w}_m n Q_{m_0}^2$$

$$= \frac{n}{2} (w_m + \pi n p_m \sin\varphi_2 \cos\varphi_2) Q_{m_0}^2.$$

La première partie de cette expression $\left(= \frac{n}{2} w_m Q_{m_0}^2\right)$ est l'énergie transformée par le champ magnétique de l'anneau de fer. La seconde partie provient du champ magnétique de S_2, qui n'est pas à l'intérieur de l'anneau. Une légère transformation montre que

$$\frac{n}{2} \pi n p_m \sin\varphi_2 \cos\varphi_2 Q_{m_0}^2 = \frac{n}{2} p_2 i_{20}^2.$$

Mais p_2 est la partie du coefficient de self-induction du circuit S_2, qui est relative aux lignes d'induction extérieures à l'anneau de fer.

(69) Une démonstration élémentaire a été donnée par J. Zenneck, *Ann. Phys.*, t. 11, 1903, p. 1125.

(70) *Voir* J. Zenneck (67), § IV.

(71) Cela n'est valable toutefois que tant que le courant dans les tubes peut être considéré comme uniforme, Quand cela n'est plus admissible, il faut remplacer cette relation par celle de J.-J. Thomson (*Recent Researches in Electricity and Magnetism*, p. 323 et suiv., Oxford, 1893).

(72) L'expérience dérive du principe de Willoughby Smith [*voir* J.-A. Fleming (58), p. 280].

(73) Pour l'établissement théorique des formules données à 124 et 127, *voir* E. Cohn (1), p. 354 et suiv., dans lequel des formules sont données pour le phénomène analogue du domaine électrique. Pour la transformation en quantités magnétiques, *voir* J. Zenneck (67), § VII.

(74) *Voir* (67), § VII.

(75) L'équation différentielle est donnée par (67), § VIII. Le calcul peut être conduit de la même manière que dans E. Cohn (1), p. 354 et suiv.

(76) *Voir* les détails théoriques dans O. Heaviside, *Electrical papers*, t. 1, 1892, p. 363; J.-J. Thomson (71), p. 318 et suiv.

(77) *Consulter* C.-P. Feldmann (58), p. 155 et suiv. On y trouve des données sur les feuilles de fer.

(78) *Consulter* les Ouvrages : E. Arnold (55); Fleming (58); Thompson (55); Feldmann (58); G. Kapp, *Transformatoren für Wechselstrom und Drehstrom*,

Digitized by Google

2e édition, 1900, et les Ouvrages purement théoriques de Bedell-Crehore ([58]) et Steinmetz ([58]).

([78a]) *Voir* W. Wien, *Phys. Zeitschrift*, t. 4, 1903, p. 586.

([79]) La méthode de Maxwell pour le transformateur se trouve dans E. Cohn ([1]), p. 317 et suiv. Les équations différentielles sont

$$i_1 w_1 = \mathcal{E}_a - p_{11}\frac{di_1}{dt} + p_{12}\frac{di_2}{dt},$$
$$i_2 w_2 = \quad - p_{21}\frac{di_1}{dt} + p_{22}\frac{di_2}{dt},$$

p_{11} ou p_{22} étant les coefficients de self-induction du circuit primaire total ou du circuit secondaire total, $p_{21} = p_{12}$ le coefficient d'induction mutuelle des deux circuits.

Cette méthode suppose μ constant, donc des transformateurs sans hystérésis: par contre, la dispersion est censée possible.

Le cas particulier (E. Cohn, p. 319), où

$$p_{12}^2 = p_{11} p_{22},$$

suppose aucune dispersion et une charge sans induction de la bobine secondaire.

Dans la méthode d'Hopkinson, on part du flux d'induction magnétique Q_m dans le noyau du transformateur. Les équations différentielles sont, en ne tenant pas compte de la dispersion,

$$Q_m w_m = \frac{N_1 i_1 + N_2 i_2}{v},$$
$$i_1 w_1 = \mathcal{V}_1 - \frac{N_1}{v}\frac{dQ_m}{dt},$$
$$i_2 w_2 = -\frac{N_2}{v}\frac{dQ_m}{dt} - p_2\frac{di_2}{dt},$$

N_1 et N_2 étant le nombre de spires des bobines primaire et secondaire, p_2 le coefficient de self-induction du conducteur relié à la bobine secondaire et non celui du circuit secondaire total.

([80]) Cette analogie n'est pas accidentelle. Dans un transformateur, un courant alternatif primaire produit un courant alternatif secondaire par l'intermédiaire d'un champ magnétique alternatif. Dans 112, il est question d'un champ magnétique alternatif primaire qui, par l'intermédiaire d'un courant alternatif, produit un champ magnétique alternatif secondaire (le champ du conducteur réuni à la bobine secondaire). Le cas de 112 est donc l'analogue magnétique du transformateur.

([81]) M. Wien, *Wied. Ann.*, t. 61, 1897, p. 151 et suiv.

([82]) Les équations différentielles pour le transformateur à une seule bobine sont

$$i_1 w_1 = \mathcal{E}_a - p_{11}\frac{di_1}{dt} - p_{12}\frac{di_2}{dt} - i_2 w,$$
$$i_2 w_2 = \quad - p_{21}\frac{di_1}{dt} - p_{22}\frac{di_2}{dt} - i_1 w,$$

Digitized by Google

w_1 étant la résistance du circuit primaire total, w_2 du circuit secondaire total, w de la partie commune des deux circuits, p_{11}, p_{22}, p_{12}, p_{21} comme à (79).

Les équations diffèrent de celles relatives au transformateur à deux bobines en ce qu'une FEM $-i_2 w$ intervient dans le primaire et une FEM $-i_1 w$ dans le secondaire.

Si dans ces relations on remplace $\frac{d}{dt}$ par ν, on obtient

$$i_1(w_1 + \nu p_{11}) + i_2(w + \nu p_{12}) = \mathcal{E}_a,$$
$$i_1(w + \nu p_{21}) + i_2(w_2 + \nu p_{22}) = 0,$$

tandis que pour le transformateur à deux bobines on a

$$i_1(w_1 + \nu p_{11}) + i_2 \nu p_{12} = \mathcal{E}_a,$$
$$i_1 \nu p_{21} + i_2(w_2 + \nu p_{22}) = 0.$$

Les premières relations tendent vers les secondes quand w est négligeable devant νp_{12}.

(83) *Consulter* les Ouvrages : E. Arnold (55) et surtout G. Rössler, *Elektromotoren für Wechselstrom und Drehstrom*, 1901; E. Gérard (55); G. Kapp, *Elektrische Kraftübertragung* (55); Thompson (55); et les Ouvrages purement théoriques de Steinmetz (58).

(84) *Voir*, par exemple, G. Kapp (83), p. 199 et suiv.

(84a) *Voir* d'autres types de wattmètres dans Feldmann (58), p. 254 et suiv.

(84b) *Voir* El. Thompson, *Novel Phenomena of alternating currents* [*Electr. World* (N.-Y.), 28 mai 1887); même sujet et recherches analogues de J.-A. Fleming, *On electromagnetic repulsion* (*Proc. Roy. Inst.*, t. 13, 1890-1892, p. 311); *voir* aussi J.-A. Fleming (58), t. 1, p. 307 et suiv.

(85) Au point O (*fig.* 256), où se croisent les axes des trois bobines, on a, pour les intensités des champs magnétiques provenant du courant triphasé dans les trois bobines,

$$(1)\qquad \begin{cases} M_1 = M_0 \sin \pi n t, \\ M_2 = M_0 \sin(\pi n t - 120^\circ), \\ M_3 = M_0 \sin(\pi n t - 240^\circ). \end{cases}$$

Le champ magnétique résultant a donc comme composantes, suivant x et y,

$$M_y = M_1 \cos 0^\circ + M_2 \cos 120^\circ + M_3 \cos 240^\circ,$$
$$M_x = M_1 \cos 90^\circ + M_2 \cos(90^\circ - 120^\circ) + M_3 \cos(90^\circ - 240^\circ).$$

En remplaçant par les valeurs de (1), on a

$$M_y = \frac{3}{2} M_0 \sin \pi n t,$$

$$M_x = -\frac{3}{2} M_0 \cos \pi n t.$$

Le champ résultant est donc formé par deux composantes normales l'une sur

Digitized by Google

l'autre, de même amplitude et différant de 90° dans la phase. C'est, d'après 166, un champ tournant simple.

(86) *Voir* G. Kapp, *Elektrische Kraftubertragungen* (55), p. 266.

(87) La démonstration repose sur les principes suivants faciles à vérifier :

1° La direction des lignes de courant, du courant induit dans le cylindre, est indépendante de l'amplitude et du nombre de révolutions du champ magnétique;

2° L'amplitude du courant, en un point quelconque du cylindre, est proportionnelle à l'amplitude et au nombre de révolutions du champ. Pour un cylindre suffisamment long de longueur h, d'épaisseur de paroi d et de conductibilité σ, on a approximativement, comme moment de rotation Θ,

$$\Theta = \frac{\pi^2 r^3 h \sigma d}{\rho^2} n \mathfrak{M}^2.$$

Pour un cylindre de la forme de la figure 273, avec s tiges de résistance w (par rapport à laquelle la résistance des connexions des tiges entre elles est négligeable), on a approximativement

$$\Theta = \frac{\pi r^2 h^2 s}{2 w \rho^2} n \mathfrak{M}^2.$$

(88) Des deux champs alternatifs d'amplitudes et de phases inégales, l'un peut avoir la direction de l'axe des x, l'autre celle de l'axe des y. Les inductions causées par eux sont de la forme

$$(1) \qquad \begin{cases} \mathfrak{M}_x = A \sin \nu t, \\ \mathfrak{M}_y = B \sin(\nu t - \varphi). \end{cases}$$

Le champ résultant $\mathfrak{M}$ peut être décomposé en un champ tournant simple $\mathfrak{M}_1$ et un champ purement alternatif $\mathfrak{M}_2$, c'est-à-dire sous la forme

$$(2) \qquad \text{Champ tournant simple} \begin{cases} \mathfrak{M}_{1x} = a \sin(\nu t - \alpha). \\ \mathfrak{M}_{1y} = a \sin(\nu t - \alpha - 90^\circ), \end{cases}$$

$$(3) \qquad \text{Champ alternatif pur} \begin{cases} \mathfrak{M}_{2x} = b \sin(\nu t - \beta), \\ \mathfrak{M}_{2y} = c \sin(\nu t - \beta). \end{cases}$$

Les constantes a, b, c, α, β sont obtenues comme fonction des grandeurs données A, B, φ, en égalant à zéro séparément les coefficients de $\cos \nu t$ et $\sin \nu t$ dans les relations

$$\mathfrak{M}_x - (\mathfrak{M}_{1x} + \mathfrak{M}_{2x}) = 0,$$
$$\mathfrak{M}_y - (\mathfrak{M}_{1y} + \mathfrak{M}_{2y}) = 0.$$

On n'obtient donc ainsi que 4 relations pour la détermination de 5 quantités. Au point de vue purement mathématique, la décomposition du champ $\mathfrak{M}$ en un champ purement tournant et un champ purement alternatif est donc possible d'une infinité de manières. On peut par exemple choisir arbitrairement l'amplitude du champ tournant, et l'on obtient pour chaque valeur choisie une décomposition déterminée.

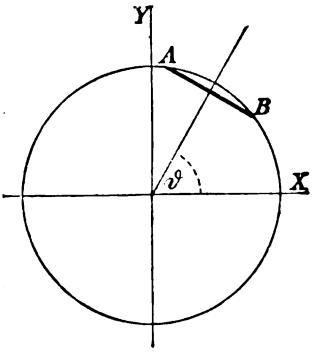
Digitized by Google

Mais cette décomposition n'a de signification physique que si les moments de rotation des deux parties du champ $\mathfrak{M}_1$ et $\mathfrak{M}_2$ sont égaux ensemble au moment de rotation du champ résultant $\mathfrak{M}$. La décomposition se trouve donc déterminée par cette condition, et ce cas est le seul qui ait un intérêt physique.

I. Moment de rotation du champ $\mathfrak{M}$ (égalité 1).

Dans ce champ est placé un cylindre entouré, d'une manière symétrique, par s

Fig. III.



circuits fermés. La figure III est une projection d'un de ces circuits AB; sa normale fait avec l'axe des x l'angle $\mathfrak{I}$.

Si S est la surface d'un de ces circuits, le flux d'induction $Q_{\mathfrak{I}}$ qui le traverse est

$$(4)\qquad \begin{cases} Q_{\mathfrak{I}} = S(\mathfrak{M}_x \cos\mathfrak{I} + \mathfrak{M}_y \sin\mathfrak{I}) \\ \quad = S[A \sin\nu t \cos\mathfrak{I} + B \sin(\nu t - \varphi) \sin\mathfrak{I}]. \end{cases}$$

La FEM induite dans ce circuit $\mathcal{E}$ est donnée par

$$\mathcal{E} = -\frac{1}{\nu}\frac{dQ_{\mathfrak{I}}}{dt}$$

et le courant ainsi produit sera

$$i = \frac{\mathcal{E}}{w},$$

si la résistance du circuit est assez grande pour que le champ magnétique créé par lui puisse être négligé.

Le moment de rotation, que subit le circuit considéré, est

$$\Theta_{\mathfrak{I}} = \frac{1}{\nu}\frac{dQ_{\mathfrak{I}}}{d\mathfrak{I}}.$$

Digitized by Google

Si l'on introduit les valeurs données par l'égalité (4), on a

$$\Theta = -\frac{S^2 \pi n}{\rho^2 w}\left[AB\cos^2\vartheta \sin(\pi nt - \varphi)\cos \pi nt - AB\sin^2\vartheta\cos(\pi nt - \varphi)\sin \pi nt \right.$$
$$\left. + \text{un terme avec le facteur } \cos\vartheta \sin\vartheta\right].$$

Le moment de rotation total sur le cylindre complet est

$$\Theta = \frac{s}{2\pi}\int_0^{2\pi} \Theta_\vartheta \, d\vartheta,$$

puisque sur l'arc $d\vartheta$ il y a $\frac{s}{2\pi}\, d\vartheta$ circuits.

L'intégration donne

$$(5) \qquad \Theta = \frac{S^2 \pi n s}{4 w \rho^2} AB \sin\varphi.$$

II. Le moment de rotation Θ_1 du champ tournant $\mathfrak{M}_1$ se tire de l'égalité (5), en remplaçant A et B par a et φ par 90° :

$$\Theta_1 = \frac{S^2 \pi n s}{4 w \rho^2} a^2.$$

III. Le moment de rotation Θ se transforme en celui Θ_2 du champ alternatif $\mathfrak{M}_2$, en prenant $A = b$, $B = c$ et $\varphi = 0$. On a donc

$$\Theta_2 = 0.$$

Le résultat est donc que le moment de rotation Θ est identique à celui Θ_1 du champ tournant, mais cela ne peut se faire que si

$$a^2 = AB \sin\varphi.$$

(89) En fait, les relations sont les suivantes. Si l'on désigne par M_a le champ alternatif dissymétrique qui serait établi si le cylindre n'existait pas, par M_i le champ magnétique engendré par les courants i induits dans le cylindre, il n'est pas possible d'admettre que le moment de rotation soit produit par l'action du champ M_a sur les courants induits. Il provient en réalité de l'action du champ résultant $M_a + M_i$ sur ces courants induits. Ce champ résultant n'est pas purement alternatif, mais il comporte une composante de champ tournant qui détermine la grandeur du moment de rotation.

Une démonstration théorique approfondie de ces questions est donnée par G.-F. Walker, *Phil. Trans.*, t. 183 A, 1892, p. 279-330.

(90) Les numéros suivants dérivent de G. Kapp, *Elektrische Kraftubertragung* (55), p. 233 et suiv.

(91) Voir *Electrician*, t. 33, 1894, p. 110, 129, 152, 184. *Voir* aussi G. Kapp, Ouvrage précité, p. 276 et suiv., et surtout G. Rœssler (83), p. 148 et suiv.

(91a) H. Görges, *E. T. Z.*, 1895, livraisons 48 et suiv., et *E. T. Z.*, 1903,

Digitized by Google

p. 271 et 691. Les considérations, qui s'opposent à la décomposition en deux champs tournants, sont données dans la dernière.

([92]) *Voir* Fleming, Feldmann, Blakesley, Steinmetz, Bedell-Crehore, Ouvrages déjà mentionnés dans ([58]).

([93]) D'après 185, égalité (2), on a

$$(1) \qquad i = -c\frac{d\mathcal{V}}{dt}$$

ou

$$\mathcal{V} = -\frac{1}{c}\int i\,dt.$$

Dans le cas le plus général, circuit à condensateur avec self-induction, on tire de 193, égalité (1), l'équation différentielle

$$(2) \qquad iw = \mathcal{E}_a - p\frac{di}{dt} + \mathcal{V},$$

$$(3) \qquad = \mathcal{E}_a - p\frac{di}{dt} - \frac{1}{c}\int i\,dt,$$

et, en se reportant à l'égalité (1),

$$(4) \qquad \mathcal{V} + wc\frac{d\mathcal{V}}{dt} + pc\frac{d^2\mathcal{V}}{dt^2} + \mathcal{E}_a = 0,$$

$$(5) \qquad i + wc\frac{di}{dt} + pc\frac{d^2 i}{dt^2} = c\frac{d\mathcal{E}_a}{dt}.$$

Pour l'état oscillatoire $\mathcal{E}_a = \mathcal{E}_{a_0} e^{\iota\nu t}$, *voir* ([43]), donc

$$\frac{d^2}{dt^2} = -\nu^2 \quad \text{et} \quad \int_0^t dt = \frac{1}{\iota\nu} = -\frac{\iota}{\nu}.$$

On tire donc de l'égalité (1)

$$i = -\iota\nu c\mathcal{V},$$

et de (3) et de (5)

$$(6) \qquad i = \frac{\mathcal{E}_a}{w + \iota\left(\nu p - \frac{1}{\nu c}\right)}.$$

L'impédance z pour un circuit à condensateur de capacité c, de coefficient de self-induction p et de résistance w, prend donc la forme complexe

$$z = w + \iota\left(\nu p - \frac{1}{\nu c}\right);$$

dans un conducteur sans induction $\left(\nu p \text{ est très petit par rapport à } w \text{ et à } \frac{1}{\nu c}\right)$,

Digitized by Google

on a

$$z = w - \frac{i}{\nu c}.$$

L'égalité (6) peut être mise sous la forme

$$i = \frac{\mathcal{E}_a}{\sqrt{w^2 + \left(\nu p - \frac{1}{\nu c}\right)^2}} e^{-i\varphi},$$

$$\operatorname{tang}\varphi = \operatorname{tang}(i, \mathcal{E}_a) = \frac{\nu p - \frac{1}{\nu c}}{w}.$$

(94) *Voir* C.-P. Feldmann (58), p. 88 et suiv.; M.-J. Pupin, *Am. Journ. of Science* (3), t. 48, 1894, p. 387.

(95) $$W_c = \frac{1}{2} c \mathcal{V}^2 \qquad (40),$$

$$\frac{dW_c}{dt} = \mathcal{V} c \frac{d\mathcal{V}}{dt} = -i\mathcal{V} \qquad [\text{égalité (1) de (93)}].$$

(96) *Voir* E. Cohn (1), p. 330.

(97) *Voir* C.-P. Feldmann (58), p. 112.

(98) Si w est la résistance du circuit à condensateur total, w_1 celle du conducteur A_1CA_2, on obtient comme condition pour P_0 maximum

$$\pi n p_1 = -\frac{a^2 + w^2 - w_1^2}{2a} - \sqrt{w_1^2 + \left(\frac{a^2 + w^2 - w_1^2}{2a}\right)^2},$$

en posant $a = \frac{1}{\pi n c} - \pi n p_2$.

(99) F.-E. Millis, *Physical Rewiew*, t. 5, 1897, p. 11.

(100) *Consulter* C.-P. Feldmann (58), p. 106 et suiv.

(101) La construction de la courbe repose sur la relation suivante. La résistance des deux branches étant égale et représentée par $\frac{w}{2}$, on a, d'après (60) et (93),

$$i = \mathcal{V}_a \left(\frac{1}{\frac{w}{2} + i\nu p} + \frac{1}{\frac{w}{2} - \frac{i}{\nu c}} \right),$$

ce qui donne après transformation pour l'amplitude i_0

$$i_0 = \mathcal{V}_a \sqrt{\frac{w^2 + \left(\nu p - \frac{1}{\nu c}\right)^2}{\left[\left(\frac{w}{2}\right)^2 + (\nu p)^2\right]\left[\left(\frac{w}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{\nu c}\right)^2\right]}}.$$

(102) *Voir* C.-P. Feldmann (58), p. 489.

Digitized by Google

(103) On trouve des renseignements, sur plusieurs questions traitées dans ce Chapitre, dans G. WIEDEMANN, *Die Lehre von der Elektrizitat*, t. 4, 2e édition, 1898, p. 283 et suiv., et surtout dans A. BATELLI et L. MAGRI, *Phil. Mag.*, (6), t. 5, 1903, p. 1-34, 620-643.

(104) B.-W. FEDDERSEN, *Pogg. Ann.*, t. 113, 1861, p. 437, et t. 116, 1862, p. 132.

(105) J. TROWBRIDGE et W. DUANE, *Phil. Mag.*, (5), t. 40, 1895, p. 211.

(106) A. PAALZOW, *Pogg. Ann.*, t. 118, 1863, p. 178.

(107) W. HOLTZ, *Wied. Ann.*, t. 10, 1880, p. 336.

(108) W. THOMSON, *Phil. Mag.*, (4), t. 5, 1855, p. 393.

Les équations pour un circuit à condensateur, sur lequel n'agit pas de FEM extérieure, sont (93)

$$\mathcal{V} + wc\frac{d\mathcal{V}}{dt} + pc\frac{d^2\mathcal{V}}{dt^2} = 0$$

ou

$$i + wc\frac{di}{dt} + pc\frac{d^2 i}{dt^2} = 0,$$

ou, si l'on remarque que la résistance, la capacité et le coefficient de self-induction peuvent avoir pour les oscillations une autre valeur que pour le courant constant,

$$(1)\qquad \left\{\begin{array}{l} \mathcal{V} + \mathfrak{w}\mathfrak{c}\dfrac{d\mathcal{V}}{dt} + \mathfrak{p}\mathfrak{c}\dfrac{d^2\mathcal{V}}{dt^2} = 0, \\ \text{ou} \\ i + \mathfrak{w}\mathfrak{c}\dfrac{di}{dt} + \mathfrak{p}\mathfrak{c}\dfrac{d^2 i}{dt^2} = 0. \end{array}\right.$$

Les conditions à la limite sont

$$(2)\qquad \left\{\begin{array}{l} \mathcal{V} = \mathcal{V}_0, \\ i = -\mathfrak{c}\dfrac{d\mathcal{V}}{dt} = 0, \end{array}\right\} \quad \text{pour } t = 0,$$

en supposant que $\mathcal{V}_0$ est la tension à laquelle ont été chargées initialement les plaques du condensateur.

Pour la solution, on pose

$$\mathcal{V} = \mathcal{V}_0 e^{xt} \qquad \text{ou} \qquad i = i_0 e^{xt}.$$

On tire de l'égalité (1)

$$x = -\frac{\mathfrak{w}}{2\mathfrak{p}} \pm \sqrt{-\frac{1}{\mathfrak{p}\mathfrak{c}} + \left(\frac{\mathfrak{w}}{2\mathfrak{p}}\right)^2}.$$

Deux cas sont à considérer :

1° $\left(\frac{\mathfrak{w}}{2\mathfrak{p}}\right)^2 > \frac{1}{\mathfrak{p}\mathfrak{c}}$, x est réel. Décharge apériodique.

2° $\left(\frac{\mathfrak{w}}{2\mathfrak{p}}\right)^2 < \frac{1}{\mathfrak{p}\mathfrak{c}}$,

$$x = -\delta \pm \iota\nu = \iota(\pm\nu + \iota\delta),$$

Digitized by Google

en posant

$$\delta = \frac{w}{2p}, \tag{3}$$

$$\nu = \sqrt{\frac{1}{pc} - \left(\frac{w}{2p}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{pc} - \delta^2}. \tag{4}$$

On a alors

$$\mathcal{V} = \mathcal{V}_0 \sqrt{1 + \frac{\delta^2}{\nu^2}}\, e^{-\delta t} \cos(\nu t + \varphi),$$

$$\operatorname{tang} \varphi = -\frac{\delta}{\nu},$$

et

$$i = i_0 e^{-\delta t} \sin \nu t,$$

$$i_0 = c\nu \mathcal{V}_0 \left(1 + \frac{\delta^2}{\nu^2}\right).$$

Si δ^2 est petit par rapport à ν^2, les relations se simplifient :

$$\mathcal{V} = \mathcal{V}_0 e^{-\delta t} \cos \nu t,$$

$$i = i_0 e^{-\delta t} \sin \nu t,$$

$$\nu = \frac{1}{\sqrt{pc}},$$

$$i_0 = c\nu \mathcal{V}_0.$$

Avec la notation de ([43]), on aura une oscillation amortie de la forme

$$i = i_0 e^{(i\nu + i\delta)t};$$

ν est simplement remplacé par $\nu + i\delta$.

([109]) A. Batelli et L. Magri, Rapports dans *Phys. Zeitschr.*, t. 3, 1902, p. 539, et t. 4, 1902, p. 181.

([110]) On trouve dans E. Cohn ([1]), p. 488, une discussion détaillée des conditions dans lesquelles la formule de Thomson est valable.

([111]) La formule, qui donne dans ce cas une valeur assez approchée de la fréquence, est (*voir* P. Drude, *Ann. Phys.*, t. 9, 1902, p. 593)

$$n = \frac{1}{\pi \sqrt{pc}\left[1 + \frac{(a+b)^2}{6pc.9.10^{20}}\right]},$$

dans laquelle

$$p = 4(a+b)\left[\log \frac{b}{\rho} - 1,31\,\frac{b}{a} + 1,06\left(\frac{b}{a}\right)^2\right],$$

a étant le plus long côté du rectangle, b le plus petit et ρ le rayon du fil.

Digitized by Google

(112) On recommande, surtout pour les bouteilles de Leyde, la méthode du diapason (F. KOHLRAUSCH, *Prakt. Phys.*, 9e édition, 1901, p. 529).

(113) La Société Siemens et Halske a construit des appareils très commodes pour la détermination des petits coefficients de self-induction.

(114) O. LODGE et R.-T. GLAZEBROOK, Cambridge, *Phil. Trans.*, t. 18, 1899, p. 136.

(115) La forme indiquée pour le condensateur et le conducteur n'est pas essentielle, elle l'a été pour plus de simplicité. La capacité est proportionnelle à la constante diélectrique et le coefficient de self-induction à la perméabilité du milieu; cela a lieu avec une forme quelconque.

(116) Parmi les nombreux Ouvrages qui traitent de l'action des bobines d'induction, on recommande surtout un travail de Lord Rayleigh dans le *Phil. Mag.* (6), t. 2, 1901, p. 581. Il montre qu'un condensateur dans le circuit primaire peut être nuisible quand, par un dispositif spécial, on produit une très brusque interruption du courant primaire. Il en déduit qu'il y a avantage à supprimer le condensateur, quand la bobine d'induction doit être munie d'un interrupteur électrolytique à interruptions très brusques. Cependant, avec les interrupteurs mécaniques actuels, on ne peut pas avoir sans condensateur une chute assez rapide du courant primaire.

(117) Pour un circuit sur lequel agit seulement une FEM induite par le flux d'induction Q, on a

$$iw = -\frac{1}{v}\frac{dQ}{dt},$$

donc

$$w\int_{t_1}^{t_2} i\,dt = -\frac{1}{v}(Q_2 - Q_1),$$

Q_2 et Q_1 étant les valeurs de Q aux temps t_2 et t_1.

(118) *Voir* J. ZENNECK, *Ann. Phys.*, t. 13, 1904, p. 822.

(119) W. KAUFMANN, *Wied Ann.*, t. 60, 1897, p. 653.

(120) R. LINDEMANN, *Ann. Phys.*, t. 12, 1903, p. 1012.

(121) H. BROOKS, *Phil. Mag.* (6), t. 2, 1901, p. 92.

(122) G. REMPP, *Diss. Strasbourg*, 1904.

(123) Les valeurs pour la résistance d'étincelle w_f ne sont pas tout à fait justes. A. Sommerfeld (*Ann. Phys.*, t. 15, 1904, p. 673) a fait remarquer que Batelli et Magri n'avaient pas exactement calculé la résistance du conducteur métallique.

(124) H. TALLQVIST, *Ann. Phys.*, t. 9, 1902, p. 1083. On y trouve aussi des développements.

(125) J. ZENNECK, *Ann. Phys.*, t. 7, 1902, p. 801-805.

(126) E. RUTHERFORD, *Phil. Trans.*, 189 A, 1897, p. 1-24.

(127) *Voir* E. Cohn (1), p. 396 et suiv.

(128) *Voir* E. Cohn (1), p. 354 et suiv. Les relations de 233 *c* seront démontrées comme les formules de Stéfan ou de Rayleigh.

(129) *Voir* E.-H. BARTON, *Phil. Mag.* (5), t. 47, 1899, p. 433 et suiv.

(130) *Voir* J. ZENNECK, *Ann. Phys.*, t. 11, 1903, p. 1141.

Digitized by Google

(131) Les relations de 229 et de 233 pour les fils massifs ne s'étendent pas aux tubes d'une certaine épaisseur. La distribution du courant dans les tubes d'une certaine épaisseur et la détermination de leur résistance ressortent d'équations tout à fait analogues à celles traitées par J.-J. Thomson (71), p. 323.

(132) V. Bjerknes, *Wied Ann.*, t. 48, 1893, p. 592.

(133) Cette objection concerne particulièrement les mesures données dans le nota de 268 *b*.

(134) Une théorie suffisante pour les oscillations de fréquence modérément élevée est due à M. Wien (*Ann. Phys.*, t. 14, 1904, p. 1). F. Dolezalek a recherché expérimentalement la résistance des bobines jusqu'aux fréquences de 5000/sec environ. Une théorie développée par A. Sommerfeld (123) paraît bien représenter qualitativement les relations, jusqu'à une fréquence de 10^7/sec (mesures de Th. Black à l'Institut de Strasbourg). Afin que ses formules donnent un résultat quantitatif exact, il a dû y introduire un facteur empirique. Pour les résultats expérimentaux de Th. Black, *voir* la *Dissertation de Strasbourg* à ce sujet.

(135) Puisque, même avec une interruption très fréquente, une décharge est depuis longtemps terminée quand la suivante commence (252 *d*), la chaleur développée dans un espace de temps quelconque est *b* fois celle développée dans une décharge, *b* étant le nombre de décharges dans le temps donné. Par ailleurs, la quantité de chaleur développée par une décharge dans un fil de résistance $\mathfrak{w}$ est

$$W = \mathfrak{w}\int_0^\infty i^2\,dt = \mathfrak{w}\,i_0^2\int_0^\infty e^{-2\delta t}\sin^2\nu t\,dt = \mathfrak{w}\,i_0^2\,\frac{1}{4\delta\left[1+\left(\frac{\delta}{\nu}\right)^2\right]}.$$

(136) F. Braun, *Ann. Phys.*, t. 8, 1902, p. 205.

(137) V. Bjerknes, *Wied. Ann.*, t. 44, 1891, p. 74 et suiv.

(138) H. Hertz, *Wied. Ann.*, t. 42, 1891, p. 407, ou *Œuvres complètes*, t. II, p. 199.

(139) A. Papalexi, *Diss. Strasbourg*, 1904, et *Ann. Phys.*, t. 14, 1904, p. 756.

(140) On a

$$i\mathfrak{w} + \mathfrak{p}\frac{di}{dt} = \mathcal{E}_a \qquad [249, \text{ égalité } (2)],$$
$$= \mathcal{E}_{a_0}e^{(i\nu+\delta)t}$$

et (60)

$$(1)\qquad \begin{cases} i = \dfrac{\mathcal{E}_a}{\mathfrak{z}}, \\ \mathfrak{z} = (\mathfrak{w} - \delta\mathfrak{p}) + i\nu\mathfrak{p}. \end{cases}$$

On ne tient pas compte, dans ces relations, de l'état au commencement de l'oscillation, où i doit être nul dans toutes les circonstances. Si l'on fait $i = 0$ pour $t = 0$ (61), quand

$$\mathcal{E}_a = \mathcal{E}_{a_0}e^{-\delta t}\sin(\nu t - \alpha),$$

Digitized by Google

on a

$$(2)\quad \begin{cases} i = \dfrac{\mathcal{E}_{n_0}}{\mathfrak{z}}\left[\sin(\nu t - \alpha - \varphi)e^{-\delta t} - \sin(\alpha + \varphi)e^{-\frac{\mathfrak{w}}{\mathfrak{p}}t}\right] \\ \text{avec} \\ \mathfrak{z} = \sqrt{(\mathfrak{w} - \delta\mathfrak{p})^2 + (\nu\mathfrak{p})^2}, \qquad \operatorname{tang}\varphi = \dfrac{\nu\mathfrak{p}}{\mathfrak{w} - \delta\mathfrak{p}}. \end{cases}$$

Les relations pour le courant deviennent donc tout autres, suivant les circonstances, comme on pouvait le voir d'après (1). Les égalités (1) et (2) ne sont identiques que si $\alpha + \varphi = 0$ ou un multiple entier de 180°; ce qui est le cas dans l'application de 250, égalité (1).

([161]) La relation entre le courant dans le cercle ACB et la tension entre A et B doit être calculée chaque fois que le cercle se trouve dans un circuit donné. On doit admettre que le fil du cercle est assez mince pour que le courant soit uniformément réparti sur une section du fil. On a alors

$$\int_{\mathrm{ABCA}} \mathrm{E}_l\, dl = -\frac{1}{v}\frac{dQ}{dt},$$

où Q représente les lignes d'induction qui traversent la courbe ABCA et i le courant dans le circuit. D'après 31 c, Q doit être proportionnel à i, tant que la configuration du circuit total n'est pas modifiée. On a $Q = vqi$. Donc

$$\int_{\mathrm{ABCA}} \mathrm{E}_l\, dl = -q\frac{di}{dt};$$

ou, puisque

$$\int_{\mathrm{ABCA}} \mathrm{E}_l\, dl = \int_{\mathrm{AB}} \mathrm{E}_l\, dl + \int_{\mathrm{BCA}} \mathrm{E}_l\, dl = -\mathcal{V} + iw \qquad (3 \text{ et } 25),$$

où $\mathcal{V}$ est la tension de B par rapport à A et w la résistance du fil ACB,

$$iw = \mathcal{V} - q\frac{di}{dt},$$

$$i = \frac{\mathcal{V}}{w + \iota(\nu + \iota\delta)q} = \frac{\mathcal{V}}{(w - \delta q) + \iota\nu q}.$$

On a donc simplement la valeur q à la place de p ([160]).

Si l'on ne peut supposer que la distribution du courant est uniforme dans la section du fil, il n'y a qu'à s'inspirer de l'expérience relative au circuit fermé [E. Cohn ([1]), p. 354 et suiv.]. On obtient ainsi

$$i = \frac{\mathcal{V}}{\mathfrak{w} + \iota(\nu + \iota\delta)\mathfrak{q}},$$

où $\mathfrak{q}$ est à q dans un rapport analogue à ce que $\mathfrak{p}$ est à p (239).

Digitized by Google

(142) L'égalité n'est qu'approchée. Pour la bifurcation d'oscillations amorties, *voir* B.-W. Feddersen, *Pogg. Ann.*, t. 130, 1867, p. 439; E. Marx, *Liepziger Ber.*, 1901, p. 437, et *Ann. Phys.*, t. 12, 1903, p. 123; L. Mandelstam, *Diss. Strasbourg*, 1902; *Ann. Phys.*, t. 8, 1902, p. 123.

(143) Proposé d'abord par E. Rutherford (125), transformé un peu différemment par Marx (142) et Mandelstam (142).

(144) Méthode pour la détermination du coefficient de self-induction utilisée par W.-M. Varley [*Diss. Strasbourg*, 1901, et *Phil. Mag.* (6), t. 3, 1902, p. 500].

(145) D'après les mesures de J. Algermissen à l'Institut de Strasbourg.

(146) *Voir* V. Bjerknes, *Wied. Ann.*, t. 55, 1895, p. 124.

(147) Cela ressort des photographies d'éclairs de B. Walter (*Almanach des établissements scientifiques de Hambourg*, t. XX, et *Ann. Phys.*, t. 10, 1903, p. 393).

(148) Si l'on prend comme forme de la décharge apériodique celle qu'elle prendrait pour un circuit à condensateur (108), le courant dans l'éclair serait de la forme

$$i = i_0(e^{-\delta_1 t} - e^{-\delta_2 t}). \tag{1}$$

Le courant doit se décomposer en deux parties, dans lesquelles la résistance et le coefficient de self-induction ont respectivement les valeurs $\mathfrak{w}_1$, $\mathfrak{w}_2$ et $\mathfrak{p}_1$, $\mathfrak{p}_2$. Alors, si le courant dans une des dérivations n'influence pas celui dans l'autre, on a

$$i_1\mathfrak{w}_1 - i_2\mathfrak{w}_2 + \mathfrak{p}_1\frac{di_1}{dt} - \mathfrak{p}_2\frac{di_2}{dt} = 0.$$

Les conditions limites sont $i_1 = 0$, $i_2 = 0$ pour $t = 0$; en plus, à chaque moment,

$$i_1 + i_2 = i.$$

La solution est

$$i_1 = i_0\left[\frac{\mathfrak{w}_2 - \delta_1\mathfrak{p}_2}{\mathfrak{w}_1 + \mathfrak{w}_2 - \delta_1(\mathfrak{p}_1 + \mathfrak{p}_2)}\left(e^{-\delta_1 t} - e^{-\frac{\mathfrak{w}_1+\mathfrak{w}_2}{\mathfrak{p}_1+\mathfrak{p}_2}t}\right) - \frac{\mathfrak{w}_2 - \delta_2\mathfrak{p}_2}{\mathfrak{w}_1 + \mathfrak{w}_2 - \delta_2(\mathfrak{p}_1 + \mathfrak{p}_2)}\left(e^{-\delta_2 t} - e^{-\frac{\mathfrak{w}_1+\mathfrak{w}_2}{\mathfrak{p}_1+\mathfrak{p}_2}t}\right)\right],$$

$$i_2 = i_0\left[\frac{\mathfrak{w}_1 - \delta_1\mathfrak{p}_1}{\mathfrak{w}_1 + \mathfrak{w}_2 - \delta_1(\mathfrak{p}_1 + \mathfrak{p}_2)}\left(e^{-\delta_1 t} - e^{-\frac{\mathfrak{w}_1+\mathfrak{w}_2}{\mathfrak{p}_1+\mathfrak{p}_2}t}\right) - \frac{\mathfrak{w}_1 - \delta_2\mathfrak{p}_1}{\mathfrak{w}_1 + \mathfrak{w}_2 - \delta_2(\mathfrak{p}_1 + \mathfrak{p}_2)}\left(e^{-\delta_2 t} - e^{-\frac{\mathfrak{w}_1+\mathfrak{w}_2}{\mathfrak{p}_1+\mathfrak{p}_2}t}\right)\right].$$

La condition pour que la chute se produise très rapidement, c'est-à-dire que la décharge soit à peu près terminée dans environ 10^5/sec, est que δ_1 et δ_2 soient grands par rapport à 10^5/sec. Si l'on prend ces quantités au moins de l'ordre de 10^6/sec, on a, s'il s'agit de conducteurs filiformes, $\delta\mathfrak{p}$ grand par rapport à $\mathfrak{w}$

Digitized by Google

et les relations deviennent

$$i_1 = i_0 \frac{\mathfrak{p}_1 \mathfrak{p}_2}{\mathfrak{p}_1 + \mathfrak{p}_2} \frac{1}{\mathfrak{p}_1} (e^{-\delta_1 t} - e^{-\delta_2 t}),$$

$$i_2 = i_0 \frac{\mathfrak{p}_1 \mathfrak{p}_2}{\mathfrak{p}_1 + \mathfrak{p}_2} \frac{1}{\mathfrak{p}_2} (e^{-\delta_1 t} - e^{-\delta_2 t});$$

donc

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{\frac{1}{\mathfrak{p}_1}}{\frac{1}{\mathfrak{p}_2}}.$$

Tout ceci suppose que :

1° Le courant est partout quasi stationnaire.

2° La décharge [c'est-à-dire les constantes i_0, δ_1 et δ_2 et la forme de l'égalité (1)], en outre de la capacité du nuage par rapport à la terre, n'est déterminée que par les constantes du chemin de l'éclair WA. Par conséquent, le mode de dérivation entre A et la terre n'a pas d'influence sensible.

L'hypothèse 2° est à peu près justifiée. Il n'y a, dans les circonstances présentes, rien d'essentiel de changé, que l'hypothèse 1° soit ou ne soit pas vérifiée.

(149) Des considérations semblables ont été appliquées aux paratonnerres (à ceux des maisons en particulier) par O. Lodge, *Phil. Mag.* (5), t. 26, 1888, p. 217. *Voir*, pour la discussion complète de la question qui s'y rattache, *Fortschritte der Physik*, t. 44 (3), p. 529 et suiv., et t. 45 (3), p. 508 et suiv.

(150) Sur le développement pratique de la protection contre l'orage, *voir* G. Benischke, *Installations protectrices contre les surtensions nuisibles :* Publication du 26 mars 1901 (brochure de l'A. E. G.), et A. Franke, *Sur de nouveaux paratonnerres pour les installations téléphoniques E. T. Z.*, 1902, p. 1046.

(151) *Voir* F. Braun, *Phys. Zeitschr.*, t. 5, 1904, p. 193.

(152) Les relations de (93) donnent, en remplaçant ν par $\nu + i\delta$,

$$i = \frac{\mathcal{E}_a \text{ ou } \mathcal{V}_a}{\mathfrak{z}},$$

$$\mathfrak{z} = \left[\mathfrak{w} - \delta\mathfrak{p} + \delta \frac{1}{(\nu^2 + \delta^2)\mathfrak{c}}\right] + i\left[\nu\mathfrak{p} - \frac{\nu}{(\nu^2 + \delta^2)\mathfrak{c}}\right],$$

ce qui devient, lorsque δ^2 est petit par rapport à ν^2,

$$= \left[\mathfrak{w} - \frac{\delta}{\nu}\left(\nu\mathfrak{p} - \frac{1}{\nu\mathfrak{c}}\right)\right] + i\left(\nu\mathfrak{p} - \frac{1}{\nu\mathfrak{c}}\right).$$

(153) Sur la question des condensateurs liquides et de ceux à diélectrique solide, *voir* J. Hopkinson et E. Wilson, *Phil. Transactions*, t. 189, 1897, p. 109 et suiv.

(153a) J.-J. Thomson, *Phil. Mag.* (5), t. 32, 1894, p. 321 et suiv., et p. 445 et suiv.; et dans son Ouvrage de (71), p. 100 et suiv., et p. 322 et suiv. Pour les expériences de 263 *b* et 266 *a*, elles sont également tirées du même auteur.

Digitized by Google

(153b) La manière dont se comportent les tubes de métal, dans un champ magnétique alternatif à haute fréquence parallèle à leur axe, a été traitée par J.-J. Thomson (71), p. 323, d'une manière théorique.

(154) *Voir* J.-J. Thomson (71), p. 96 et suiv. Pour le phénomène du courant circulaire sans électrodes dans les gaz, *voir* aussi E. Lecher, *Phys. Zeitschrift*, t. 4, 1902-1903, p. 32 et 811, et J. Härden, *Phys. Zeitschrift*, t. 5, 1904, p. 75.

(155) P. Cardani, *Nuovo Cimento* (4), t. 7, 1898, p. 239.

(156) J. Klemencic, *Wien. Ber.*, t. 103 (2 *a*), 1894, p. 205.

(157) S. John, *Phil. Mag.* (5), t. 38, 1894, p. 425; *Phil. Mag.* (5), t. 39, 1895, p. 297.

(158) Sur l'emploi pratique de la poudre de fer en masses compactes pour les oscillations rapides, *consulter* F. Braun, *Ann. Phys.*, t. 10, 1903, p. 326, qui a le premier bien étudié la question.

(159) *Voir* J. Zenneck, *Ann. Phys.*, t. 12, 1903, p. 869.

(160) La preuve que les isolants, dont la constante diélectrique diffère de celle de l'air, ont bien l'action prévue par la théorie de Maxwell (35 et 37), a été faite par Hertz, *Œuvres complètes*, t. 2, p. 102 et suiv., et *Wied. Ann.*, t. 34, 1888, p. 273. La méthode d'expérience employée, et sur laquelle on ne peut s'étendre, diffère totalement de celle employée dans ce qui suit.

(161) On arrive, comme dans E. Cohn (1), p. 354 et suiv., au résultat :

$$\begin{aligned}\mathfrak{M}_\rho &= \mathfrak{M}_2 J_0\left(\frac{\rho}{r}\gamma\sqrt{8}\right)\\ &= \mathfrak{M}_2\left[1 - 2\gamma^2\left(\frac{\rho}{r}\right)^2 + \gamma^4\left(\frac{\rho}{r}\right)^4, \cdots\right];\end{aligned}$$

J_0 est la fonction de Bessel de première sorte de l'ordre de zéro.

(162) On considère que les lignes d'intensité du champ électrique à l'extérieur ont la même direction et la même densité qu'auraient les lignes d'intensité magnétique, si dans le noyau existait un courant électrique d'intensité Q'_m. On suppose toutefois qu'on peut négliger l'action du champ magnétique induit à l'extérieur par rapport à celle du flux d'induction magnétique dans le noyau de la bobine.

(163) Cette preuve est semblable à celle donnée par E. Cohn (1), p. 360 et suiv. On obtient le résultat plus exact suivant :

$$\mathfrak{w}_m + \frac{\pi^2 n^2 \varepsilon_\alpha}{\mu_\alpha} p_0 = -\frac{l\pi^2 n^2 \varepsilon}{2\pi v^2}\left[\frac{J_0(y)}{y\, J'_0(y)}\right] y = \gamma\sqrt{8} = w_m\left(1 - \gamma^2 - \frac{1}{3}\gamma^4, \cdots\right),$$

où l est la longueur du noyau, $J_0(y)$ la fonction de Bessel de première sorte de l'ordre de zéro, $J'_0(y) = \frac{d}{dy}[J_0(y)]$.

(164) *Voir* E. Cohn et F. Heerwagen, *Wied. Ann.*, t. 43, 1891, p. 343 et suiv.

Fin du Tome I.

Digitized by Google

TABLE DES MATIÈRES.

Pages.

AVERTISSEMENT V

PRÉFACE DE L'AUTEUR VII

NOTATIONS XII

CHAPITRE I.

Étude du champ électromagnétique.

I. Les grandeurs des champs électrique et magnétique 1
II. Détermination expérimentale de l'intensité du champ 3
III. Représentation graphique de l'intensité d'un champ 7
IV. Champ statique dans un milieu homogène 9
V. Champ statique dans un milieu non homogène 18
VI. Le courant électrique 22
VII. Champ magnétique et courant électrique 29
VIII. Relation entre un champ électrique et un champ magnétique 46
IX. L'énergie du champ électromagnétique 51
X. Production de travail mécanique par le déplacement d'un circuit dans un champ homogène 59
XI. Le système C.G.S 64

CHAPITRE II.

Généralités sur les oscillations électromagnétiques.

I. Excitation schématique d'une oscillation électromagnétique 65
II. Éléments d'une oscillation électromagnétique 71
III. Étude expérimentale d'une oscillation électromagnétique 76
IV. Représentation graphique par un vecteur-diagramme 85
V. Généralités sur les grandeurs oscillatoires 90
VI. Produit de deux grandeurs oscillatoires 96

Digitized by Google

CHAPITRE III.

Production d'oscillations électromagnétiques lentes. Machine à courant alternatif et alternateur à courant triphasé.

Pages

I. Généralités sur les machines à courant alternatif et les alternateurs à courant triphasé 103
II. Machines à induit ou à inducteur mobile 110
III. Machines à enroulements induits et inducteurs fixes 119

CHAPITRE IV.

Circuit de courant alternatif quasi stationnaire à faible fréquence.

I. Courant et champ magnétique d'un circuit de courant alternatif 126
II. Relation entre le courant électrique et la FEM ou la tension 131
III. Relations relatives à l'énergie 152
IV. Résistances inductives avec noyau de fer et leur utilisation pratique. 158

CHAPITRE V.

Circuit magnétique de faible fréquence.

I. Relations relatives au flux magnétique 171
II. Généralisation 180
III. Cylindre métallique dans un champ magnétique alternatif 188

CHAPITRE VI.

Les transformateurs techniques.

I. Le transformateur à vide 210
II. Le transformateur en charge 215
III. Dispersion des transformateurs 226
IV. Construction technique des transformateurs 231
V. Transformateurs à une seule bobine 239

CHAPITRE VII.

Production de travail mécanique par les courants alternatifs et triphasés.

I. Circuit de courant alternatif dans un champ magnétique constant. Moteurs synchrones 246
II. Circuit de courant alternatif dans un champ magnétique alternatif de même fréquence 249

Digitized by Google

Pages.
III. Le champ tournant magnétique 258
IV. Moteurs à courant triphasé 276
V. Moteurs monophasés à induit en court-circuit 294

CHAPITRE VIII.

Circuit de courant alternatif avec condensateurs.

I. Circuit à condensateur sans induction 300
II. Circuit à condensateur avec self-induction 309
III. Condensateur et résistance inductive associés en quantité 331

CHAPITRE IX.

Oscillations propres des circuits à condensateur.

I. Preuve expérimentale des oscillations propres 338
II. Fréquence pour les faibles résistances 345
III. L'amortissement 356
IV. Flux d'énergie 377

CHAPITRE X.

Les circuits à courant alternatif quasi stationnaire de haute fréquence.

I. Distribution du courant dans les conducteurs cylindriques 384
II. Résistance et coefficient de self-induction pour les oscillations rapides. 392
III. Indications des thermiques pour les oscillations amorties 406
IV. Relation entre le courant et la FEM ou la tension dans les circuits sans condensateur 418
V. Relation entre le courant et la tension dans les conducteurs avec condensateurs 443

CHAPITRE XI.

Le circuit magnétique à haute fréquence.

I. Action des bobines et des tubes conducteurs 452
II. Influence des plaques et des cylindres conducteurs 458
III. Action des isolants dans le champ magnétique oscillatoire 470

NOTES 477

Digitized by Google

ERRATA.

Pages.		*Au lieu de*	*Lire*
2	ligne 14	$\mathcal{V} m$	$\mathcal{V}_m$
31		remplacer la figure 21 par la figure 28, et inversement	
32	ligne 1 après P	a	a
32	ligne 5 à partir du bas	c	C
81	ligne 11	séparer $\left(\mathfrak{s}_1 = \widehat{X_1 O R_1}\right)$ de la formule	
88	ligne 4	$i_{eff} = 9$ amp.	$i_{eff} = 6$ amp.
93	ligne 15	$\mathfrak{s} = \pm k' \mathfrak{a}$	$\mathfrak{s} = \pm k \mathfrak{a}'$
98	figure 86	mettre P en haut de l'axe des ordonnées et N à droite de l'axe des abscisses.	
100	figure 89	mettre A_2 à l'extrémité du vecteur incliné	
102	*Nota*	$\measuredangle(\mathfrak{a}_1, \mathfrak{a}_2)$	$\measuredangle(\mathfrak{a}_2, \mathfrak{a}_1)$
110	figure 104	EMK	FEM
133	ligne 4 à partir du bas	OB ∥ OA	OB ⊥ OA
138	figures 152 et 154	$\mathcal{E}_a b z w \mathcal{V}$	$\mathcal{E}_a$ ou $\mathcal{V}$
282	ligne 2	tant qu'il	en tant qu'il
306	ligne 1	$\mathcal{V}_{ae}$	$\mathcal{V}_{aeff}$
314	ligne 2	*fig.* 304	*fig.* 309
319	ligne 2	$\sqrt{i_{2eff}^2 + i_{3eff}^2}$	$\sqrt{i_{2eff}^2 + i_{3eff}^2}$
346	ligne 11	changement	chargement
363	figure 359	valeurs de $\frac{\delta}{2}$	valeurs de $\frac{\mathfrak{d}}{2}$
393	ligne 14	8.10^3/sec	10^3/sec
393	ligne 20	s'agisse	s'agit
406	ligne 11	autant qu'il	en tant qu'il
428	ligne 2	$_{10}$	i_{10}
441	ligne 2 du *Nota*	fournissant	alimentée par
451	ligne 16	le courant pénètre	un courant est suscité
454	ligne 7	supprimer ;	

41561 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS, quai des Grands-Augustins, 55.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

89074767427

B89074767427A

Digitized by Google

Digitized by Google

89074767427

b89074767427a

Digitized by Google